پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری
دوره ٦، شماره ١، بهار ١٤٠٠، صص٢٢-٤٢
نوع مقاله: پژوهشی

ارزیابی اثربخشی و کارایی هزینه سیستم‌های شبکه‌ای مطالعه موردی: شعب بانک

فرانک حسین‌زاده سلجوقی [1*]، الهام ذاکر هرفته [2]

۱- دانشیار، گروه ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران
۲- دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران

تاریخ ارسال: ۱۳۹۹/۰۵/۰۲ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۰۷

چکیده

یکی از مؤثرترین عوامل موفقیت مدیران برای پیشرفت و توسعه سازمان‌ها، توجه به اثربخشی سازمان و ارزیابی اقتصادی آن است. صنعت بانکداری از بخش‌های بسیار مهم در هر سیستم اقتصادی است. سیستم بانکی برای تأمین مالی اقتصادی باید عملکردی کارا و اثربخش داشته باشد. دراین مقاله روشی جدید برای ارزیابی کارایی هزینه و اثربخشی، با درنظرگرفتن فرایند درونی و بخشهای داخلی شعب بانک همچنین تعامل و ارتباط بین آنها پیشنهاد شده است. مدل ارائه شده می‌تواند میزان استفاده مطلوب از منابع موجود در هر بخش را تعیین نماید. ضمن تحلیل ویژگی‌های مدل پیشنهادی، تأثیر ارتباط بین بخش‌ها بر اثربخشی هزینه تعیین شده‌است که این ارتباط در دو حالت ارتباط آزاد و ثابت مورد بررسی قرار گرفته و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. با استفاده از مدل‌ها، ارزیابی کارایی و اثربخشی هزینه ٢٦ شعبه بانک تجاری ایران دو حالت بازده به مقیاس ثابت (CRS) و متغیر (VRS) انجام شده و مقایسه نتایج دو حالت ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهند یک شعبه که در هر دو بخش داخلی آن دارای کارایی هزینه باشند، الزاماً اثربخش هزینه نخواهند بود. این مدل با شناسایی عوامل غیراثربخش در شعب بانکی می‌تواند اطلاعات دقیق‌تری در اختیار مدیران برای تصمیم گیری قرار دهد.

کلیدواژه‌ها: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی هزینه، اثربخشی هزینه، سیستم‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای بانک.

---

* نویسنده مسئول مقاله: E-mail: saljooghi@math.usb.ac.ir

١- مقدمه

امروزه یکی از موضوعات مهم و بحث برانگیز در سازمان‌ها نقش مهم اثربخشی هزینه در نیل به اهداف مدیران، صاحبان شرکت‌ها و بنگاه‌های اقتصادی می‌باشد. اثربخشی هزینه به عنوان یکی از مفاهیم علم اقتصاد و مدیریتی، ابزار بسیار مهم است که می‌توان به کمک آن تولید را در سطح سازمانی، ملی و حتی بین‌المللی مورد سنجش و ارزیابی قرار داد و تعیین می‌کند این شرکت‌ها یا سازمان‌ها تاچه حد از منابع موجود به نحو مطلوب استفاده می‌کنند. در واقع اثربخشی هزینه به معنای میزان مؤثر بودن اقدامات انجام شده برای دستیابی به اهداف از پیش تعیین شده است و توجه آن بر کیفیت و میزان مفید بودن کارهای اجرا شده است. اثربخشی هزینه با تنظیم همزمان خروجی‌ها توانایی واحدهای تصمیم‌گیرنده[١](DMU) را برای تولید خروجی با حداقل هزینه ارزیابی می‌کند. اثربخشی بیشتر به معنای همسو بودن فعالیت‌های مدیران، صاحبان شرکت‌ها و بنگاه‌های اقتصادی با اهداف شرکت است. استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها[٢] (DEA) روشی مناسب برای ارزیابی کارایی و اثربخشی هزینه[٣] (CCE) است [١، ص. ٣٢٢٨- ٣٢٢٠]. کامانو و دیسون[٤] در سال ٢٠٠٥ با توسعه مدل کارایی هزینه، DEA را برای تعیین اثربخشی هزینه شعب بانک‌ها با فرض بازده به مقیاس ثابت[٥](CRS) بکاربردند. مدل آن‌ها، بطور همزمان ورودی‌ها و خروجی‌ها را با توجه به سطح ثابت درآمد تنظیم نموده همچنین در اندازه‌گیری کارایی هزینه بر اهمیت در نظر گرفتن ورودی و خروجی فعالیت مؤسسات مالی تأکید دارد [٢، ص ٤٨٣-٤٩٤]. تاناسولیس و همکاران[٦] بیان نمودند که اثربخشی هزینه می‌تواند توانایی یک DMU برای تولید خروجی با حداقل هزینه را ارزیابی نموده و با تنظیم همزمان سطح خروجی‌ها در درآمد فعلی ارزیابی را انجام دهد [٣، ص ٢٥١-٤٢٠]. فوکایاما و خانجانی[٧] در سال ٢٠١٥، به معرفی دو مدل اثربخشی هزینه برپایه DEA محدب و نامحدب (FDH) پرداختند و نشان دادند که با فرض بازده به مقیاس ثابت نتیجه حاصل از مدل آنها با نتایج حاصل از مدل کامانو و دیسون یکسان می‌باشد [٤، ص ٣٠٧-٣١٩]. لازم به ذکر است که در ارزیابی‌های فوق ساختار داخلی واحد تحت ارزیابی نادیده گرفته شده است.

حجازی و همکاران در سال ۱۳۸۷ با استفاده از مدل SBM به تحلیل بهره‌وری کل بانک توسعه صادرات ایران طی سال‌های ۱۳۷۳ تا ۱۳۸۲ پرداختند [۵، ص ۵۰-۳۹]. همچنین تحلیل پوششی داده‌ها با ترکیب شبکه عصبی برای ارزیابی کارایی شعب بانک اقتصاد نوین، توسط محرابیان و همکاران در سال ۱۳۹۰ مطرح شده است [٦، ص ۳۹-۲۹]. یوسفی و همکاران در سال ۱۳۹۳ با تکنیک ترکیبی DEA/AHP عملکرد شعب بانک ملت را مورد بررسی قرار دادند [۷، ص ۱۲۳-۱۰۹]. آذر و همکاران در سال ۱۳۹۳ با رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به سنجش بهره‌وری شعب بانک پرداختند [۸، ص ۳۰۵-۲۸۵]. همتی و عباسی از روش ترکیبی وزن مشترک و تاپسیس رتبه‌بندی بانک‌ها در استان سمنان را انجام دادند [۹، ص ۲۱۵-۱۹۳]. رمضانیان و همکارن نیز ۱۹ شعبه از بانک خصوصی استان تهران را با استفاده از مدل‌های جمعی شبکه‌ای در سال ۱۳۹۸ تحت ارزیابی قرار دادند [۱۰، ص ١٤٤-۱۲۳]. در تمامی این تحقیقات ارزیابی عملکرد بانک‌ها با سنجش کارایی انجام شده است، در مقاله حاضر ارزیابی براساس اثربخشی هزینه انجام می‌شود.

وانگ و همکاران[1] در سال ٢٠١٤ از تحلیل پوششی داده‌های جمعی دومرحله‌ای برای سنجش کارایی بانک‌های تجاری چین در طی سال‌های ۲۰۰۳ تا ۲۰۱۱ با خروجی نامطلوب استفاده نمودند [۱۱، ص ۲۰-۵]. وو[2] و همکاران در سال ٢٠١٦ با ارائه یک مدل شبکه‌ای پویا مبتنی بر متغیرهای کمبود به ارزیابی اثر مدیریت درآمد بر عملکرد بانک‌ها پرداختند [۱۲، ص ١٦٥-١٥٦]. به منظور شناسایی عدم کارایی مالی، مورنو و لوزانو [3] از تکنیک ابرکارایی شبکه‌ای پویا مبتنی بر متغیرهای کمبود استفاده کردند [۱۳، ص ۲۱-۱] .فوکویاما و وبر[4] با معرفی یک ساختار شبکه‌ای پویا برای بانک‌های ژاپنی، مدل‌های شبکه‌ای پویا برای آن‌ها توسعه دادند [١٤، ص ٦٧٦-٦٤٩]. فوکویاما و ماتوسک[5] برای ارزیابی ساختار دومرحله‌ای بانک‌ها، تابع درآمد شبکه‌ای را تعریف کردند [۱۵، ص ۷۳۲-۷۲۱]. حمیدی و همکاران به سنجش کارایی شعبه‌های بانک و استفاده از راهبرد ادغام به منظور به دست آوردن شعبه‌های کارا پرداختند آن‌ها نخست سیستم مفهومی ارزیابی کارایی شعبه‌های بانک تعریف نمودند و سپس کارایی شعبه‌های بانک ملت استان تهران را در قالب الگوی تحلیل پوششی

داده‌ها به صورت غیرشعاعی (SBM) محاسبه نمودند تا شعبه‌های ناکارا مشخص شوند [١٦، ص ١٠٣-٨٧].

