پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری
دوره ۳، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷

قیمت‌گذاری پویا و بهینه‌سازی طول دوره گارانتی در طول چرخه عمر محصول (مطالعه موردی: شرکت صنام الکترونیک)

محسن افصحی[۱]، علی حسین‌زاده کاشان[۲*]، بختیار استادی[۳]، سید حسام‌الدین ذگردی[۴]

۱- دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
۲- استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
۳- استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
۴- استاد، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

دریافت: ۱۳۹۶/۲/۱۳ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۰/۹

چکیده

گارانتی یکی از مؤلفه‌های مهم در بازاریابی به شمار می‌آید. بدیهی است که پیشنهاد گارانتی با مدت‌زمان طولانی‌تر از طرف تولیدکننده تأثیر مستقیم برافزایش فروش خواهد گذاشت ولی از طرف دیگر، هزینه‌های شرکت با افزایش طول دوره گارانتی افزایش می‌یابد. مسئله این تحقیق بیشینه‌سازی سود تولیدکننده است که از اجزای درآمدی و هزینه‌ای تشکیل می‌شود. برخلاف اغلب مقالات در حوزه گارانتی که فقط تصمیمات مربوط به محصولات تحت گارانتی را بررسی می‌کنند، در این تحقیق نقشی که محصولات از گارانتی خارج‌شده بر تصمیمات تولیدکننده می‌تواند داشته باشد نیز در نظر گرفته شده است. بدین منظور، مدل ارائه‌شده قابلیت محاسبه تعداد خرابی‌های محصولات تحت گارانتی و از گارانتی خارج‌شده (بر اساس نرخ خرابی محصولات) در بازه‌های زمانی برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی را دارد. همچنین تقاضای محصول مطابق با چرخه عمر آن، تابعی از زمان، قیمت و طول دوره گارانتی است. قیمت فروش و طول دوره گارانتی به ترتیب اثر مستقیم و عکس بر تقاضای محصول دارند. بدین ترتیب، تصمیم‌گیری توأمان در رابطه باقیمت محصول در بازه‌های زمانی مختلف و طول دوره گارانتی از اهمیت بالایی برخوردار است. برای حل مسئله از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات و بهینه‌سازی مُلهَم

* نویسنده مسئول مقاله: E-mail: A.kashan@modares.ac.ir

از اپتیک استفاده شده است. به‌منظور بررسی نحوه تأثیر متغیرها بر سودآوری تولیدکننده، مدل پیشنهادی با استفاده از داده‌های شرکت صنام الکترونیک حل شده و مورد تحلیل قرارگرفته است.

واژگان کلیدی: گارانتی؛ قیمت‌گذاری پویا؛ چرخه عمر محصول؛ بهینه‌سازی ازدحام ذرات؛ بهینه‌سازی ملهم از اپتیک.

۱- مقدمه

جوامع صنعتی مدرن با ویژگی‌هایی نظیر نرخ فزاینده‌ی تولید محصولات تجاری و صنعتی در بازار، پیچیدگی روزافزون محصولات، افزایش تقاضای مشتریان و نظارت دقیق دولت بر کیفیت محصولات شناخته می‌شوند [۱]. در این شرایط که محصولات ازنظر فنّاوری بسیار به یکدیگر نزدیک هستند، تولیدکنندگانی می‌توانند سهم بازار بیشتری کسب کنند که از گارانتی به‌عنوان مزیت رقابتی به‌صورت مطلوب استفاده نمایند [۲].

کیفیت گارانتی[۱] ارائه‌شده بر رضایت مشتریان تأثیر مثبت داشته و این امر خود، تعداد مشتریان وفادار تولیدکننده را افزایش می‌دهد [۳]. بدین ترتیب، گارانتی علاوه بر اینکه بر میزان رضایت مشتریان تأثیرگذار است، به‌عنوان یک ابزار مهم بازاریابی باعث افزایش سودآوری تولیدکننده نیز می‌شود. به‌طور مثال، حاشیه‌ی سود با گارانتی ۳۰ درصد و سود فروش بدون گارانتی ۱۰ درصد است [۴]. به دلیل فشار رقابتی، بسیاری از تولیدکنندگان خودرو و دستگاه‌های الکترونیکی، گارانتی را به‌عنوان یک عامل مهم در افزایش توان رقابتی می‌دانند؛ چراکه گارانتی یک ابزار قدرتمند برای تمایز محصولات تولیدکنندگان در شرایطی است که محصولات ازنظر مشخصات فنی و ظاهری بسیار نزدیک به یکدیگرند.

بنابراین گارانتی با مدت‌زمان طولانی‌تر این پیام را به مشتری می‌دهد که اولاً محصول از قابلیت اطمینان بالاتری برخوردار است و ثانیاً، مشتری هزینه کمتری نسبت به خرابی-های محصول متحمل می‌شود [۵].

---

۱. گارانتی در فرهنگ ایران با معادل لاتین خود که guarantee نام دارد، تفاوت دارد و درواقع، چیزی موسوم به limited warranty است که یک نوع ضمانت محدود است. بنابراین گارانتی در کشور ایران همان limited warranty در فرهنگ غربی است که نوعی تضمین جبران خسارت محدود به خطای کارکردی سازنده است؛ نه مربوط به خطای کاربر یا اتفاقی خارج از حیطه تولیدکننده مانند نوسانات برق، ضربه و از همه مهم‌تر، استفاده ناصحیح از وسیله. با توجه به استفاده گسترده کلمه گارانتی در ایران، در این مقاله از کلمه گارانتی استفاده می‌شود.

در این شرایط، بدیهی است که همواره تولیدکنندگان تمایل دارند محصولات خود را با گارانتی طولانی‌تر به بازار عرضه کنند، ولی ازآنجایی‌که معمولاً در طول دوره گارانتی تولیدکننده موظف است که خرابی‌ها را به‌طور رایگان برطرف نماید، با افزایش طول دوره گارانتی، هزینه‌های تولیدکننده افزایش می‌یابد [۶]. بنابراین اولین چالشی که تولیدکننده با آن مواجه می‌شود، تعیین بهینه طول دوره گارانتی است. علاوه بر طول دوره گارانتی که بر تقاضای محصول تأثیرگذار است، قیمت محصول در بازه‌های زمانی مختلف در عمر محصول نیز ازجمله مواردی است که تأثیر مستقیم بر تقاضای محصول دارد؛ بنابراین، تصمیم‌گیری توأمان در رابطه باقیمت و طول دوره گارانتی می‌تواند به افزایش سودآوری تولیدکننده کمک نماید [۷].

در دنیای واقعی سودآوری تولیدکنندگان از دو منبع اصلی تأمین می‌شود: ۱) سود حاصل از فروش محصول اصلی و ۲) سود حاصل از فروش قطعات یدکی به محصولات از گارانتی خارج‌شده. محاسبه تعداد خرابی محصولات تحت گارانتی و از گارانتی خارج‌شده در بازه‌های زمانی مختلف از پیچیدگی بالایی برخوردار است؛ چراکه همواره محصولاتی که تولید می‌شوند، به محصولات تحت گارانتی اضافه‌شده و محصولاتی که گارانتی آن‌ها به اتمام می‌رسد نیز از جمعیت محصولات تحت گارانتی کم شده و به محصولات از گارانتی خارج‌شده اضافه می‌شوند. بنابراین، چالش اصلی در اینجا محاسبه تعداد خرابی مربوط به محصولات تحت گارانتی و از گارانتی خارج‌شده در هر بازه زمانی است. در این تحقیق برای اولین بار و با رویکردی جدید، این مدل‌سازی به‌گونه‌ای صورت گرفته است که قابلیت محاسبه تعداد خرابی محصولات تحت گارانتی و از گارانتی خارج‌شده در هر بازه زمانی از چرخه عمر محصول را داشته باشد تا به این وسیله، تولیدکننده از میزان نیاز به قطعه یدکی در بازه‌های زمانی مختلف آگاه شود.

بدین ترتیب، هدف در این تحقیق بیشینه‌سازی سود تولیدکننده به‌واسطه قیمت‌گذاری پویای محصول در دوره‌های مختلف زمانی چرخه عمر و تعیین مقدار بهینه طول دوره گارانتی است.

در ادامه، در بخش دوم مروری بر تحقیقات مشابه در این حوزه صورت گرفته است. در بخش ۳ مدل مسئله معرفی می‌شود. در بخش ۴، مطالعه‌ای موردی در رابطه با محصولات شرکت صنام الکترونیک موردبررسی قرارگرفته و نتایج حاصل‌آمده تحلیل می‌شود و درنهایت به نتیجه‌گیری و بحث در بخش پنجم پرداخته می‌شود.

۲- مرور پیشینه تحقیق

در مبانی نظری موضوع، از قیمت و گارانتی به‌عنوان دو عامل کلیدی و تأثیرگذار بر تقاضای محصول یادشده است. بدیهی است که افزایش گارانتی تأثیر مثبت بر تقاضای محصول دارد، ولی افزایش قیمت بااینکه سود تولیدکننده را افزایش می‌دهد، لکن باعث کاهش قدرت خرید مشتریان می‌شود [۸].