نوبهار و آذر در سال ١٣٩٥ به ارائه مدل ارزیابی عملکرد شعب بانک با استفاده از رویکرد ترکیبی تحلیل مؤلفه‌های اصلی و تحلیل پوششی داده‌ها PCA-DEA[١] پرداختند. در پژوهش آن‌ها از مدلCCR خروجی محور به عنوان مدل اصلی استفاده گردیده است و برای کاهش تعداد زیرشاخص‌ها و دست پیدا کردن به شاخص‌های اصلی، سه سناریوی میانگین ساده، میانگین موزون با استفاده از اوزان حاصل از فرآیند تحلیل سلسله مراتبی وتحلیل مؤلفه‌های اصلی اجرا شده است و خروجی‌های این سه سناریو به عنوان ورودی‌های مدل CCR خروجی محور قرار گرفتند [١٧، ص ٢٢-١].

تقوی‌فرد و همکاران به سنجش کارایی مدیریت شعب درجه یک بانک مالی ایران با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های سه مرحله‌ای پرداختند. آن‌ها کارایی ٩٣ شعبه طی سال‌های ١٣٩٠ و ١٣٩١ را با رویکرد ورودی محور و فرض بازده مقیاس متغیر مورد ارزیابی قرار دادند [١٨، ص ٧١-٥١]. نیک نشان و همکاران از مدل‌های دوسطحی تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی کارایی پارک‌های علم‌وفناوری ایران و شرکت‌های مستقر در آن‌ها استفاده نمودند و دوحالت بدون استفاده از متغیر غیراختیاری و با استفاده از متغیر اختیاری را با یکدیگر مقایسه کردند [١٩، ص ٢٢٢-٢٠١].

اکثر مطالعات ارزیابی عملکرد براساس کارایی، سازمان‌ها را به صورت جعبه سیاه و فرآیندهای تک مرحله‌ای درنظر گرفته‌اند، که باعث نادیده گرفتن ارتباط فرایندهای جداگانه درون سیستم می‌شود. حال آنکه بسیاری از شرکت‌ها و واحدهای تصمیم‌گیری دارای ساختارهای مرکب و متنوع می‌باشند که نوع این ساختار و عملکرد این اجزاء بر کارایی سیستم و شرکت تأثیر می‌گذارد. در این مقاله، مدلی جدید برای ارزیابی عملکرد براساس مفهوم اثربخشی هزینه پیشنهاد گردیده که بخش‌های داخلی سازمان و ارتباط بین آن‌ها در سنجش مدنظر قرار گرفته شده است. این مدل با استفاده از روش غیرپارامتری DEA قادر است اثرات شاخص‌های درونی بین بخش‌ها و مراحل، بر اثربخشی هزینه را تعیین نموده، همچنین سنجش دو حالت ارتباط آزاد و ارتباط ثابت بین بخش‌ها انجام شده است.

ادامه مقاله به صورت زیر سازمان‌دهی شده است. ابتدا انواع کارایی در تحلیل پوششی داده‌ها و مفهوم اثربخشی و مدل‌های آن ارائه شده، سپس مدل‌های پیشنهادی اثربخشی هزینه (CCE) برپایه DEA در سیستم‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای مطرح شده و با استفاده از مدل‌های پیشنهادی به تعیین اثربخشی و کارایی هزینه شعب بانکی پرداخته‌ایم.

۲- کارایی در تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها یک روش مناسب برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری می‌باشد. کارایی در DEA با مقایسه مقادیر شاخص‌های ورودی و خروجی DMU ها بدست می‌آید. تحلیل پوششی داده‌ها توانایی سنجش انواع مختلفی از کارایی مانند کارایی تکنیکی[۱] (TE)، کارایی هزینه[۲] (CE)، کارایی درآمد[۳] (RE) و کارایی قیاسی[۴] (SE) را دارد [۲۰].

کارایی تکنیکی (TE): فرض کنید n واحد تصمیم‌گیری (DMU) با بردار ورودی $x \in \mathbb{R}^m$ و بردار خروجی $y \in \mathbb{R}^s$ برای تولید موجود باشد بطوریکه این ورودی‌ها و خروجی‌ها نامنفی هستند. کارایی تکنیکی تحت فرض بازده به مقیاس ثابت[۵] (CRS) توسط مدل (۱) اندازه‌گیری می‌شود [۲۰].

$$\begin{aligned} \theta_o^{CRS} = \min \quad & \theta_o \\ s.t \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le \theta_o x_{io} \qquad i = 1,2,\dots,m \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge y_{ro} \qquad r = 1,2,\dots,s \\ & \lambda_j \ge 0 \qquad j = 1,2,\dots,n. \end{aligned} \tag{1}$$

با اضافه کردن فرض $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$ به مدل فوق، مدل VRS بدست می‌آید. DMU_o کارای تکنیکی است اگر و تنها اگر $\theta_o^{CCR} = 1$

کارایی هزینه (CE): اگر w_{ij} هزینه i امین ورودی برای DMU_j باشد. تعریف کنید $c_{ij} = w_{ij} x_{ij}$. مدل مینیمم هزینه زیر به منظور ارزیابی کارایی هزینه معرفی گردید.

$$\sum_{i=1}^{m} c_{io}^{*} = \min \quad \sum_{i=1}^{m} c_{io}^{'}$$
$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\lambda_j \le c_{io}^{'} \qquad i = 1,2,...,m$$
$$\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j \le y_{ro} \qquad r = 1,2,...,s \qquad (2)$$
$$c_{io}^{'} \ge 0,\ \lambda_j \ge 0, \qquad i = 1,2,...,m,\ j = 1,2,...,n.$$

مقدار کارایی هزینه از نسبت $CE_o = \sum_{i=1}^{m} c_{io}^{*} \Big/ \sum_{i=1}^{m} c_{io}$ محاسبه می‌شود. DMU_O کارای هزینه است اگر و تنها اگر $CE_o = 1$ [۲۰].

۳- ارزیابی اثربخشی هزینه (CCE) برپایه DEA

اثربخشی روش مناسبی برای سنجش و ارزیابی عملکرد سازمان است زیرا به بررسی ابعاد مختلف سازمان‌ها، بنگاه‌ها از جمله هزینه‌های صرف شده و میزان استفاده به عمل آمده از سازمان‌ها، بنگاه‌ها می‌پردارد. اثربخشی هزینه به صورت رابطه بین سطح عملکرد و هزینه‌های مربوط به دستیابی به سطح عملیات تعریف می‌شود. به عبارت دیگر اثربخشی هزینه توانایی DMU در بدست آوردن حداکثر سطح خروجی‌های فعلی با حداقل هزینه است. فرض کنید c_{ij} و p_{rj} به ترتیب قیمت i امین ورودی و r امین خروجی از DMU_j باشد بطوری‌که این داده‌ها نامنفی و دقیق هستند. اندازه CCE با مدل (۳) بدست می‌آید [۲، ص ٤٨٣-٤٩٤].

$$CCE_o^{camanho-Dyson} = \min \frac{1}{\alpha_o} \quad \sum_{i=1}^{m} c_{io}x_i$$
$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_i \qquad \forall i$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge y_r \qquad \forall r \qquad (3)$$
$$\sum_{r=1}^{s} p_{ro}y_r = \beta_o$$
$$x_i \ge 0,\ y_r \ge 0,\ \lambda_j \ge 0,\ \forall j$$

که در مدل فوق $\alpha_o = \sum_{i=1}^{m} c_{io}x_{io}$ و $\beta_o = \sum_{r=1}^{s} p_{ro}y_{ro}$ می‌باشد

اگر x_i^* مقادیر بهینه حاصل ازمدل (۳) باشد، اثربخشی هزینه از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$CCE_o^{C-D} = \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_i^* \Big/ \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io} \quad (٤)$$

(نسبت مینیمم هزینه بدست آمده به هزینه فعلی)

مقدار CCE شعاعی به صورت زیر نیز معرفی شده است [٤، ص ۳۰۷-۳۱۹].

$$\begin{aligned} CCE^{radial} &= \min \quad \theta \\ s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \left(\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{ij} \right) = \theta \alpha_o, \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \sum_{r=1}^{s} p_{ro} y_{rj} \geq \beta_o, \\ & \theta : free, \quad \lambda_j \geq 0, \quad \forall j. \end{aligned} \quad (٥)$$

فوکویاما و خانجانی (۲۰۱۵) ثابت کردند مقدار بهینه حاصل از مدل‌های (۳) و (٥) یکسان‌اند، یعنی $CCE_o^{camanho-Dyson} = CCE^{radial}$

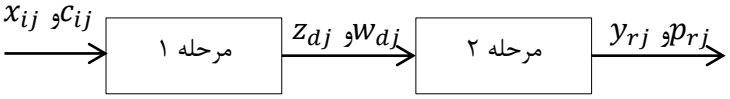
۴- ارزیابی CCE در سیستم‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای

مدل‌های CCE معرفی شده توسط فوکویاما و خانجانی (۲۰۱۵) و کامانو دیسون (۲۰۰۵) فرایندهای درون سیستم را نادیده گرفته‌اند و سیستم تولید را به صورت جعبه سیاه درنظر گرفته‌اند، در حالی‌که در بسیاری از موارد سازمان‌ها و شرکت‌ها دارای ساختار داخلی با چندمرحله هستند، در DEA بسیاری از محققین تلاش کردند محتوای جعبه سیاه را از طریق توجه به ساختار داخلی DMU ها بدست بیاورند. مدل‌های توسعه یافته در این رویکرد معروف به مدل‌های DEA شبکه‌ای (NDEA) هستند. این مدل‌ها فرایند DMU را به وسیله چندین زیرفرآیند یا مراحل بررسی می‌کند. هر مرحله توسط ورودی‌ها و خروجی‌های خودش و شاخص‌های میانی مشخص می‌شود. کائو و هوانگ[1] در سال ۲۰۰۸ یک مدل DEA دو مرحله‌ای با فرض بازده به مقیاس ثابت براساس مدل CCR ارائه نمودند. آن‌ها کارایی کلی واحدها را با قرار دادن شرط تساوی ضرایب شاخص‌های میانی در دومرحله (ارتباط ثابت)، به صورت حاصلضرب کارایی هریک ازمراحل تعریف کردند [۲۱، ص ٤۲۹-٤۱۸]. بزرگ‌ترین محدودیت مدل کائو و هوانگ این است که فقط برای حالت CRS استفاده می‌گردد. لذا چن و همکاران[2] در سال ۲۰۰۹ به جای تعریف کارایی کل واحدها به صورت حاصلضرب

کارایی زیر مراحل، کارایی کل را به صورت مجموع وزن‌دار شده دو کارایی زیر مراحل مدلسازی نمودند [۲۲، ص ۱۱۷٦-۱۱۷۰].

در این بخش برپایه مدل‌های دو مرحله‌ای ارائه شده توسط کائو و هوانگ و چن و همکاران، مدل‌های تعیین اثربخشی هزینه بادرنظر گرفتن ساختار داخلی آنها را ارائه می‌دهیم و به بررسی تأثیر شاخص‌های درون سازمانی بر اثربخشی هزینه می‌پردازیم.

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده وجود دارد که هریک از دو بخش یا دو مرحله تشکیل شده‌اند. هر DMU بردار ورودی $x \in \mathbb{R}^m$ را برای تولید خروجی‌های $z \in \square^D$ در مرحله اول بکار برده (که در این مقاله، شاخص میانی نامیده می‌شوند) و خروجی‌های مرحله اول به عنوان ورودی مرحله دوم مصرف و خروجی نهایی $y \in \square^S$ را تولید می‌کنند (مطابق شکل ۱). تمام ورودی‌ها، شاخص میانی و خروجی‌ها نامنفی و دقیق هستند. قیمت ورودی‌ها، شاخص میانی و خروجی‌های نهایی را به ترتیب c_{ij} ، w_{dj} و p_{rj} بنامید



شکل ۱. یک سیستم دو مرحله‌ای

ارتباط بین دو مرحله و بررسی اثر شاخص‌های میانی z_{dj} بر کارایی و اثربخشی را می‌توان در دو حالت ارتباط ثابت و آزاد مطرح نمود.

۱-۴- ارتباط ثابت

در مدل ارتباط ثابت، شاخص‌های میانی که برای برای مرحله اول خروجی و برای مرحله دوم ورودی محسوب می‌شوند باید در مقدار ثابت داده شده حفظ شوند. در این حالت CCE کل سیستم دو مرحله‌ای را می‌توانیم از مدل (٦) بدست می‌آوریم.

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \frac{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_i}{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}} \times \frac{\sum_{d=1}^{D} w_{do} z_d}{\sum_{d=1}^{D} w_{do} z_{do}} \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_i \qquad \forall i \\
& \sum_{j=1}^{n} \left(\lambda_j - \mu_j\right) z_{dj} \ge 0 \qquad \forall d \\
& \sum_{j=1}^{n} \mu_j y_{rj} \ge y_r \qquad \forall r \\
& \sum_{r=1}^{s} p_{ro} y_r = \beta_o \\
& \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_d = \gamma_o \qquad (*) \\
& L \le \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \le U \\
& L \le \sum_{j=1}^{n} \mu_j \le U \\
& x_i \ge 0, \ z_d \ge 0, y_r \ge 0, \lambda_j \ge 0, \mu_j \ge 0 \quad \forall j
\end{aligned}
\tag{٦}
$$

باتوجه به قید (*)، می‌توان مدل (٦) را به صورت مدل (٧) بازنویسی نمود

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \frac{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_i}{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}} \\
s.t. \quad &
\end{aligned}
\tag{٧}
$$

همان محدودیت‌های مدل (٦)

مدل فوق در حالت شعاعی، به صورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \theta \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{ij} \le \theta \alpha_o \qquad \forall i \\
& \sum_{j=1}^{n} \left(\lambda_j - \mu_j\right) \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_{dj} \ge 0 \qquad \forall d \\
& \sum_{j=1}^{n} \mu_j \sum_{r=1}^{s} p_{ro} y_{rj} \ge \beta_o \qquad \forall r \\
& L \le \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \le U \\
& L \le \sum_{j=1}^{n} \mu_j \le U \\
& \theta : free, \ \lambda_j \ge 0, \ \mu_j \ge 0, \ \forall j = 1,2,\ldots,n
\end{aligned}
\tag{٨}
$$

به منظور محاسبه اثربخشی هزینه هر یک از مراحل یک و دو می‌توان از مدل‌های مرسوم اثربخشی هزینه استفاده نمود. در این مدل، مرحله دو همواره اثربخشی هزینه خواهد بود. به این دلیل مدل اثربخشی هزینه در حالت ارتباط آزاد را ارائه می‌دهیم.