کلیکمن و برگر [۹] برای اولین بار تابع تقاضای محصول را به متغیرهای قیمت و طول دوره گارانتی ارتباط دادند و باهدف بیشینه‌سازی سود، مقادیر بهینه قیمت و طول دوره گارانتی را محاسبه نمودند. در سیاست گارانتی آن‌ها، تعویض رایگان در نظر گرفته‌شده بود و هزینه تعویض نیز ثابت بود. تقاضا به‌صورت نمایی به قیمت و طول دوره گارانتی وابسته بود. متوسط فروش (تقاضا) با تابعی غیرخطی به‌صورت $q(p,w)=k_1 p^{-a}(w+k_2)^b$ نشان داده‌شده که $k_1>0$، $k_2\geq 0$، $a>1$ و $0<b<1$ است. ثابت k_1 ضریب میزان تأثیر[1]، k_2 نیز ثابتی از جنس زمان است که در صورت صفر بودن طول دوره گارانتی، تضمین می‌کند که تقاضا مثبت باشد. در مدل آن‌ها، تابع هدف یا متوسط سود کل با $\pi(p,w)$ نشان داده‌شده که p قیمت فروش و w طول دوره گارانتی است و تابع هدف بدین‌صورت است: $\pi(p,w)=[p-c(1+M(w))]q(p,w)$ که $M(w)$ متوسط تعداد خرابی در واحد محصول در طول دوره گارانتی است. میترا و پاتانکار [۱۰] مسئله‌ای چندهدفه با برنامه‌ریزی آرمانی با استفاده از تابع تقاضا به‌منظور تخمین طول دوره گارانتی حل نمودند. مسئله مطرح‌شده در تحقیق لین و شو [۱۱] تعیین قیمت و طول دوره گارانتی بود؛ به‌طوری‌که تقاضا تابعی از قیمت، طول دوره گارانتی و مقدار تجمعی فروش به‌منظور بیشینه‌سازی سود تولیدکننده با در نظر گرفتن توابع عمر متفاوت انجام‌شده بود. هوآنگ و لیو [۱۲] علاوه بر قیمت و طول دوره گارانتی، پایایی محصول را هم در نظر گرفتند و مسئله را برای حالات بازار مانا و بازار پویا موردمطالعه قراردادند. وو و همکاران [۱۳] نیز با متغیرهای تصمیم مشابهی سعی در بیشینه‌سازی سود تولیدکننده داشتند؛ البته با این تفاوت که عمر محصول از تابع ویبول پیروی کند. مدل پیشنهادی در مرجع [۱۴] قیمت، طول دوره گارانتی و میزان تولید به‌منظور بیشینه‌سازی سود تولیدکننده را به عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفته است. کیم و پارک

1. Amplitude factor

[۱۵] مسئله بهینه‌سازی قیمت محصول و تعیین طول دوره گارانتی را به‌صورت یکپارچه با تولید قطعات یدکی در نظر گرفتند که در تحقیق آن‌ها محصولات از گارانتی خارج‌شده در نظر گرفته نشده بود. مرجع [۱۶] سعی در تعیین قیمت خرده‌فروشی و سطح موجودی برای محصولات با فنّاوری بالا با فرض معلوم بودن دوره گارانتی داشته است. مقاله [۱۷] به تعیین سیاست‌های قیمت‌گذاری محصولات استفاده‌شده پرداخته است. نویسندگان فرض بر این داشتند که قیمت‌گذاری و سیاست گارانتی به سطح باز تعمیر محصول بستگی دارد. در تحقیق [۱۸]، مدلی ریاضی جهت قیمت‌گذاری و تعیین طول دوره گارانتی به همراه بهینه‌سازی بازه‌های زمانی تعمیر کامل با فرض تعمیر کمینه در هر خرابی ارائه شده است. پژوهش [۱۹] به قیمت‌گذاری و تعیین طول دوره گارانتی با فرض تجدیدپذیری گارانتی و ایستا بودن قیمت پرداخته است. در تحقیق [۲۰]، مدلی ریاضی ارائه شده است که با رویکرد حل دقیق به بهینه‌سازی مدت‌زمان تولید و طول دوره گارانتی با هدف بیشینه‌سازی سود تولیدکننده با فرض تعمیر یا تعویض رایگان در هر خرابی می‌پردازد. در تحقیق [۲۱] بر اساس رویکرد مدیریت درآمد، مدلی ارائه شد که این امکان را به تولیدکنندگان می داد که علاوه بر قیمت گذاری محصول اصلی، گارانتی محصول نیز قیمت‌گذاری شود. نصرالهی و اصغری‌زاده مدلی جهت قیمت‌گذاری محصولات تحت وارانتی با فرض ریسک‌گریز بودن مشتریان ارائه دادند که در آن تحقیق وارانتی از نوع PRW[1] فرض شده است [۲۲].

تا آنجایی که نویسندگان اطلاع دارند، تمامی مدل‌های موجود در تحقیقات قیمت‌گذاری محصولات تحت گارانتی باهدف بهینه‌سازی سود و هزینه‌های تولیدکننده، فقط محصولات تحت گارانتی را در نظر گرفته‌اند؛ درحالی‌که در بسیاری از صنایع مانند خودروسازی و وسایل الکترونیکی، سهم بزرگی از حاشیه سود تولیدکننده به فروش قطعاتِ یدکی به محصولات از گارانتی خارج‌شده مربوط می‌شود. بنابراین، در این تحقیق برای اولین بار، نقش فروش قطعات یدکیِ محصولات از گارانتی خارج‌شده بر درآمد تولیدکننده مورد مدل‌سازی قرار گرفته است. همچنین در مدل ریاضی ارائه‌شده، چرخه عمر محصول و بازه تعهد وجود قطعات یدکی در بازار در نظر گرفته شده که این امر موجب می‌شود تولیدکننده چشم‌انداز مناسبی از تعیین دوره تولید محصول و قطعات یدکی داشته باشد.

در این مقاله هدف، ارائه مدلی ریاضی است که به‌واسطه آن بتوان قیمت محصول در

1. Pro-Rate Warranty

بازه‌های مختلف زمانی و طول دوره گارانتی را به‌منظور بیشینه‌سازی سود تولیدکننده تعیین کرد. تقاضای محصول تابعی از قیمت، طول دوره گارانتی و زمان در نظر گرفته‌شده بوده و تعداد خرابی محصولات تحت گارانتی و از گارانتی خارج‌شده در بازه‌های مختلف زمانی بر اساس نرخ خرابی آن‌ها موردمحاسبه قرار می‌گیرد.

۳- شرح مسئله

هدف مسئله این تحقیق، بیشینه‌سازی سود تولیدکننده است که از اجزای درآمدی و هزینه‌ای تشکیل می‌شود. درآمد تولیدکننده شامل فروش محصول اصلی و فروش قطعات یدکی به محصولات از گارانتی خارج‌شده بوده و هزینه‌ها عبارت‌اند از: تأمین قطعات یدکی مرتبط با خرابی محصولات تحت گارانتی و از گارانتی خارج‌شده و هزینه بازتولید قطعات یدکی. تقاضای محصول اصلی تابعی از زمان، طول دوره گارانتی و قیمت محصول است که با طول دوره گارانتی رابطه مستقیم و باقیمت محصول رابطه عکس دارد. همچنین با رویکردی نوین تعداد خرابی محصولات تحت گارانتی و از گارانتی خارج‌شده در هر دوره زمانی برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی موردمحاسبه قرار می‌گیرد.

۳-۱- فرضیات و نمادگذاری

فرضیات در نظر گرفته‌شده در این تحقیق به‌صورت زیر است:

۱. خرابی محصولات از توزیع نمایی پیروی می‌کند؛

۲. تمام شکایات در طول دوره گارانتی معتبر است؛

۳. سیاست گارانتی در این تحقیق، تجدیدناپذیر و با هزینه تعویض/تعمیر رایگان (FRW[1]) است.

همچنین نمادهای استفاده‌شده در این تحقیق در جدول زیر نشان داده‌شده است:

زیروندها (اندیس‌ها)	توضیحات
i	شمارنده تعداد مؤلفه کلیدی $i \in \{1,2,...,I\}$؛
s	شمارنده دوره‌های برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی $s \in \{1,2,...,T+g\}$؛
j	شمارنده دوره‌های قیمت‌گذاری $j \in \{1,...,l.(T+g)\}$.