۲-۴- ارتباط آزاد

در مدل ارتباط آزاد، کارایی کل به صورت مجموع وزن‌دار کارایی مراحل یک و دو تعریف می‌شود. به کمک این مدل می‌توان اثربخشی کل فرایند را محاسبه و از تجزیه آن اثربخشی هریک از مراحل یک و دو را تعیین نمود و ایراد مدل قبل را برطرف کرد. در این حالت CCE کل فرایند دومرحله‌ای تحت فرض بازده به مقیاس ثابت (CRS) بوسیله مدل (۹) محاسبه می‌شود. همانطور که مشاهده می‌شود CCE کل از مجموع وزن‌دار اثربخشی مراحل یک و دو ارزیابی می‌شود.

$$
\begin{aligned}
\min \quad & w_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_i}{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}} + w_2 \cdot \frac{\sum_{d=1}^{D} w_{do} z_d}{\sum_{d=1}^{D} w_{do} z_{do}} \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_i \qquad i = 1, 2, \ldots, m \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j z_{dj} \ge z_d \qquad d = 1, 2, \ldots, D \\
& \sum_{j=1}^{n} \mu_j z_{dj} \le z_d \\
& \sum_{j=1}^{n} \mu_j y_{rj} \ge y_r \qquad r = 1, 2, \ldots, s \\
& \sum_{r=1}^{s} p_{ro} y_r = \beta_o \\
& x_i \ge 0, \quad z_d \ge 0, y_r \ge 0, \\
& \lambda_j \ge 0, \ \mu_j \ge 0 \quad , \quad j = 1, 2, \ldots, n,
\end{aligned}
\tag{۹}
$$

که $\beta_o = \sum_{r=1}^{s} p_{ro} y_{ro}$ و $w_1 + w_2 = 1$.

با انتخاب $w_1 = \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io} \Big/ \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io} + \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_{do}$ و $w_2 = \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_{do} \Big/ \left(\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io} + \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_{do} \right)$ و تحت فرض CRS می‌توان مدل (۹) را به صورت مدل (۱۰) بازنویسی کرد.

$$\min \quad \frac{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_i + \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_d}{\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io} + \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_{do}} \qquad (10)$$

$s.t.$

همان محدودیت‌های مدل (۹)

اگر $\left(x_i^*, y_r^*, z_d^*, \lambda_j^*, \mu_j^*\right)$ جواب بهینه مدل فوق باشد، اثربخشی هزینه مراحل و کل سیستم مطابق روابط زیر بدست می‌آیند:

$$CCE^{stage1} = \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_i^* \Big/ \sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io}, \quad CCE^{stage2} = \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_d^* \Big/ \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_{do},$$

$$CCE^{overall} = \left(\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_i^* + \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_d^*\right) \Big/ \left(\sum_{i=1}^{m} c_{io} x_{io} + \sum_{d=1}^{D} w_{do} z_{do}\right)$$

می‌توانیم مدل (۱۰) را برای انواع بازده به مقیاس، بازده به مقیاس متغیر[1] (VRS)، بازده به مقیاس غیرافزایشی[2](NIRS) و بازده به غیرکاهشی[3](NDRS) بازنویسی نمود. برای این منظور کافی است محدودیت‌های $L \le \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \le U$ و $L \le \sum_{j=1}^{n} \mu_j \le U$ را به مدل اضافه نمود.

تعریف: DMU اثربخش هزینه کل است ($CCE^{overall} = 1$) هرگاه در هر دو مرحله آن، اثربخش هزینه باشند یعنی $CCE^{stage1} = 1$ و $CCE^{stage2} = 1$.

ویژگیهای زیر در مدل‌ها برقرار است:

I) مدل (۱۰) همواره شدنی و کراندار است و مقدار بهینه هدف، کمتر یا مساوی یک است.

II) برای مقادیر اثربخشی تحت فرض CRS و VRS داریم

۱) $CCE^{overall^{CRS}} \le CCE^{overall^{VRS}}$

۲) $CCE^{stage1^{CRS}} \le CCE^{stage1^{VRS}}$ و $CCE^{stage2^{CRS}} \le CCE^{stage2^{VRS}}$

III) اگر $CE^{overall}$، CE^{stage1} و CE^{stage2} به ترتیب کارایی هزینه کلی و هریک از مراحل بدست آمده از مدل کارایی هزینه در سیستم دو مرحله‌ای باشد. در اینصورت روابط زیر را خواهیم داشت:

۱) $CCE^{stage1} \le CE^{stage1}, CCE^{stage2} \le CE^{stage2}$

۲) $CCE^{overall} \le CE^{overall}$

مدل (١٠) را می‌توانیم به صورت مدل (١١)، بازنویسی کنیم:.

$$
\begin{aligned}
\min \quad & w_1\theta + w_2\rho \\
s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \sum_{i=1}^{m} c_{io}x_{ij} \le \theta\alpha_o \qquad \forall i \\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \sum_{d=1}^{D} w_{do}z_{dj} \ge \rho\gamma_o \qquad \forall d \\
& \sum_{j=1}^{n}\mu_j \sum_{d=1}^{D} w_{do}z_{dj} \le \rho\gamma_o \\
& \sum_{j=1}^{n}\mu_j \sum_{r=1}^{s} p_{ro}y_{rj} \ge \beta_o \qquad \forall r \\
& L \le \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \le U \\
& L \le \sum_{j=1}^{n}\mu_j \le U \\
& \theta,\gamma : free,\ \lambda_j \ge 0,\ \mu_j \ge 0,\ \forall j = 1,2,...,n.
\end{aligned}
\qquad (11)
$$

می‌توان به سادگی اثبات نمود که اگر $CCE_{radial}^{overall}$، CCE_{radial}^{stage1} و CCE_{radia}^{stage} به ترتیب اثربخشی هزینه کل فرایند و مراحل یک و دو حاصل از مدل (١١) باشند دراینصورت $CCE^{overall} = CCE_{radial}^{overall}$، $CCE^{stage1} = CCE_{radial}^{stage1}$ و $CCE^{stage2} = CCE_{radial}^{stage2}$

همچنین، مقدار اثربخشی هزینه بدست آمده از مدل (٦) در حالت CRS، در کل سیستم دومرحله‌ای و در هریک از زیر مراحل، همواره کمتر از مقدار اثربخشی هزینه مدل (٧) است. یعنی

$CCE_{free-link}^{overall} \ge CCE_{fixed-link}^{overall}$، $CCE_{free-link}^{stage1} \ge CCE_{fixed-link}^{stage1}$ و $CCE_{free-link}^{stage2} \ge CCE_{fixed-link}^{stage2}$

٥- تعیین اثربخشی شعب بانک

ارزیابی کارایی هزینه و اثربخشی در بانک‌ها فرآیند پیچیده‌ای است که شامل ارزیابی تعاملات در محیطی است که بانک در آن فعالیت می‌کند. در این مقاله داده‌های ٢٦ شعبه یک بانک تجاری ایران را استفاده می‌کنیم [٢٣، ص ١٩٣-٢٠٢]. هر شعبه دارای ساختار دو مرحله‌ای است که:

ورودی‌های مرحله اول: پرسنل (x_1) و بهره سپرده (x_2)

شاخص‌های میانی: مجموع چهار سپرده (z_1) و کمیسیون بانکی (z_2)

خروجی‌ها: تسهیلات (y_1)، بهره بانکی (y_2) و سایر منابع (y_3).

جدول ۱ مجموعه داده‌ها را نشان می‌دهد و آخرین ردیف آن نشان دهنده هزینه واحد مربوط به ورودی‌ها و شاخص‌های میانی است. برای تعیین اثربخشی هزینه، قیمت خروجی‌ها به ترتیب ۱، ۰,۵ و ۱ واحد پولی فرض می‌شوند.