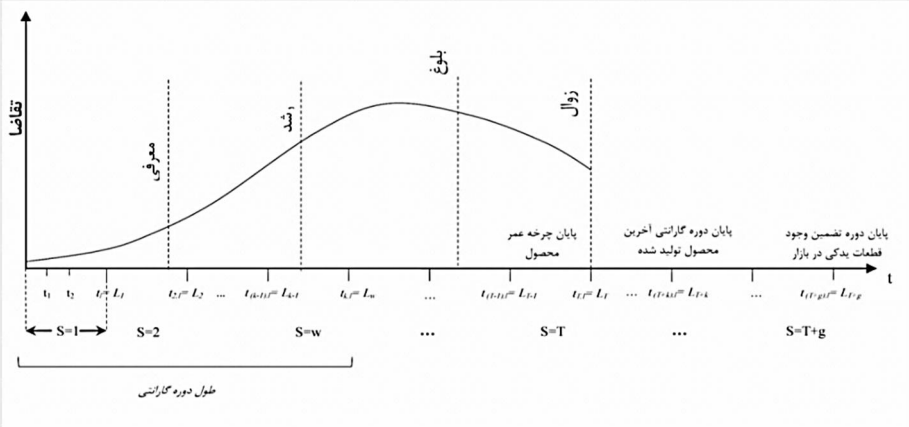
1. Free Replacement Warranty

پارامترها	توضیحات
I	تعداد مؤلفه‌های کلیدی در هر محصول؛
l	تعداد دوره‌های قیمت‌گذاری در هر دوره برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی؛
t_j	پایان jاُمین دوره قیمت‌گذاری؛
T	طول چرخه عمر بر اساس دوره‌های برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی؛
g	تعداد دوره‌هایی که تولیدکننده تضمین می‌کند قطعات یدکی در بازار موجود باشد؛
L_s	زمان پایان دوره s ام؛
$W_{\min}$	حداقل مقدار طول دوره گارانتی؛
$W_{\max}$	حداکثر مقدار طول دوره گارانتی؛
$P_{\min}$	حداقل مقدار قیمت؛
$P_{\max}$	حداکثر مقدار قیمت؛
c	هزینه تولید محصول؛
pc_i	قیمت فروش مؤلفه i به محصولات از گارانتی خارج‌شده؛
co_i	هزینه تولید مؤلفه i؛
cr_i	هزینه نوسازی مؤلفه i؛
α_i	درصد خرابی‌های مربوط به مؤلفه i؛
δ_i	درصد مؤلفه‌هایی که مورد نوسازی قرار می‌گیرند؛
λ	نرخ خرابی محصولات؛
ρ_w	پارامتر سطح خدمت برای محصولات تحت گارانتی؛
ρ_{pw}	پارامتر سطح خدمت برای محصولات از گارانتی خارج‌شده؛
U	حداکثر تقاضای بازار؛
η	زمانی که تقاضا به حداکثر مقدار در چرخه عمر محصول می‌رسد؛
D_0	تقاضای اولیه.
متغیرهای وابسته	**توضیحات**
y_{js}^k	متغیر تصادفی تعداد خرابی برای محصولات با وضعیت k که در دوره

	قیمت‌گذاری j تولیدشده و در دوره s خراب می‌شوند؛
n^{k}_{js}	حداکثر تعداد خرابی‌ها برای محصولات با وضعیت k که در دوره قیمت‌گذاری k تولیدشده‌اند و در دوره s خراب می‌شوند؛
$S(j, P_j, w)$	تابع فروش محصول در دوره j باقیمت P_j و طول دوره گارانتی w؛
$D_w(s)$	حداکثر تعداد خرابی برای محصولات تحت گارانتی در دوره s؛
$D_{pw}(s)$	حداکثر تعداد خرابی برای محصولات از گارانتی خارج‌شده در دوره s؛
$M_i(s)$	تعداد مؤلفه‌های i که در دوره s تولید می‌شود؛
$N_i(s)$	تعداد مؤلفه‌های نوع i که با موفقیت در دوره s نوسازی شده‌اند.

متغیرها	توضیحات
P_j	قیمت فروش در دوره j‌ام؛
w	طول دوره گارانتی.

در این تحقیق، دوره برنامه‌ریزی از دو بخش چرخه عمر محصول و دوره تضمین وجود قطعات یدکی تشکیل‌شده است. این دوره برنامه‌ریزی به دوره‌های کوچک‌تری با نام دوره برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی یا به‌اختصار دوره برنامه‌ریزی تولید تقسیم می‌شود. هر دوره برنامه‌ریزی تولید نیز به دوره‌های کوچک‌تری با عنوان دوره‌های قیمت‌گذاری تقسیم‌شده است. در هر دوره برنامه‌ریزی تولید، ابتدا باید محاسبه کرد که چه تعداد از محصولات تولیدشده، تحت گارانتی هستند و چه تعداد از گارانتی خارج‌شده‌اند؛ چراکه در هر دوره زمانی همواره تعدادی محصول به محصولات تحت گارانتی اضافه‌شده و تعدادی هم از گارانتی خارج می‌شوند. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده‌شده، دوره برنامه‌ریزی از $T+g$ دوره برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی تشکیل‌شده است. تولید محصولات تا دوره T انجام می‌شود، ولی تا دوره $T+w$ همچنان محصولِ تحت گارانتی در بازار وجود خواهد داشت. همچنین از دوره $T+w$ تا دوره $T+g$، تولیدکننده تعهد دارد که قطعات یدکی را در بازار فراهم نماید. قطعات یدکی از دو بخش فراهم می‌شود: ۱) بازتولید قطعات معیوب و ۲) تولید. بنابراین، تولیدکننده به‌منظور پاسخ به نیاز قطعات یدکی بازار در هر دوره برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی باید تخمین مناسبی از تعداد قطعات یدکی مربوط به محصولات تحت گارانتی و از گارانتی خارج‌شده داشته باشد.



شکل ۱ دوره برنامه‌ریزی محصول مدل‌سازی مسئله

در این بخش، مدل ریاضی مسئله بر اساس فرضیات و نمادگذاری معرفی‌شده در بخش ۳ موردبحث قرار می‌گیرد.

۳-۲- تابع هدف

تابع هدف در این تحقیق بیشینه‌سازی سود حاصل از فروش محصول اصلی و قطعات یدکی به محصولات از گارانتی خارج‌شده در نظر گرفته‌شده است.

$$\max z = \sum_{j=1}^{l.T}\left(P_j - c\right).S(j,P_j,w) + \sum_{i=1}^{I} pc_i.\sum_{s=w+1}^{T+g}\left(\alpha_i D_{pw}(s)\right) - \sum_{i=1}^{I} cr_i.\sum_{s=1}^{T+g} N_i(s) - \sum_{i=1}^{I} co_i.\sum_{s=1}^{T+g} M_i(s) \quad (۱)$$

در رابطه ۱ اولین عبارت، سود حاصل از فروش محصول اصلی را در طول چرخه عمر محصول نشان می‌دهد که از حاصل‌ضرب سود هر محصول در مقدار تولید محصول در بازه‌های مختلف زمانی تشکیل‌شده است. عبارت دوم، درآمد حاصل از فروش قطعه یدکی به محصولات از گارانتی خارج‌شده را نشان می‌دهد. عبارت سوم هزینه نوسازی مؤلفه‌های خراب و درنهایت، عبارت پنجم هزینه تولید قطعات یدکی را نشان می‌دهد.

رابطه ۲ رفتار تقاضای محصول اصلی را نسبت به زمان در طول چرخه عمر نشان می‌دهد. در این رابطه، η زمان بلوغ محصول در نظر گرفته شده است؛ بنابراین تقاضا تا قبل از آن، روندی صعودی و بعد از آن، روندی نزولی خواهد داشت.

$$S(j)=\begin{cases}\dfrac{U}{\left(1+\Psi e^{-\lambda_d U j}\right)}, & 0\le j\le \eta \\ \dfrac{U}{\left(\lambda_d U\left(j-\eta\right)+\theta\right)}, & \eta\le j\le T.l\end{cases} \qquad (۲)$$

$$\Psi=\frac{U}{D_0}-1$$

$$\theta=1+\varphi e^{-\lambda_d U\eta}$$

رابطه ۳ مقدار نهایی تقاضا را بر اساس این اصل محاسبه می‌کند که تقاضا با طول دوره گارانتی رابطه مستقیم و باقیمت محصول رابطه عکس دارد. در این رابطه، k_1 ضریب تأثیر قیمت و k_2 ضریب تأثیر طول دوره گارانتی است. رابطه ۴ تضمین می‌کند که مقدار طول دوره گارانتی همواره بین حدود بالا و پایین قرار گیرد.

$$S(j,p_j,w)=S(j)-k_1(p_j-P_{\min})+k_2 w,\ \ \forall k_1>0,\ k_2>0. \qquad (۳)$$

$$W_{\min}\le w\le W_{\max} \qquad (۴)$$

به دلیل اینکه اغلب مشتریان از نوع کوته‌بین[1] هستند، قیمت محصولات به‌صورت نزولی کاهش می‌یابد؛ رابطه ۵ این مفهوم را نشان می‌دهد. رابطه ۶ بیان می‌کند که طول دوره گارانتی باید بین مقدار حداکثر و حداقل قابل‌قبول باشد.

$$P_{j-1}\ge P_j \qquad \forall j\in\{1,...,(T+g)\times l\} \qquad (۵)$$

$$P_{\min}\le p_j\le P_{\max} \qquad \forall j\in\{1,...,(T+g)\times l\} \qquad (۶)$$

1. Myopic

۳-۳- وضعیت محصولات

در هر دوره برنامه‌ریزی تولید، بر اساس اینکه این دوره در چه بخشی از بازه برنامه‌ریزی قرار دارد، محصولات ممکن وضعیت‌های متفاوتی داشته باشند. وضعیت محصول در هر دوره نشان می‌دهد که این محصول در آن دوره تحت گارانتی است، از گارانتی خارج می‌شود یا در دوره‌های قبلی از گارانتی خارج‌شده است.

هر محصول می‌تواند در هر دوره یک یا دو وضعیت از پنج وضعیت را داشته باشد. وضعیت ۱ تا ۳ برای محاسبه تعداد خرابی محصولات تحت گارانتی مورداستفاده قرار می‌گیرد و وضعیت ۴ و ۵ برای محصولات از گارانتی خارج‌شده. در ادامه، هر یک از این وضعیت‌ها موردبررسی قرار می‌گیرد:

وضعیت ۱: محصولاتی که در هر دوره برنامه‌ریزی تولید می‌شوند، دارای وضعیت یک هستند. بنابراین، احتمال خرابی آن‌ها در این دوره متناسب با نسبتی از زمان است که در این دوره حضور دارند.

وضعیت ۲: این وضعیت نشان می‌دهد که محصول کل دوره برنامه‌ریزی تولید تحت گارانتی است.

وضعیت ۳: اگر در دوره‌ای محصول وضعیت ۳ را داشته باشد، بدین معنی است که گارانتی محصول در این دوره به اتمام می‌رسد.

وضعیت۴: وضعیت ۴ مکمل وضعیت ۳ است؛ بدین معنی که به‌واسطه وضعیت ۴ احتمال خرابی محصولات از گارانتی خارج‌شده در دوره‌ای که گارانتی آن‌ها به اتمام می‌رسد، محاسبه می‌شود.

وضعیت ۵: اگر محصولی در یک دوره برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی، وضعیت ۵ را داشت، بدین معنی است که گارانتی این محصول در دوره‌های قبلی به پایان رسیده و در طول این دوره خارج از گارانتی به‌حساب می‌آید.

۳-۴- تعداد خرابی محصولات تحت گارانتی

به‌منظور محاسبه تعداد خرابی محصولات تحت گارانتی در هر دوره برنامه‌ریزی تولید، ابتدا باید محاسبه شود که هر محصول چه نسبتی از هر دوره برنامه‌ریزی تولید را تحت گارانتی است و سپس حداکثر تعداد خرابی با توجه به سطح اطمینان موردنظر محاسبه می‌شود. همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، محصولات تحت گارانتی در هر دوره‌ای

می‌توانند دارای یکی از ۳ وضعیت ۱، ۲ و ۳ باشند.

با توجه به فرض ۱، احتمال خرابی محصولات با وضعیت ۱ در دوره s که در دوره j تولیدشده‌اند، به‌طوری‌که $\left(L_{s-1} < t_j < L_s\right)$ برابر است با $P_{js}^1 = P(f \le L_s \mid f \ge t_j) = 1 - e^{-\lambda.\left(L_s - t_j\right)}$. با توجه به اینکه تعداد محصولات تولیدشده در دوره j برابر است با $S(j, p_j, w)$؛ بنابراین تعداد خرابی‌ها برای محصولات با وضعیت ۱ دارای توزیع دوجمله‌ای به‌صورت $y_{js}^1 \sim b\left(S(j, p_j, w), P_{js}^1 = 1 - e^{-\lambda.\left(L_s - t_j\right)}\right)$ است. همچنین می‌توان گفت که تمام محصولات تولیدشده در دوره $s=1$ دارای وضعیت ۱ هستند. معادله ۷ حداکثر تعداد خرابی محصولاتی را که در طی دوره s=1 تولید می‌شوند، محاسبه کرده و معادله ۸ کل تعداد خرابی محصولات را در دوره s=1 محاسبه می‌کند.

$$y_{j1}^1 \le n_{j1}^1) \ge \rho_w \Rightarrow P\left(z < \frac{n_{j1}^1 + 0.5 - S(j,P_j,w).P_{j1}^1}{\sqrt{S(j,P_j,w).P_{j1}^1.(1-P_{j1}^1)}}\right) \ge \rho_w \qquad \forall j \in \{1,2,\cdots,l\}$$
$$= \varphi^{-1}(\rho_w).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{j1}^1.(1-P_{j1}^1)} + S(j,P_j,w).P_{j1}^1 - 0.5 \qquad (۷)$$

$$D_w(1) = \sum_{j=1}^{l} n_{j1}^1 \qquad (۸)$$

با توجه به این موضوع که محصولات با وضعیت ۲، کل دوره برنامه‌ریزی تولید را تحت گارانتی هستند، احتمال خرابی آن‌ها برابر است با $P_{js}^2 = P(f \le L_s \mid f \ge L_{s-1}) = 1 - e^{-\lambda.\left(L_s - L_{s-1}\right)}$. همچنین تعداد خرابی محصولات با وضعیت ۲ از توزیع دوجمله‌ای به‌صورت $y_{js}^2 \sim b\left(S(j, p_j, w), P_{js}^2 = 1 - e^{-\lambda.\left(L_s - L_{s-1}\right)}\right)$ پیروی می‌کنند. معادلات ۹ و ۱۰ حداکثر تعداد خرابی برای محصولات با وضعیت ۲ و ۱ را محاسبه می‌کند؛ چراکه در دوره‌های $(1 < s \le w)$ هیچ محصولی از گارانتی خارج نمی‌شود و فقط محصولات، وضعیت ۱ و ۲ را دارند. همچنین مجموع تعداد خرابی محصولات در معادله ۱۱ محاسبه می‌شود.

$$n_{js}^{2} = \varphi^{-1}(\rho_w).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^{2}.(1-P_{js}^{2})} + S(j,P_j,w).P_{js}^{2} - 0.5,$$
$$\forall j \in \{1,2,\cdots,(s-1).l\}, s \in \{2,...,w\}, \quad (۹)$$

$$n_{js}^{1} = \varphi^{-1}(\rho_w).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^{1}.(1-P_{js}^{1})} + S(j,P_j,w).P_{js}^{1} - 0.5,$$
$$\forall j \in \{(s-1).l,(s-1).l+1,\cdots,s.l\}, s \in \{2,...,w\}, \quad (۱۰)$$

$$D_w(s) = \sum_{j=1}^{(s-1).l} n_{js}^{2} + \sum_{j=(s-1).l}^{s.l} n_{js}^{1}, \forall s \in \{2,...,w\} \quad (۱۱)$$

در دوره‌های بین w تا T محصولات می‌توانند سه وضعیت ۱، ۲ و ۳ را داشته باشند. بدین ترتیب، محصولات تولیدشده در دوره s دارای وضعیت ۱، در دوره‌های $s-w<j\le s-1$ دارای وضعیت ۲ و تولیدشده در $s-w-1<j\le s-w+1$ دارای وضعیت ۳ هستند.

برای محصولات با وضعیت ۳، احتمال خرابی آن‌ها در دوره s برابر است با $P_{js}^{3} = P\left(f \le t_j + w \mid f \ge L_{s-1}\right) = 1 - e^{-\lambda\left(t_j + w - L_{s-1}\right)}$ و تعداد خرابی از توزیع دوجمله‌ای به‌صورت $y_{js}^{3} \sim b\left(S(j,p_j,w), P_{js}^{3} = 1 - e^{-\lambda\left(t_j + w - L_{s-1}\right)}\right)$ پیروی می‌کند. معادله ۱۲، ۱۳ و ۱۴ به ترتیب حداکثر تعداد خرابی محصولات را با وضعیت ۳، ۲ و ۱ محاسبه می‌کند. همچنین معادله ۱۵ بیشترین تعداد خرابی محصولات تحت گارانتی را در دوره‌های w تا T محاسبه می‌نماید.

$$n_{js}^{3} = \varphi^{-1}(\rho_w).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^{3}.(1-P_{js}^{3})} + S(j,P_j,w).P_{js}^{3} - 0.5,$$
$$\forall j \in \{(s-k-1).l,(s-k-1).l+1,...,(s-k).l\}, s \in \{k+1,...,T\}, \quad (۱۲)$$

$$n_{js}^{2} = \varphi^{-1}(\rho_w).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^{2}.(1-P_{js}^{2})} + S(j,P_j,w).P_{js}^{2} - 0.5,$$
$$\forall j \in \{(s-k).l,(s-k).l+1,\cdots,(s-1).l\}, s \in \{w+1,...,T\}, \quad (۱۳)$$

$$n_{js}^{1} = \varphi^{-1}(\rho_w).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^{1}.(1-P_{js}^{1})} + S(j,P_j,w).P_{js}^{1} - 0.5,$$
$$\forall j \in \{(s-1).l,(s-1).l+1,\cdots,s.l\}, s \in \{w+1,...,T\} \quad (۱۴)$$

$$D_w(s)=\sum_{j=(s-w-1).l}^{(s-w).l} n_{js}^3+\sum_{j=(s-w).l}^{(s-1).l} n_{js}^2+\sum_{t=(s-1).l}^{s.l} n_{js}^1,\ \forall s\in\{w+1,...,T\}. \quad (۱۵)$$

به دلیل اینکه تولید تا دوره T است، تمام محصولات فقط دارای وضعیت ۲ و ۳ در دوره‌های $T<s\le T+w$ هستند؛ بدین ترتیب، محصولات تولیدشده در دوره‌های $s-w-1<j\le s-w$ دارای وضعیت ۲ و محصولات تولیدشده در $s-w<j\le T$ دارای وضعیت ۳ هستند. بنابراین، معادلات ۱۶ و ۱۷ به ترتیب حداکثر تعداد محصولات خراب را با وضعیت ۳ و ۲ برای دوره‌های $T<s\le T+k$ محاسبه می‌کند و معادله ۱۸ نیز کل تعداد محصولات خراب را برای هر یک از این دوره‌ها محاسبه می‌نماید.

$$\begin{aligned} &n_{js}^3=\varphi^{-1}(\rho_w).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^3.(1-P_{js}^3)}+S(j,P_j,w).P_{js}^3-0.5,\\ &\forall j\in\{(s-w-1).l,(s-w-1)l+1,...,(s-w).l\},\mathrm{s}\in\{T+1,...,T+w\}, \end{aligned} \quad (۱۶)$$

$$\begin{aligned} &n_{js}^2=\varphi^{-1}(\rho_w).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^2.(1-P_{js}^2)}+S(j,P_j,w).P_{js}^2-0.5,\\ &\forall j\in\{(s-w).l,(s-w)l+1,...,T.l\},\mathrm{s}\in\{T+1,...,T+w\}, \end{aligned} \quad (۱۷)$$

$$D_w(s)=\sum_{t=(s-w-1).l}^{(s-w).l} n_{js}^3+\sum_{j=(s-w).l}^{T.l} n_{js}^2,\ \forall s\in\{T+1,...,T+w\}. \quad (۱۸)$$