جدول ۱ مجموعه داده‌ها

DMU	x_1	x_2	z_1	z_2	y_1	y_2	y_3
۱	۱۶/۰۷	۹۹۲۷۲/۱۲	۴۱۴۳۷۳۱/۷۸	۱۲۸۶۷/۵۲	۵۸۶۰۴۴۶/۵۱	۳۶۸۴۲/۴۸	۲۶۹۹۵۵/۳۰
۲	۴/۵۱	۲۲۳۵۲/۲۹	۱۲۹۷۸۹۲/۴۷	۳۴۵۳/۷۶	۲۵۸۰۲۱۱/۶۴	۶۲۵۲/۲۷	۱۹۰۰۳/۰۲
۳	۲/۷۰	۲۶۶۱۸/۰۴	۱۵۷۵۷۰۳/۶۲	۶۱۱۹/۳۴	۵۰۵۹۶۰۴/۷۰	۴۳۸۱/۶۶	۱۷۹۰۰۷/۳۰
۴	۹/۳۹	۱۱۹۰۱۵/۹۲	۵۱۶۸۸۴۱/۲۵	۵۷۳۶/۵۸	۱۱۹۵۲۷۵۰/۰۰	۱۳۵۶۷۱/۵۷	۲۴۶۱/۷۲
۵	۴/۸۸	۲۶۸۴۵/۱۶	۱۰۵۹۲۱۴/۲۴	۱۳۵۳/۰۹	۱۴۵۷۱۹۷/۸۸	۱۶۲۹۲/۵۵	۱۲۷۶۸۸/۰۸
۶	۳/۴۶	۱۷۹۴۹/۵۴	۱۲۶۸۴۴۰/۵۷	۱۳۴۷/۲۱	۱۱۵۵۷۴۳/۹۰	۶۲۲۹/۵۵	۱۷۲۴۴/۳۶
۷	۳۲/۷۳	۲۲۷۰۳/۶۳	۹۲۳۷۶۶۶/۶۷	۲۰۱۳۴/۰۵	۱۳۴۶۵۵۸۳/۳۰	۱۹۹۱۳۴/۸۳	۱۸۹۸۵۵/۸۵
۸	۱۶/۱۹	۱۴۸۰۰۱/۶۸	۵۴۴۵۱۷۵/۱۵	۶۱۶۹/۱۶	۶۶۳۴۷۵۹/۴۱	۱۵۴۸۲۶/۵۳	۴۸۸۱۶/۷۰
۹	۲/۹۳	۵۹۰۲۰/۱۲	۱۹۷۲۶۷۹/۶۲	۳۶۹۷/۹۸	۱۷۶۱۹۷۸/۹۱	۱۰۱۱۷/۵۰	۲۸۴۰۴/۷۹
۱۰	۱۶/۵۹	۲۰۳۸۶۲/۷۲	۷۳۴۵۱۶۴/۹۷	۱۵۸۷۹/۲۵	۱۰۰۸۹۴۱۶/۶۰	۱۴۱۸۹۷/۸۴	۹۶۶۵۳/۲۰
۱۱	۳/۵۹	۳۱۲۴۱/۷۴	۱۴۱۰۳۷۵/۵۶	۳۵۲۴/۵۴	۲۶۱۴۲۶۸/۰۶	۱۸۰۷۰/۴۷	۴۱۲۲۱/۳۳
۱۲	۴/۵۳	۵۰۱۱۸/۷۰	۲۴۱۶۶۰۰/۹۴	۳۶۵۱/۷۷	۲۳۱۰۰۳۴/۸۰	۲۹۳۹۲/۰۰	۲۱۱۰۰/۰۶
۱۳	۶/۶۱	۶۹۹۷۴/۱۳	۳۷۹۸۸۹۸/۹۷	۵۸۱۵/۶۱	۴۲۹۷۷۲۱/۸۴	۷۵۷۸۶/۲۲	۳۴۵۶۹/۶۹
۱۴	۷/۸۶	۶۹۷۱۵/۶۰	۲۷۸۸۴۴۵/۳۹	۱۰۲۳۲/۹۰	۳۱۱۰۰۷۲/۰۰	۲۰۳۳۳/۵۳	۴۳۴۲۱/۰۸
۱۵	۱۳/۰۴	۱۰۱۴۱۱/۸۵	۴۸۸۸۸۹۲/۴۱	۱۶۱۷۹/۲۲	۵۲۴۷۷۸۰/۴۹	۴۶۱۶۰/۱۱	۵۵۹۲۹۷/۴۰
۱۶	۳/۹۴	۲۷۲۵۰/۰۳	۱۴۰۵۲۳۷/۲۲	۲۱۰۱/۸۱	۱۵۰۴۴۳۶/۹۶	۱۶۶۶۵/۶۴	۹۰۷۶/۳۹
۱۷	۳/۴۱	۲۹۳۴۹/۷۴	۱۳۹۷۸۰۲/۷۳	۴۶۹۵/۴۵	۸۴۲۳۹۴/۶۲	۹۲۶۳/۵۸	۱۵۲۴۹/۷۰
۱۸	۲۳/۱۸	۴۲۷۸۸۸/۹۷	۱۲۷۷۶۳۳۳/۳۳	۲۵۰۰۰/۳۹	۲۶۵۶۲۴۱۶/۶۰	۲۹۸۲۲۰/۳۱	۱۳۰۶۷۲۵/۶۹
۱۹	۱۳/۶۱	۹۲۹۷۵/۸۹	۳۲۸۵۳۱۵/۳۸	۴۵۲۶/۶۰	۳۳۱۲۱۴۳/۵۴	۱۶۱۹۵/۵۰	۳۶۹۵۰/۷۷
۲۰	۱۴/۵۱	۱۲۶۳۴۲/۵۹	۳۸۴۷۵۷۵/۶۷	۱۴۰۱۵/۸۶	۳۸۳۱۹۹۵/۱۳	۲۵۹۱۹/۰۶	۲۸۲۵۶۲/۱۱
۲۱	۹/۱۷	۶۰۶۰۶/۶۱	۲۱۹۴۱۳۲/۲۱	۷۱۴۵/۵۹	۳۳۹۳۹۹۱/۹۲	۱۲۵۴۰/۴۰	۵۱۰۷۸۳/۵۸

DMU	x_1	x_2	z_1	z_2	y_1	y_2	y_3
٢٢	٩/٩٧	١٣١٣١٥/٤٣	٤٤٥٦٨٤٣/٥٦	١٢٢٦١/٧٧	٢٢٥١٢٣٣/٤٩	١١٨١٢/٤٩	١٥٠٧١٣/٧٧
٢٣	٦/٠٩	٦١٥٢٠/٩٢	١٩٥١٢٥٨/٩٩	٥٢٠١/١٩	١٥٥١٤٢٨/١٩	٩٨٠١/٨٧	٤٥٠٩/٣٧
٢٤	١٦/٦٠	١٩٠١٨٦/٤١	٥٩٨٥٣١٨/٥٤	١٦٠٠٧/٧٦	٥٧٨٨٩٨٣/٠٩	٨٧١٥/١٠	٧٩٣٤٤١/٢٣
٢٥	٨/٥٩	٩٦٥٣١/٤٧	٤٢٠٧١٤٧/٤٤	٤٦٢٥/٦٥	٥٧٦١٥٨٤/٥٣	٣٣٠٩٨/٣٠	٦١٦٠١/٥٥
٢٦	١٠/٥٨	١١٠٢١٥/٨٢	٣٦٦٢٤١٣/٣٦	٥٨٨٩/٩٩	٤٦٧٢٠٤٤/٨٣	١٥٧٣٦/٢٣	٢٥٥٨١٤/٦٥
هزینه واحدها	$٨٣٣/٤	$١	$٠/٢	$١	$١/٥	$٠/٢٥	$٣

جدول ٢ مقادیر کارایی هزینه و اثربخشی هزینه حاصل از مدل ١٠، در سیستم‌های دو مرحله‌ای را نشان می‌دهد. نتایج جدول ٢ نشان می‌دهند درحالت *VRS*، شعب ٣ و ١٨ و در حالت *CRS* شعبه ٣ اثربخش هزینه هستند و مابقی شعب به دلیل عدم اثربخشی در هر دو مرحله خود، دارای اثربخشی هزینه نیستند. همانگونه که مشاهده می‌شود مقدار اثربخشی هزینه در حالت *VRS* بیشتر از حالت *CRS* است.

از مقایسه نتایج اثربخشی هزینه و کارایی مشاهده می‌گردد که واحدهایی که اثربخشی هزینه را در کل فرایند یا هریک از زیر مراحل نشان می‌دهد، حتماً کارایی هزینه خواهد بود اما برعکس این حالت لزوماً برقرار نیست یعنی واحدی ممکن است در کل فرایند یا هر مرحله کارایی هزینه باشد اما اثربخشی هزینه نباشد.