۳-۴- تعداد خرابی محصولات از گارانتی خارج‌شده

دوره $w+1$ اولین دوره‌ای است که محصولات از گارانتی خارج می‌شوند؛ در حقیقت این محصولات، محصولاتی هستند که در اولین دوره برنامه‌ریزی تولید قطعات یدکی تولیدشده‌اند. احتمال اینکه محصولات با وضعیت ۴ در دوره برنامه‌ریزی s خراب شوند، برابر است با $P_{js}^4=P\left(f\le L_s\mid f\ge t_j+w\right)=1-e^{-\lambda.\left[L_s-(t_j+w)\right]}$ و تعداد محصولات خراب نیز از توزیع دوجمله‌ای به‌صورت $y_{js}^4\sim b\left(S(j,p_j,w),P_{js}^4=1-e^{-\lambda.(L_s-(t_j+w))}\right)$ پیروی می‌کند. رابطه ۱۹ بیشترین تعداد خرابی محصولات از گارانتی خارج‌شده را که در

دوره‌های $j \in \{1,2,\cdots,l\}$ تولیدشده‌اند، محاسبه می‌کند. همچنین رابطه ۲۰ تعداد کل محصولات خراب‌شده در دوره $w+1$ را محاسبه می‌نماید.

$$n_{js}^4 = \varphi^{-1}(\rho_{pw}).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^4.(1-P_{js}^4)} + S(j,P_j,w).P_{js}^4 - 0.5, \quad \forall j \in \{1,2,\cdots,l\}, \mathrm{s} = w+1. \qquad (۱۹)$$

$$D_{pw}(w+1) = \sum_{j=1}^{l} n_{js}^4, \qquad s = w+1. \qquad (۲۰)$$

در دوره‌های $w+1 < s \le T+w$، محصولات از گارانتی خارج‌شده دارای وضعیت ۴ و ۵ هستند؛ بنابراین، محصولاتی که در دوره‌های $s-w-1 < j \le s-w$ تولیدشده‌اند، دارای وضعیت ۴ و محصولاتی که در دوره‌های $1 < j \le s-w-1$ تولیدشده‌اند، وضعیت ۵ را دارند.

احتمال خرابی محصولات با وضعیت ۵ برابر است با $P_{js}^5 = P(f \le L_s \mid f \ge L_{s-1}) = 1 - e^{-\lambda.(L_s - L_{s-1})}$ و تعداد محصولات خراب با وضعیت ۵ از توزیع دوجمله‌ای $y_{js}^5 \sim b\left(S(j,p_j,w), P_{js}^5 = 1 - e^{-\lambda.(L_s - L_{s-1})}\right)$ پیروی می‌کند. با استفاده از معادله ۲۱، بیشترین تعداد خرابی محصولات با وضعیت ۵ و با استفاده از رابطه ۲۲، حداکثر تعداد خرابی محصولات از گارانتی خارج‌شده با وضعیت ۴ محاسبه می‌شود. درنهایت، رابطه ۲۳ تعداد کل خرابی محصولات از گارانتی خارج‌شده برای دوره s به‌طوری‌که $s \in \{w+2,...,T+w\}$ را محاسبه می‌کند.

$$\begin{aligned} &n_{js}^5 = \varphi^{-1}(\rho_{pw}).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^5.(1-P_{js}^5)} + S(j,P_j,w).P_{js}^5 - 0.5, \\ &\forall j \in \{1,2,\cdots,(s-(w+1)).l\}, s \in \{w+2,...,T+w\}, \end{aligned} \qquad (۲۱)$$

$$\begin{aligned} &n_{js}^4 = \varphi^{-1}(\rho_{pw}).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^4.(1-P_{js}^4)} + S(j,P_j,w).P_{js}^4 - 0.5, \\ &\forall j \in \{(s-(w+1)).l,(s-(w+1)).l+1,\cdots,(s-k).l\}, \\ &s \in \{k+2,...,T+w\}, \end{aligned} \qquad (۲۲)$$

$$D_{pw}(s) = \sum_{j=1}^{[s-(w+1)].l} n_{js}^5 + \sum_{j=[s-(w+1)].l}^{(s-w).l} n_{js}^4, \qquad \forall s \in \{w+2,...,T+w\}. \qquad (۲۳)$$

درنهایت در دوره‌های $T+w<s\le T+g$، همه محصولات از گارانتی خارج‌شده‌اند و وضعیت ۵ را دارند. رابطه ۲۴ حداکثر تعداد خرابی محصولات از گارانتی خارج‌شده با وضعیت ۵ را محاسبه کرده و در رابطه ۲۵، تعداد کل خرابی در دوره s محاسبه می‌شود.

$$n_{js}^{5}=\varphi^{-1}(\rho_{pw}).\sqrt{S(j,P_j,w).P_{js}^{5}.(1-P_{js}^{5})}+S(j,P_j,w).P_{js}^{5}-0.5,\quad \forall j\in\{1,2,\cdots,T.l\},s\in\{T+w+1,...,T+g\},\tag{۲۴}$$

$$D_{pw}(s)=\sum_{j=1}^{T.l}n_{js}^{5},\qquad \forall s\in\{T+w+1,...,T+g\}.\tag{۲۵}$$

۳-۵- محاسبه تعداد مؤلفه‌های تولید و باز تعمیر شده

در هر دوره برنامه‌ریزی بنا به ظرفیت واحد بازتعمیر، همواره درصدی از مؤلفه‌های خراب بازتعمیر می‌شوند. روابط ۲۶ تا ۲۸ تعداد مؤلفه بازتعمیر شده در هر دوره را نشان می‌دهد.

$$N_i(s)=\delta_i\times\left(\alpha_i.D_w(s)\right),\ \ \forall s\in\{1,...,w\},\tag{۲۶}$$

$$N_i(s)=\delta_i\times\left(\alpha_i.\left(D_w(s)+D_{pw}(s)\right)\right),\ \ \forall s\in\{w+1,...,T+w\},\tag{۲۷}$$

$$N_i(s)=\delta_i\times\left(\alpha_i.D_{pw}(s)\right),\ \ \forall s\in\{T+w+1,...,T+g-1\}.\tag{۲۸}$$

همچنین مقدار تولید مؤلفه در هر دوره برنامه‌ریزی $M_i(s)$ از تفاضل مقدار تقاضای قطعات یدکی از تعداد قطعه بازتعمیر شده در هر دوره به دست می‌آید.

۴- روش حل

روش حل این مسئله بدین‌صورت است که با استفاده از الگوریتم فراابتکاری ازدحام ذرات مقادیر بهینه قیمت و طول دوره گارانتی به‌منظور بیشینه‌کردن سود تولیدکننده به دست می‌آید. به‌منظور بررسی روایی مدل، مسئله تحقیق با یک الگوریتم فراابتکاری جدید با نام بهینه‌سازی بر مبنای نور[1] نیز مورد حل قرار گرفته

1. Optic Inspired Optimization (OIO)

است. در ادامه، ابتدا به الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات و بهینه‌سازی بر مبنای نور پرداخته می‌شود و سپس نحوه نمایش جواب بیان در این الگوریتم‌ها موردبحث قرار می‌گیرد.

۴-۱- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات[1] (PSO) توسط کندی و ابرهارت طی مقاله [۲۳] برای آن دسته مسائل بهینه‌سازی که ماهیت پیوسته بر جواب‌های آن‌ها حاکم است، ارائه شد. این الگوریتم جزو دسته الگوریتم‌های تکاملی به شمار می‌آید که با یک جمعیت اولیه از جواب‌های تصادفی شروع به کار می‌کند. هر جواب بالقوه یک‌ذره نامیده می‌شود که در یک ابر فضا با یک سرعت تصادفی که در هر مرحله به‌روزرسانی می‌شود، از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر پرواز می‌کند. بهترین موقعیت ذره با تابع برازندگی (تابع هدف) تعیین‌شده و مقدار آن در متغیری به نام *pbest* که مختص ذره است، ذخیره می‌شود. بهترین مقدار مربوط به‌کل ذرات در متغیری به نام *gbest* ذخیره می‌شود. در هر مرحله با تغییر هر یک از بردارهای سرعت v_i، هر ذره i به سمت موقعیت‌های متناظر با مقادیر pbest و gbest حرکت می‌کند و اگر به موقعیت‌های بهتری رسید، آن را به‌روزرسانی می‌نماید. بردار سرعت v_i در بازه $[-V_{\max}, V_{\max}]$ قرار دارد که در آن $V_{\max}$ به‌وسیله طراح الگوریتم تعیین می‌شود [۲۴].

در مدل اولیه الگوریتم در هر مرحله، بردار سرعت و موقعیت هر ذره i به ترتیب با روابط ۲۹ و ۳۰ به‌روزرسانی می‌شود:

$$\vec{v}_i \leftarrow \vec{v}_i + c_1\vec{r}_1 \otimes \left(\vec{p}_i - \vec{x}_i\right) + c_2\vec{r}_2 \otimes \left(\vec{p}_g - \vec{x}_i\right) \qquad (۲۹)$$

$$\vec{x}_i \leftarrow \vec{x}_i + \vec{v}_i \qquad (۳۰)$$

که در این روابط c_1 و c_2 مقادیر ثابت شتاب و $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ بردار اعداد تصادفی در بازه

1. Particle Swarm Optimization

[0,1] هستند. همچنین $\vec{p}_i$ بردار بهترین موقعیت به‌دست‌آمده توسط ذره i، $\vec{p}_j$ بردار بهترین موقعیت به‌دست‌آمده توسط ذره i و $\vec{p}_g$ بردار بهترین موقعیت به‌دست‌آمده توسط تمام ذرات هستند.

در پیشینه این الگوریتم، توسعه‌های فراوانی ارائه‌شده است که اغلب این نوآوری‌ها به‌صورت تغییر در دو رابطه اصلی بوده است. یکی از این توسعه‌ها اضافه کردن وزن اینرسی به جمله سرعت فعلی ذره است [۲۵]. در این حالت، رابطه سرعت به‌صورت رابطه ۳۱ درمی‌آید:

$$\vec{v}_i \leftarrow \omega\vec{v}_i + c_1\vec{r}_1 \otimes \left(\vec{p}_i - \vec{x}_i\right) + c_2\vec{r}_2 \otimes \left(\vec{p}_g - \vec{x}_i\right) \quad (۳۱)$$

که در آن ω ضریب وزن اینرسی است که مقدار آن به‌صورت دلخواه تعیین می‌شود. مقادیر $\omega>1$ ممکن است باعث ناپایدار شدن سیستم شود؛ درحالی‌که در بین مقادیر $\omega<1$ مقادیر نزدیک به ۱ به‌منزله جستجوی بیشتر در کل فضای جستجو است و مقادیر کوچک‌تر به‌منزله جستجوی دقیق‌تر در اطراف نقاط بهینه محلی است. یکی دیگر از روش‌های استفاده‌شده برای بهبود الگوریتم PSO که باعث می‌شود تأثیر $V_{\max}$ تا حد ممکن کم شود، لحاظ نمودن ضریب انقباض[1] است که در هر مرحله مقدار سرعت در ضریبی کوچک‌تر از ۱ ضرب می‌شود؛ بدین ترتیب، از سرعت پراکنده شدن بیش‌ازحد ذرات کاسته می‌شود [۲۶]. روابط مورداستفاده در این روش به‌صورت زیر است:

$$\vec{v}_i \leftarrow \chi\left(\vec{v}_i + c_1\vec{r}_1 \otimes \left(\vec{p}_i - \vec{x}_i\right) + c_2\vec{r}_2 \otimes \left(\vec{p}_g - \vec{x}_i\right)\right) \quad (۳۲)$$

$$\chi = \frac{2}{C - 2 + \sqrt{C^2 - 4C}} \quad (۳۳)$$

در رابطه ۳۳، مقدار C برابر است با $C = c_1 + c_2 > 4$.

در این تحقیق، از یک رابطه جدید بهنگام‌سازی سرعت ذره استفاده می‌شود که نتایج بهتری نسبت به روابط قبلی دارد. این رابطه از ترکیب دو رابطه ۲۹ و ۳۰ حاصل‌شده و

1. Constriction Coefficient

به‌صورت زیر است:

$$v_{ri}^{k} \leftarrow \chi\left(\omega v_{ri}^{k-1} + c_1\vec{r}_1 \otimes \left(p_{ri}^{k} - x_{ri}^{k}\right) + c_2\vec{r}_2 \otimes \left(p_{gi}^{k} - x_{ri}^{k}\right)\right) \quad (۳۴)$$
$$\forall i = 1,2,...,m, \forall r = 1,..., popsize$$

رابطه ۳۴ i اُمین بعد از بردار سرعت حرکت هر ذره r را در k اُمین حرکت آن نشان می‌دهد که k شمارنده تکرار الگوریتم و ω ضریب وزن اینرسی است که به‌صورت پویا با استفاده از رابطه زیر به‌روزرسانی می‌شود:

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{N_{pso}} \times k$$

$\omega_{\max}$ و $\omega_{\min}$ ثابت بوده و توسط کاربر تعیین می‌شوند، N_{pso} تعداد کل تکرارهای الگوریتم است.

۴-۲- الگوریتم بهینه‌سازی بر مبنای نور

OIO یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جمعیت است که اولین بار در سال ۲۰۱۵ توسط حسین‌زاده کاشان[1] ارائه شد [۲۷]. اساس کار این الگوریتم از قوانین فیزیک حاکم بر نور و آینه‌ها الهام گرفته شده است. سطح تابع مانند یک آینه در نظر گرفته می‌شود، اگر نقطه در بخش قله تابع باشد، آینه محدب و اگر در دره تابع باشد، آینه مقعر در نظر گرفته می‌شود. هر جواب به‌عنوان یک نقطه نورانی مجازی تصور شده و در هر تکرار، تعدادی از این نقاط نورانی به آینه (تابع هدف) برخورد کرده و با بازتابش آن‌ها نقاط جدیدی ایجاد می‌شود.

سازوکار کلی OIO بدین ترتیب است که ابتدا به تعداد NO نقطه نورانی در فضای جستجو تولید می‌کند. سپس در تکرار t، هر نقطه مجازی j با موقعیت $\vec{O}_j^t = [o_{j1}^t\ o_{j12}^t ... o_{jn}^t]$ که $(j = 1,...,NO)$ در فضای جستجو (با ترکیب تابع هدف با فضای جستجو داریم: $[o_{j1}^t\ o_{j12}^t ... o_{jn}^t\ \ s_{j,i_k}^t]$) در مقابل آینه مجازی (سطح تابع)

1. Husseinzadeh Kashan

بافاصله p^t_{j,i_k} از رأس آینه قرار می‌گیرد و تصویر مجازی آن بافاصله q^t_{j,i_k} از رأس آینه تشکیل می‌شود. با نگاشت موقعیت تصویر مجازی به فضای جواب، موقعیت تصویر مجازی $\vec{I}^t_{j,i_k}$ تولید می‌شود که می‌توان از آن به‌عنوان جواب جدید یادکرد.

روند الگوریتم OIO در گام‌های زیر خلاصه می‌شود:

۱- تولید NO جواب اولیه و محاسبه تابع هدف آن‌ها و مشخص‌کردن بهترین و بدترین جواب؛

۲- انتخاب $\vec{O}^t_j$؛

۳- انتخاب و مشخص کردن نوع آینه؛

۴- اصلاح و محاسبه مجدد شعاع آینده؛

۵- تولید تصویر جدید؛

۶- تولید جواب جدید؛

در صورت عدم رسیدن به‌شرط توقف رفتن به گام ۲.

۴-۳- روش نمایش جواب

در این تحقیق، نحوه نمایش جواب بدین گونه است که قیمت‌های محصولات در دوره‌های مختلف قیمت‌گذاری و طول دوره گارانتی در یک‌رشته نمایش داده می‌شوند. شکل زیر نحوه نمایش جواب را نشان می‌دهد.

p_1	p_2	p_3	...	p_{lT}	w

شکل ۲ نحوه نمایش جواب

تعداد خانه‌های مربوط به قیمت‌گذاری، lT است که به تعداد دوره‌های مربوط به قیمت‌گذاری محصول اصلی در چرخه عمر محصول در نظر گرفته‌شده و خانه آخر مربوط به طول دوره گارانتی است. هر رشته قیمت تولیدشده بین حد بالا و حد پایین قیمت است و به ترتیب نزولی مرتب می‌شوند. همچنین طول دوره گارانتی نیز بین حد بالای طول دوره گارانتی و حد پایین آن است.

۵- مطالعه موردی

به‌منظور مشاهده نحوه اثرگذاری متغیرهای مسئله بر سودآوری تولیدکننده، از داده‌های محصول "LED 32 شرکت صنام الکترونیک برای حل مسئله پیشنهادی استفاده شده است. صنام الکترونیک یکی از شرکت‌های پیشرو درزمینه‌ی تولید وسایل الکترونیکی صوتی و تصویری در ایران است. اطلاعات مربوط به محصول موردنظر بدین شرح است: ۱) حد بالای قیمت ۹۰۰ هزار تومان و حد پایین آن ۷۵۰ هزار تومان است که در ابتدای فروش، قیمت محصول بالاتر در نظر گرفته می‌شود و باگذشت زمان روند نزولی دارد؛ ۲) هزینه تولید هر محصول ۶۰۰ هزار تومان است؛ ۳) بنا بر نظر خبرگان و داده‌های موجود دو مؤلفه کلیدی ال‌ای‌دی Main-Board و Pannel است که هزینه‌های تولید برای مؤلفه اول برابر است با ۲۰۰ و ۱۰۰ هزار تومان و برای مؤلفه دوم برابر است با ۱۴۰ و ۶۰ هزار تومان. ۴) قیمت فروش Main-Board و Pannel به محصولات از گارانتی خارج‌شده برابر ۲۵۰ و ۱۸۰ هزار تومان است. داده‌های دیگر مسئله در جدول ۱ نمایش داده‌شده است.

جدول ۱ پارامترهای مسئله

I	l	$W_{\min}$	$W_{\max}$	D_0	U
۲	۱	۱۲	۲۶	۵۰۰	۲۰۰۰
ρ_w	ρ_{pw}	α_1	α_2	δ_1	δ_2
۰/۹	۰/۸۵	۰/۴	۰/۲۵	۰/۴	۰/۵

به‌منظور حل مسئله پارامترهای الگوریتم PSO اصلاح‌شده به‌صورت زیر مورد تنظیم قرار گرفته‌شده است:

جدول ۲ پارامترهای الگوریتم PSO

Pop-Size	N_{pso}	$\omega_{\max}$	$\omega_{\min}$	c_1	c_2
۲۰	۱۰۰	۱	۰/۵	۱/۸	۲/۱

همچنین اندازه جمعیت در الگوریتم OIO برابر با ۲۰ و تعداد کل پاسخ

قابل‌بررسی برای الگوریتم را برابر با ۲۰۰۰ قراردادیم که همگنی جمعیت آن با الگوریتم PSO حفظ شود.