جدول ٢ مقادیر کارایی و اثربخشی هزینه مراحل و کل فرایند سیستم دو مرحله‌ای (ارتباط آزاد)

	اثربخشی هزینه تحت فرض VRS			اثربخشی هزینه تحت فرض CRS			کارایی هزینه تحت فرض VRS			کارایی هزینه تحت فرض CRS		
DMU	CCE^{over}_{VRS}	CCE^{sta}_{VRS}	CCE^{stag}_{VRS}	CCE^{over}_{CRS}	CCE^{sta}_{CRS}	CCE^{stag}_{CRS}	CE^{overa}_{VRS}	CE^{stag}_{VRS}	CE^{stage}_{VRS}	CE^{overa}_{CRS}	CE^{stage}_{CRS}	CE^{stage}_{CRS}
١	٠/٤٧	٠/٣٥	٠/٤٩	٠/٤٦	٠/٣٢	٠/٤٨	٠/٥٧	٠/٤٢	٠/٥٩	٠/٥٥	٠/٣٧	٠/٥٧
٢	٠/٩٠	٠/٨٧	٠/٩١	٠/٥٨	٠/٥٣	٠/٥٩	٠/٩٣	٠/٨٩	٠/٩٣	٠/٦٥	٠/٥٨	٠/٦٥
٣	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠
٤	٠/٨٩	٠/٨٢	٠/٩٠	٠/٦٦	٠/٥٠	٠/٦٨	٠/٩٩	٠/٩٥	١/٠٠	٠/٩٦	٠/٦٧	١/٠٠
٥	٠/٩٥	٠/٦٧	١/٠٠	٠/٤٥	٠/٢٩	٠/٤٧	٠/٩٥	٠/٦٧	١/٠٠	٠/٨١	٠/٥٠	٠/٨٥
٦	٠/٨٤	١/٠٠	٠/٨٣	٠/٢٧	٠/٣٠	٠/٢٧	٠/٨٤	١/٠٠	٠/٨٣	٠/٣٣	٠/٣٥	٠/٣٣

	اثربخشی هزینه تحت فرض VRS			اثربخشی هزینه تحت فرض CRS			کارایی هزینه تحت فرض VRS			کارایی هزینه تحت فرض CRS		
DMU	CCE_{VRS}^{over}	CCE_{VRS}^{stag}	CCE_{VRS}^{stag}	CCE_{CRS}^{over}	CCE_{CRS}^{stag}	CCE_{CRS}^{stag}	CE_{VRS}^{overa}	CE_{VRS}^{stag}	CE_{VRS}^{stage}	CE_{CRS}^{overa}	CE_{CRS}^{stage}	$CE_{CRS}^{stage۲}$
۷	۰/۵۹	۰/۵۲	۰/۶۰	۰/۴۲	۰/۲۹	۰/۴۴	۰/۸۳	۰/۸۱	۰/۸۳	۰/۷۶	۰/۴۸	۰/۸۰
۸	۰/۳۹	۰/۲۷	۰/۴۰	۰/۳۴	۰/۲۲	۰/۳۶	۰/۹۷	۰/۸۰	۱/۰۰	۰/۹۴	۰/۵۵	۱/۰۰
۹	۰/۵۱	۰/۳۴	۰/۵۴	۰/۲۵	۰/۱۵	۰/۲۷	۰/۵۳	۰/۳۵	۰/۵۵	۰/۳۰	۰/۱۸	۰/۳۲
۱۰	۰/۵۰	۰/۳۷	۰/۵۲	۰/۳۹	۰/۲۵	۰/۴۱	۰/۷۰	۰/۵۸	۰/۷۲	۰/۶۸	۰/۴۰	۰/۷۲
۱۱	۰/۸۲	۰/۶۷	۰/۸۴	۰/۵۴	۰/۴۲	۰/۵۶	۰/۹۰	۰/۶۶	۰/۹۳	۰/۶۸	۰/۴۹	۰/۷۰
۱۲	۰/۴۶	۰/۴۱	۰/۴۷	۰/۲۸	۰/۲۳	۰/۲۸	۰/۶۰	۰/۴۷	۰/۶۱	۰/۴۵	۰/۳۴	۰/۴۶
۱۳	۰/۳۷	۰/۳۵	۰/۳۸	۰/۳۳	۰/۳۰	۰/۳۳	۰/۷۸	۰/۷۶	۰/۷۸	۰/۷۱	۰/۶۰	۰/۷۲
۱۴	۰/۴۳	۰/۳۱	۰/۴۵	۰/۳۲	۰/۲۲	۰/۳۳	۰/۴۹	۰/۳۳	۰/۵۱	۰/۳۶	۰/۲۶	۰/۴۱
۱۵	۰/۴۰	۰/۳۵	۰/۴۱	۰/۳۷	۰/۳۰	۰/۳۸	۰/۶۶	۰/۶۰	۰/۶۷	۰/۶۵	۰/۵۱	۰/۶۶
۱۶	۰/۷۴	۰/۶۸	۰/۷۵	۰/۳۱	۰/۲۶	۰/۳۱	۰/۷۵	۰/۶۸	۰/۷۶	۰/۴۵	۰/۳۵	۰/۴۶
۱۷	۰/۷۳	۰/۶۴	۰/۷۵	۰/۱۷	۰/۱۴	۰/۱۸	۰/۷۳	۰/۶۴	۰/۷۵	۰/۲۵	۰/۱۹	۰/۲۶
۱۸	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۶۲	۰/۳۴	۰/۶۷	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۹۲	۰/۴۸	۱/۰۰
۱۹	۰/۳۷	۰/۲۳	۰/۳۹	۰/۲۸	۰/۱۷	۰/۳۰	۰/۴۰	۰/۲۳.	۰/۴۳	۰/۳۴	۰/۱۹	۰/۳۶
۲۰	۰/۳۴	۰/۱۹	۰/۳۷	۰/۳۰	۰/۱۶	۰/۳۳	۰/۴۷	۰/۲۶	۰/۵۱	۰/۴۴	۰/۲۳	۰/۴۸
۲۱	۰/۶۱	۰/۳۹	۰/۶۵	۰/۵۵	۰/۳۴	۰/۵۸	۰/۹۵	۰/۶۳	۱/۰۰	۰/۹۴	۰/۵۷	۱/۰۰
۲۲	۰/۲۴	۰/۱۶	۰/۲۶	۰/۱۵	۰/۰۹	۰/۱۶	۰/۲۵	۰/۱۶	۰/۲۶	۰/۲۱	۰/۱۲	۰/۲۲
۲۳	۰/۵۰	۰/۳۱	۰/۵۳	۰/۲۱	۰/۱۲	۰/۲۳	۰/۵۱	۰/۳۱	۰/۵۴	۰/۲۷	۰/۱۵	۰/۲۹
۲۴	۰/۳۹	۰/۲۴	۰/۴۱	۰/۳۳	۰/۱۹	۰/۳۶	۰/۹۵	۰/۷۱	۰/۹۹	۰/۵۴	۰/۳۰	۰/۵۸
۲۵	۰/۴۲	۰/۳۲	۰/۴۳	۰/۴۰	۰/۳۰	۰/۴۱	۰/۵۱	۰/۴۰	۰/۵۲	۰/۴۹	۰/۳۵	۰/۵۰
۲۶	۰/۳۹	۰/۲۳	۰/۴۲	۰/۳۹	۰/۲۳	۰/۴۱	۰/۴۸	۰/۲۹	۰/۵۱	۰/۴۷	۰/۲۷	۰/۵۰

به عنوان مثال شعب ۳ و ۱۸ در حالت *VRS*، اثربخش هزینه بوده و کارایی هزینه نیز هستند یعنی این شعبه‌ها توانسته‌اند حداکثر خروجی را با حداقل هزینه ایجاد نمایند اما شعبه ۸ در مرحله دوم خود کارایی هزینه است ولی اثربخش هزینه در این مرحله نیست. علی‌رغم اینکه در حالت *VRS* واحد ۵ در مرحله دوم اثربخش هزینه است اما به دلیل عملکرد ضعیف مرحله اول در مجموع مقدار اثربخشی هزینه کل سیستم پایین آمده است؛ بنابراین برای چنین واحدی پیشنهاد می‌شود برای بهبود وضعیت خود باید روی مرحله اول خود متمرکز شود.