با استفاده از هر کدام از الگوریتم‌های پیشنهادی، هر مسئله ۱۰ بار حل شده و مقدار بهترین جواب، بدترین جواب، میانگین جواب‌ها، انحراف معیار و متوسط زمان حل در جدول ۲ برای مقادیر مختلف T و g نوشته شده است.

۵-۱- محاسبه سود و طول دوره گارانتی بهینه برای مقادیر مختلف T و g

جدول ۳ مقدار بهینه طول دوره گارانتی و سود شرکت صنام را برای مقادیر مختلف چرخه عمر (T) و بازه‌های زمانی تضمین وجود قطعات یدکی (g) نشان می‌دهد. با توجه به داده‌های شرکت و مراکز تعمیر مجاز نرخ خرابی ۰/۰۷ در نظر گرفته‌شده است. با توجه به اینکه هم‌اکنون شرکت، محصولات خود را با دو سال گارانتی به فروش می‌رساند، تحلیل حاضر می‌تواند این دیدگاه را برای شرکت ایجاد کند که اگر چرخه عمر محصولی تغییر کرد، شرکت باید نسبت به استراتژی قیمت‌گذاری و تعیین طول دوره گارانتی تجدیدنظر نماید.

نرم‌افزار متلب و رایانه‌ای با مشخصات Pentium 4 with 8GB RAM and Corei7 3.61GHz CPU برای حل این مسئله مورد استفاده قرار گرفته است.

از جدول ۳ می‌توان دریافت که نتایج حاصل‌شده از حل مسئله با هر دو روش، بسیار به یکدیگر نزدیک هستند ولی انحراف معیار جواب‌ها در الگوریتم OIO کمتر از الگوریتم PSO است. همچنین در حالاتی که چرخه عمر کوتاه‌تر است، به سود تولیدکننده است که طول گارانتی کوتاه‌تری پیشنهاد نماید؛ چراکه گارانتی طولانی‌تر از یک‌سو تقاضای محصول را افزایش می‌دهد و ازسوی‌دیگر، هزینه‌های بیشتری را برای تولیدکننده همراه دارد و ازآنجایی‌که تولیدکننده با توجه به این موضوع که چرخه عمر کوتاه است و فرصت کم‌تری برای فروش قطعات یدکی به محصولاتِ از گارانتی خارج‌شده دارد، برای مدیریت هزینه‌ها بهتر است که گارانتی کوتاه‌تری پیشنهاد دهد. ازطرف‌دیگر، هر چه طول چرخه عمر افزایش می‌یابد، بهتر است که طول دوره گارانتی پیشنهادی نیز افزایش یابد. در این صورت شرکت می‌تواند با فروش بیشتر محصول و فرصت مناسبی که برای فروش قطعات یدکی به محصولات از گارانتی خارج‌شده دارد، حاشیه سود خود را افزایش دهد.

جدول ۳ مقادیر بهینه سود و طول دوره گارانتی

			حل با الگوریتم PSO					حل با الگوریتم OIO				
T	g	w^*	بهترین جواب**	بدترین جواب	میانگین	انحراف معیار	زمان حل	w^*	بهترین جواب	بدترین جواب	میانگین	انحراف معیار	زمان حل
۲۸	۲۸	۱۸	۹۸۹۴/۲۸۸	۹۸۹۱/۵۱	۹۸۹۳/۲۲۴	۱/۰۹۰۶	۱۷۵۳	۱۶	۹۸۹۳/۹۹۲	۹۸۰۴/۱۷۹	۹۸۷۵/۰۶	۳۹/۶۳۰۲	۱۶۲۳
	۳۰	۱۸	۹۹۸۴/۷۴۳۲	۹۹۸۱/۲۰۹	۹۹۸۳/۸۰۸	۱/۴۶۶۸	۱۸۰۵	۱۷	۹۹۸۳/۲۸	۹۷۷۱/۸۲۵	۹۹۰۲/۴۸۱	۸۶/۱۷۶۴	۱۶۱۸
	۳۲	۱۹	۱۰۰۱۷۴/۷۳۱	۱۰۰۷۰/۸۲	۱۰۰۷۳/۶۱	۱/۶۷۹۶	۱۸۵۳	۱۸	۱۰۰۷۰/۵۷	۱۰۰۷۰/۶	۱۰۰۷۱/۷۲	۰/۸۲۳۴	۱۷۱۹
۲۹	۲۸	۲۰	۱۰۱۶۵/۶۸۷۸	۱۰۱۶۲/۹۸	۱۰۱۶۴/۶۳	۱/۰۴۵	۱۹۲۸	۱۸	۱۰۱۶۱/۵۳	۱۰۰۸۶/۹۴	۱۰۱۴۵/۷۴	۳۲/۹۸۴	۱۶۳۴
	۳۰	۲۰	۱۰۰۳۶/۸۸۳	۱۰۰۳۵/۲۸	۱۰۰۳۵/۷۹	۰/۶۵۳۶	۱۷۶۲	۱۹	۱۰۰۳۵/۰۹	۹۹۱۳/۹۵۳	۱۰۰۰۶/۱۹	۵۲/۱۸۵۴	۱۶۴۷
	۳۲	۲۰	۱۰۱۲۸/۸۴۶۸	۱۰۱۲۵/۴۹	۱۰۱۲۷/۷۵	۱/۳۵۲۸	۱۸۴۶	۲۰	۱۰۱۲۶/۳۸	۱۰۰۵۷/۷۸	۱۰۱۱۷/۷۳	۳۰/۲۱	۱۷۶۳
۳۰	۲۸	۲۰	۱۰۲۲۱/۹۰۵	۱۰۲۱۹/۲۸	۱۰۲۲۰/۸۸	۰/۹۷۲۸	۱۹۰۶	۱۹	۱۰۲۱۹/۰۶	۱۰۰۰۲/۴۷	۱۰۱۴۴/۱۲	۹۹/۶۵۱۲	۱۷۷۰
	۳۰	۲۱	۱۰۳۱۴/۲۷۹۲	۱۰۳۱۳/۰	۱۰۳۱۳/۵۵	۰/۵۱۳	۱۹۶۲	۲۱	۱۰۳۱۲/۵۲	۱۰۲۱۶/۰۴	۱۰۲۹۱/۲۱	۴۲/۰۷۳۶	۱۷۸۱
	۳۲	۲۱	۱۰۱۷۲/۰۴۱۴	۱۰۱۷۰/۲۱	۱۰۱۷۱/۱۷	۰/۸۲۰۸	۱۷۸۶	۲۰	۱۰۱۶۹/۷۳	۱۰۰۱۸۹۱	۱۰۱۳۸/۰۸	۶۶/۶۴۰۶	۱۷۸۶
۳۱	۲۸	۲۲	۱۰۲۶۶/۳۰۴۲	۱۰۲۶۰/۷۴	۱۰۲۶۴/۰۳	۲/۱۴۷	۱۸۳۰	۲۱	۱۰۲۶۳/۹	۹۹۹۳/۸۵۶	۱۰۱۴۵/۱۹	۱۰۱۲۰۵۴	۱۶۹۷
	۳۰	۲۲	۱۰۳۶۱/۵۷۰۲	۱۰۳۵۴/۳	۱۰۳۵۹/۲۹	۲/۹۵۲۶	۱۹۲۱	۲۲	۱۰۳۵۹/۳۹	۱۰۲۲۱/۹۴	۱۰۳۰۵/۶۷	۵۶/۷۷۲	۱۶۰۱
	۳۲	۲۲	۱۰۴۵۶/۶۳۸۶	۱۰۴۵۲/۲۹	۱۰۴۵۵/۵۷	۱/۸۴۶۸	۲۰۰۱	۲۲	۱۰۴۵۴/۲۱	۱۰۳۹۰/۶۵	۱۰۴۳۸/۱۵	۲۷/۲۲۷	۱۴۳۱
۳۲	۲۸	۲۳	۱۰۳۰۳/۱۴۱۴	۱۰۲۹۸/۸۳	۱۰۳۰۱/۹۷	۱/۷۷۸۴	۱۸۲۹	۲۲	۱۰۳۰۰/۸۵	۱۰۱۰۶/۱۳	۱۰۲۴۸/۹۸	۸۴/۲۵۷۴	۱۵۳۹
	۳۰	۲۳	۱۰۳۹۸/۷۳۸	۱۰۳۹۰/۱۲	۱۰۳۹۵/۸۵	۳/۳۲۱۲	۱۸۸۰	۲۳	۱۰۳۹۷/۵۲	۱۰۳۹۴/۸۷	۱۰۳۹۶/۶۴	۱/۰۸۳	۱۷۵۵
	۳۲	۲۲	۱۰۴۹۶/۳۲۲	۱۰۴۹۰/۴۳	۱۰۴۹۳/۸۲	۲/۶۵۶۲	۱۹۴۵	۲۲	۱۰۴۹۴/۴۵	۱۰۳۲۰/۹۶	۱۰۳۸۹/۳۷	۷۱/۵۹۵۸	۱۶۶۹
۳۳	۲۸	۲۴	۱۰۵۹۳/۶۲۴۸	۱۰۵۸۷/۷۸	۱۰۵۹۱/۱۸	۲/۹۹۴۴	۲۰۰۴	۲۳	۱۰۵۹۱/۳۸	۱۰۳۲۷/۴۶	۱۰۵۰۰/۲۸	۱۲۰/۹۱۲۲	۱۶۷۲
	۳۰	۲۳	۱۰۴۲۸/۵۲۶۲	۱۰۴۲۲/۲۲	۱۰۴۲۶/۹۳	۲/۲۶۴۸	۱۸۴۸	۲۳	۱۰۴۲۵/۵۳	۱۰۱۸۴/۸۲	۱۰۳۴۵/۱۲	۹۸/۱۳۸۸	۱۶۰۷
	۳۲	۲۴	۱۰۵۲۱/۸۰۸۸	۱۰۵۲۲/۳۴	۱۰۵۲۴/۸۲	۲/۱۳۱۸	۱۹۳۲	۲۴	۱۰۵۲۲/۳۳	۱۰۳۸۸۷	۱۰۴۷۰/۷۲	۶۴/۳۸۷۲	۱۷۲۱
۳۴	۲۸	۲۴	۱۰۶۲۶/۶۳۵۴	۱۰۶۲۲/۹۷	۱۰۶۲۵/۱۹	۱/۵۱۲۴	۱۹۷۶	۲۳	۱۰۶۲۳/۹۴	۱۰۲۹۱/۵۱	۱۰۴۴۵۷	۱۳۹/۶۶۹	۱۶۴۴
	۳۰	۲۴	۱۰۷۲۵۹۹۷۸	۱۰۷۲۲/۵۲	۱۰۷۲۴/۸۶	۱/۳۴۵۲	۲۰۳۲	۲۴	۱۰۷۲۲/۷۸	۱۰۳۶۱/۵۹	۱۰۵۹۸/۸۳	۱۵۰/۸۲۵۸	۱۷۶۰
	۳۲	۲۵	۱۰۵۴۹/۳۲۰۶	۱۰۵۴۶/۱۲	۱۰۵۴۸/۳۴	۱/۲۹۹۶	۱۸۶۲	۲۵	۱۰۵۴۹/۹۳	۱۰۳۳۱/۳۲	۱۰۴۶۴/۱۶	۱۱۳/۷۹۴۸	۱۶۳۷
۳۵	۲۸	۲۴	۱۰۶۵۱/۲۷۰۸	۱۰۶۴۳/۵۷	۱۰۶۴۹/۲۶	۳/۲۱۱	۱۹۰۵	۲۴	۱۰۶۴۸/۱۶	۱۰۵۲۰/۶۷	۱۰۵۸۹۹۴	۶۳/۰۶۸۶	۱۶۰۰
	۳۰	۲۵	۱۰۷۵۱/۸۱۸۸	۱۰۷۴۹/۱۸	۱۰۷۵۰/۲۹	۱/۱۲۱	۱۹۷۷	۲۵	۱۰۷۵۰/۶۸	۱۰۵۶۷/۹۹	۱۰۶۹۶/۰۳	۸۰/۶۴۳۶	۱۶۱۹
	۳۲	۲۶	۱۰۸۵۰/۶۱۸۸	۱۰۷۴۹/۱۸	۱۰۷۵۰/۲۹	۱/۱۱۷۲	۱۹۷۶	۲۶	۱۰۷۷۴/۹	۱۰۶۳۸۴۲	۱۰۷۸۴/۵۸	۸۷/۰۲	۱۷۹۵
۳۶	۲۸	۲۶	۱۰۶۷۰/۴۷۹۸	۱۰۶۶۶/۶	۱۰۶۶۸/۸۳	۱/۷۲۵۲	۱۹۴۹	۲۶	۱۰۶۶۸۵	۱۰۵۴۷/۳۴	۱۰۶۲۴/۱۹	۵۷/۳۱۱۶	۱۶۵۶
	۳۰	۲۶	۱۰۷۷۱/۷۰۰۴	۱۰۷۶۵۶۵	۱۰۷۶۹/۵۲	۲/۲۷۶۲	۲۰۱۵	۲۶	۱۰۷۷۰/۱	۱۰۶۴۳۹۴	۱۰۷۰۸۵۴	۴۵/۲۲۳۱۴	۱۶۷۶
	۳۲	۲۶	۱۰۸۷۵/۱۶۳	۱۰۸۶۹/۲۲	۱۰۸۷۱/۹	۲/۲۴۲	۲۰۸۰	۲۶	۱۰۸۷۱/۷۱	۱۰۵۸۷/۵۶	۱۰۷۸۱/۶۲	۱۱۴/۱۶۳۴	۱۶۹۵