در جدول ۳ ستون‌های دوم تا سوم مقادیر بدست آمده از مدل (٦)، ستون چهارم و پنجم مقدار کارایی هزینه دومرحله‌ای، ستون ششم و هفتم اندازه اثربخشی هزینه در حالت جعبه

سیاه و ستون هشتم و نهم، کارایی هزینه در حالت جعبه سیاه را برای دو حالت *VRS* و *CRS* نشان می‌دهند. با مقایسه مقادیر حاصل از مدل‌ها در دو حالت، با درنظر گرفتن اثر شاخص‌های میانی (مدل دومرحله‌ای) وبدون درنظر گرفتن شاخص‌های داخلی (مدل جعبه سیاه) نتایج به وضوح تأثیر شاخص‌های میانی را بر روی اثربخشی هزینه نشان می‌دهد. تعداد واحدهای اثربخش هزینه حاصل از مدل مرسوم در حالت *VRS* چهار مورد هستند؛ درحالی‌که هنگامی که شاخص‌های میانی را در نظر می‌گیریم تنها دو شعبه ٣ و ٨ اثربخش هزینه هستند. شعبه چهارم بدون درنظرگرفتن فرایند داخلی آن (در حالت جعبه سیاه) کارایی هزینه و اثربخش هزینه است اما وقتی در سیستم دو مرحله‌ای شاخص‌های میانی را بکار می‌بریم عدم اثربخشی هزینه را نشان می‌دهد.

جدول ٣ مقادیر اثربخشی هزینه کل فرایند سیستم دو مرحله‌ای در حالت ارتباط ثابت

DMU	$CCE_{VRS}^{overall}$	$CCE_{CRS}^{overall}$	$CE_{VRS}^{overall}$	$CE_{CRS}^{overall}$	$CCE_{VRS}^{black-Box}$	$CCE_{CRS}^{black-Box}$	$CE_{VRS}^{black-Box}$	$CE_{CRS}^{black-Box}$
١	٠/٣٨	٠/٣٢	٠/٤٢	٠/٣٧	٠/٤٢	٠/٣٢	٠/٥٨	٠/٥٨
٢	٠/٨٤	٠/٥٣	٠/٨٦	٠/٥٨	٠/٩٠	٠/٥٣	٠/٩٢	٠/٦٣
٣	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠	١/٠٠
٤	٠/٨٢	٠/٥٠	٠/٩٥	٠/٦٧	١/٠٠	٠/٥٠	١/٠٠	١/٠٠
٥	٠/٦٧	٠/٢٩	٠/٦٧	٠/٥٠	٠/٧٠	٠/٢٩	١/٠٠	٠/٩٤
٦	١/٠٠	٠/٣٠	١/٠٠	٠/٣٥	١/٠٠	٠/٣٠	١/٠٠	٠/٤٣
٧	٠/٥٢	٠/٢٩	٠/٨١	٠/٤٨	٠/٦٣	٠/٢٩	٠/٩٨	٠/٨١
٨	٠/٢٧	٠/٢٢	٠/٨٠	٠/٥٥	٠/٣٠	٠/٢٢	١/٠٠	٠/٨٢
٩	٠/٣٤	٠/١٥	٠/٣٤	٠/١٨	٠/٣٥	٠/١٥	٠/٤٠	٠/٢٢
١٠	٠/٣٧	٠/٢٥	٠/٥٨	٠/٤٠	٠/٤٦	٠/٢٥	٠/٦٦	٠/٦٥
١١	٠/٦٥	٠/٤٢	٠/٦٦	٠/٤٩	٠/٦٩	٠/٤٢	٠/٩٢	٠/٦٥
١٢	٠/٣٩	٠/٢٣	٠/٤٧	٠/٣٤	٠/٤٢	٠/٢٣	٠/٧٢	٠/٥٥
١٣	٠/٣٤	٠/٣٠	٠/٧٦	٠/٦٠	٠/٣٥	٠/٣٠	١/٠٠	٠/٩٨
١٤	٠/٣٠	٠/٢٢	٠/٣٣	٠/٢٦	٠/٣٢	٠/٢٢	٠/٤٤	٠/٣٦
١٥	٠/٣٥	٠/٣٠	٠/٦٠	٠/٥١	٠/٣٨	٠/٣٠	٠/٩٥	٠/٩٣
١٦	٠/٦٨	٠/٢٦	٠/٦٨	٠/٣٥	٠/٧٠	٠/٢٦	٠/٩٥	٠/٥٤

DMU	$CCE_{VRS}^{overall}$	$CCE_{CRS}^{overall}$	$CE_{VRS}^{overall}$	$CE_{CRS}^{overall}$	$CCE_{VRS}^{black-Box}$	$CCE_{CRS}^{black-Box}$	$CE_{VRS}^{black-Box}$	$CE_{CRS}^{black-Box}$
١٧	٠/٦٤	٠/١٤	٠/٦٤	٠/١٩	٠/٦٤	٠/١٤	٠/٧٢	٠/٣٢
١٨	١/٠٠	٠/٣٤	١/٠٠	٠/٤٨	١/٠٠	٠/٣٤	١/٠٠	٠/٩٤
١٩	٠/٢٢	٠/١٧	٠/٢٣	٠/١٩	٠/٢٣	٠/١٧	٠/٣٠	٠/٢٤
٢٠	٠/١٩	٠/١٦	٠/٢٦	٠/٢٣	٠/١٩	٠/١٦	٠/٤٠	٠/٤٠
٢١	٠/٣٨	٠/٣٤	٠/٦٣	٠/٥٧	٠/٣٩	٠/٣٤	١/٠٠	١/٠٠
٢٢	٠/١٨	٠/٠٩	٠/١٥	٠/١٢	٠/١٦	٠/٠٩	٠/٢١	٠/٢٠
٢٣	٠/٣١	٠/١٢	٠/٣١	٠/١٥	٠/٣١	٠/١٢	٠/٣٦	٠/١٩
٢٤	٠/٢٤	٠/١٩	٠/٧١	٠/٣٠	٠/٢٨	٠/١٩	٠/٩٩	٠/٥٢
٢٥	٠/٣٢	٠/٣٠	٠/٤٠	٠/٣٥	٠/٣٤	٠/٣٠	٠/٤٦	٠/٤٤
٢٦	٠/٢٣	٠/٢٣	٠/٢٩	٠/٢٧	٠/٢٣	٠/٢٣	٠/٣٨	٠/٣٨

۶- نتیجه‌گیری

اثربخشی هزینه معیاری برای سنجش میزان توانایی یک سازمان در رسیدن به اهداف آن سازمان از نقطه نظر هزینه‌ها می‌باشد. به بیان دیگر، ارزیابی اقتصادی با استفاده از تکنیک اثربخشی هزینه به تحلیلگر کمک می‌کند تا اثربخش‌ترین مرحله را به منظور دستیابی به اهداف از پیش تعیین شده شناسایی کند و رسیدن به تولید یا خدمتی خاص را با کمترین هزینه ممکن مورد بررسی قرار دهد. در این مقاله، مدل جدیدی برای سنجش اثربخشی هزینه با درنظر گرفتن ارتباطات بین بخش‌های داخلی ارائه گردیده که با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، اثربخشی هزینه را در دو حالت ارتباط آزاد و ارتباط ثابت بین مراحل تعیین می‌کند. در حالت ارتباط ثابت، به دلیل اینکه مرحله دوم همواره اثربخش هزینه است، ازاین‌رو برای اینکه بتوانیم اثربخشی هزینه زیر مراحل را مورد سنجش و ارزیابی قرار دهیم، مدل را برای حالت ارتباط آزاد بسط و گسترش دادیم.

بانک‌ها به عنوان یکی از مهم‌ترین نهادهای مالی، وظایف مهمی را در اقتصاد به عهده دارند. در کشورهای کمتر توسعه‌یافته و اقتصادهای در حال گذار، که دارای بازارهای مالی توسعه‌یافته نیستند، بانک‌ها عموماً تنها نهادهایی هستند که قادر به واسطه‌گری مالی بوده و می‌توانند با ارائه روش‌های گوناگون اعتباری به کاهش ریسک سرمایه‌گذاری کمک کنند، لذا

ارزیابی اثربخشی و کارایی هزینه آن‌ها با منظور نمودن تمامی شاخص‌ها و مراحل عملکردی آن‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بنابراین مدل پیشنهادی روشی مناسب برای تعیین میزان دستیابی بانک‌ها به اهداف خود و سنجش اثربخشی کلی و مراحل درونی آنها می‌باشد. لذا، عملکرد ٢٦ شعبه تجاری بانکی با استفاده از مدل پیشنهادی تحت ارزیابی قرار گرفته‌اند. نتایج نشان می‌دهند شعبی که از لحاظ هزینه کارا هستند الزماً اثربخش هزینه نخواهند بود اما عکس این حالت برقرار است یعنی اگر یک شعبه اثربخش هزینه است الزاماً کارایی هزینه هم خواهد بود. در نتیجه بهترین واحد، شعبه‌ای است که دارای کارایی هزینه و اثربخشی هزینه باشد. همچنین به کمک این مدل می‌توان عامل اثربخش نبودن شعب بانکی را تعیین نموده و مرحله غیراثربخش را مشخص کرد. با توجه به نادقیق بودن بعضی از پارامترها در جهان واقعی، تعمیم مدل‌های پیشنهادی در محیط نادقیق (داده‌های فازی و ...) می‌تواند از تحقیقات آتی باشد.

٧- پی‌نوشت‌ها

١. Decision making unit
٢. Data envelopment analysis
٣. Cost effectiveness
٤. Camanho & Dyson
٥. Constant Return to Scale
٦. Thanassoulis et al.
٧. Fukuyama & Khanjani Shiraz
٨. Wang et al.
٩. Wu
١٠. Moreno & Lozano
١١. Fukuyama & Weber
١٢. Fukuyama & Matousek
١٣. component analysis
١٤. Technical Efficiency
١٥. Cost Efficiency
١٦. Profit Efficiency
١٧. Scale Efficiency
١٨. Constant Return to Scale
١٩. Kao & Hwang
٢٠. Chen et al.
٢١. Variable Returns to Scale
٢٢. Increasing Return to Scale
٢٣. Decreasing Return to Scale

٨- منابع

[١] Chang, K.C., Lin, C.-L., Cao, Y., Lu, C.-F., Evaluating Branch Efficiency of a Taiwanese Bank Using Data Envelopment Analysis with an Undesirable Factor, African Journal of Business Management, ٥(٨), ٢٠١١, ٣٢٢٠-٣٢٢٨.

[٢] Camanho, A.S. Dyson, R.G. Cost efficiency, production and value-added

models in the analysis of bank branch performance. Journal of Operational Research Society, ٥٦, ٢٠٠٥, ٤٨٣- ٤٩٤.

[٣] Thanassoulis,E., Portela, M.C.S., Despic, O., Data envelopment analysis: the mathematical programming approach to efficiency analysis. In H.O, ٢٠٠٨.

[٤] Fukuyama, H., Khanjani Shiraz, R. Cost-effectiveness measures on convex and non-convex technologies. European Journal of Operational Research, ٢٤٦ (١), ٢٠١٥, ٣٠٧–٣١٩.

[٥] Hejazi. R., Anvari rostami, A., Moghadasi, M., Total productivity analysis of export development bank of Iran and productivity growth in branches: a data envelopment analysis application, Jornal of industrial management (management knowledge), ١, ٢٠٠٨, ٣٩-٥٠.

[٦] Mehrabiyan,S.,Saati,S., Hadi,A., efficiency Assessment in Eghtesad Novin Bank Branches Using Hybrid of Artificial Neural Network and Data Envelopment Analysis. Journal of Operational Research in Its Applications ٨, ٤, ٢٠١١, ٢٩-٣٩.

[٧] Usefi, SH.,Fahimi,M.,Mohammadi,D., Abdollahzadeh, A.A., Evaluation of Performance Branches of Melat Bank Using Hybrid Techniques DEA/AHP. Journal of Operational Research in Its Applications ١١,٣, ٢٠١٤, ١٠٩-١٢٣,.

[٨] Azar,A.,Zarei Mahmoudabadi, M., Moghbel,A., Khadivar, A., Evaluating the Productivity of a Bank's Branches Using Network Data Envelopment Analysis Approach(Case Study:A Bank in Guilan Province). Journal of Monetary and Banking Research, ٧, ٢٠, ٢٠١٤, ٢٨٥-٣٠٥.

[٩] Hemati M., Abbasi S. Representing a Multi-Step Technique of the Common weights and TOPSIS in order to Ranking of Units, Modern Researches in Decision Making, ١, ٢, ٢٠١٦, ١٩٣-٢١٥.

[١٠] Ramazanian, M.R., Yakideh, K., Akhavan Deilami, L, Investigation of bank management performance using DEA technique (case study of different branches of Tehran Banks), Journal of Productivity Management, ١٣,٤٩, ٢٠١٩,

١٢٣-١٤٤.

[١١] Wang, K., Huang, W., Wu, J., Liu, Y. N., Efficiency Measures of the Chinese Commercial Banking System Using an Additive Two-Stage DEA. Omega, ٤٤, ٢٠١٤, ٥-٢٠.

[١٢] Wu, Y., Ting, I., Lu, W., Nourani, M., Kweh, Q., The impact of earnings management on the performance of ASEAN banks. *Economic Modelling*, ٥٣, ٢٠١٦, ١٥٦-١٦٥.

[١٣] Moreno, P. & Lozano, S.. Super SBI Dynamic Network DEA approach to measuring efficiency in the provision of public services. *International Transactions in Operational Research*, ٢٠١٦, ١-٢١.

[٤] Fukuyama, H., Weber, W.L., Japanese bank productivity, ٢٠٠٧-٢٠١٢: A dynamic network approach. *Mimeo*, ٢٢, ٤, ٢٠١٦, ٦٤٩-٦٧٦

[١٥] Fukuyama, H., & Matousek, R., Modelling Bank Performance: A Network DEA Approach, European Journal of Operational Research, ٢٥٩(٢), ٢٠١٦, ٧٢١-٧٣٢

[١٦] Nikneshan M., A. , S. Designing Multilevel Assessment model to evaluate science and technology parks using DEA, Modern Researches in Decision Making, ٣(٤) ٢٠١٩, ٢٠١-٢٢٢.

[١٦] Hamidi, N., Fazli S., Akbari R., Identifying Inefficient Bank Branches Using DEA and Use of Integrated Strategies in Order to Increase Performance Branches. IQBQ,. *Management Research in Iran*, ١٥ (٣), ٢٠١١, ٨٧-١٠٣.

[١٧] Nobahar E, Azar A. Developing a Performance Evaluation Model for Bank Branches Using a Hybrid Approach of Pca and Dea: Case of Third Level Branches of Keshavarzi Bank. ORMR, *Management Research in Iran*, ٥ (٣), ٢٠١٥, ١-٢٢. (In Persian)

[١٨] Taghavifard, M.T., Amiri. M., Mozafari, R., Measuring the Managerial Efficiency of Bank Branches: A Three-Stage DEA Analysis (In Melli Bank of Iran), Modern Researches in Decision Making, ٢(١), ٢٠١٧,٥٢-٧١.

[۲۰] Cooper W.W, Seiford L., Tone K, DATA ENVELOPMENT ANALYSIS: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software, ۲۰۰۷, Springer.

[۲۱] Kao, C., Hwang, S.N., Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. European Journal of Operational Research, ۱۸۵(۱) , ۲۰۰۸, ٤۱۸- ٤۲۹.

[۲۲] Chen, Y., Cook, W.D., Li, N., Zhu, J., Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. European Journal of Operational Research, ۱۹٦(۳), ۲۰۰۹, ۱۱۷۰-۱۱۷٦.

[۲۳] Khaleghi, M. & Jahanshahloo, G., Zohrehbandian M. and Lotfi, F. H., Return to scale and scale elasticity in two stage DEA, Mathematical and Computational Applications, ۱۷, ۳, ۲۰۱۲, ۱۹۳-۲۰۲.