**مقادیر بهترین جواب، بدترین جواب، میانگین و انحراف معیار در مقیاس ۱ میلیون تومان هستند.

بدین ترتیب می‌توان گفت که اثر فروش قطعات یدکی به محصولات از گارانتی خارج‌شده باعث می‌شود که با افزایش دوره برنامه‌ریزی، مقادیر گارانتی بزرگ‌تری را تولیدکننده پیشنهاد دهد.

۶- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این تحقیق، مسئله یکپارچه‌سازی تصمیمات قیمت‌گذاری محصول به‌صورت پویا و تعیین طول دوره گارانتی با هدف بیشینه‌سازی سود تولیدکننده موردمطالعه قرار گرفت. در مدل ریاضی ارائه‌شده، درآمد تولیدکننده، از فروش محصول و قطعات یدکی به محصولات از گارانتی خارج‌شده تشکیل می‌شود و هزینه‌ها نیز عبارت‌اند از: هزینه تولید محصول اصلی، هزینه تولید و بازتعمیر قطعات یدکی. تابع فروش محصولات، تابعی از زمان، قیمت و طول دوره گارانتی در نظر گرفته‌شده است که باعث می‌شود تقاضا رفتاری متناسب با واقعیت در دوره‌های زمانی مختلف چرخه عمر محصول داشته باشد. در هر دوره زمانی از چرخه عمر، بر اساس نرخ خرابی محصول، حد بالای تعداد محصولات خراب‌شده تحت گارانتی و خارج از گارانتی بر اساس ضریب اطمینان کمبود موجودی محاسبه می‌شود. تعداد محصولات خراب‌شده، در حقیقت، تقاضای قطعات یدکی را تشکیل می‌دهند. همچنین برای حل مدل، از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات و بهینه‌سازی ملهم از اپتیک استفاده‌شده است.

در این تحقیق محصول"LED 32 شرکت صنام به‌عنوان مورد مطالعه قرار گرفته شده است. مسئله برای چرخه عمر ۲۸ تا ۳۷ ماه مورد حل قرار گرفت. نتایج، این موضوع را نشان می‌دهد که در چرخه عمر پایین‌تر به دلیل فروش کمتر قطعات یدکی به محصولات از گارانتی خارج‌شده، برای تولیدکننده بهتر است که برای کاهش هزینه‌های گارانتی طول گارانتی کمتری ارائه دهد، ولی در چرخه عمرهای بالاتر، طول دوره گارانتی پیشنهادی به نسبت افزایش می‌یابد؛ به‌طوری‌که بهتر است تولیدکننده در چرخه عمرهای ۳۶ و ۳۷، بیشترین مقدار گارانتی مجاز را ارائه دهد.

ازآنجایی‌که در این تحقیق بحث محصولات از گارانتی خارج‌شده برای اولین بار مورد مدل‌سازی قرارگرفته است، از این رویکرد برای مدل‌سازی با فرضیاتی نظیر در نظر

گرفتن امکان گارانتی دوبعدی[1]، تمدید گارانتی[2] یا قیمت‌گذاری گارانتی در حالت PRW نیز می‌توان بهره برد.

۷- منابع

[1] Murthy .D, Solem .o, and Roren.t, "product warranty logistics: issues and challenges," European Journal Of Operational Research, vol. 156, 2004, pp. 110-126.

[2] Murthy .D. N. P, and Blischke .w. R, "strategic warranty management: a life-cycle approach," IEEE Transactions On Engineering Management, vol. 47, 2000, pp. 40-54.

[3] Khodadad .H. S. H, Osanlou, Moshabaki .A, and Kordnaij .A, "designing customer profitability model for organizations:(case study of electronic industry in iran)," Management Research In Iran (Modares Human Sciences)", vol. 17, 2013, pp. 73-94.

[4] Murthy .D. N. P, "product warranty and reliability," Annals of Operations Research, vol. 143, 2006, pp. 133-146.

[5] Murthy .D, and Djamaludin .I, "new product warranty: a literature review," International Journal of Production Economics, vol. 79, 2002, pp. 231-260.

[6] Vahdani .H, Chukova .S, and Mahlooji ,H. "on optimal replacement-repair policy for multi-state deteriorating products under renewing free replacement warranty", Computers & Mathematics with Applications, vol. 61, 2011, pp. 840-850.

[7] Manna .D. K, "price-warranty length decision with glickman-berger model", International Journal of Reliability and Safety, vol. 2, 2008, pp. 221-233.

[8] F. Mansoori, T. Abbasnejad, and h. R. Askarpour, "designing an agile supply chain network in terms of demand dependence on price," Modern Researches in Decision Making, vol. 2, pp. 179-206, 2017.

[9] Glickman .T. S, and Berger .P. D, "optimal price and protection period decisions for a product under warranty", Management Science, vol. 22, 1976, pp. 1381-1390.

1. Two Dimensional Warranty
2. Extended Warranty

[10] Mitra .A, and Patankar .J. G, "a multi-objective model for warranty estimation", European Journal of Operational Research, vol. 45, 1990, pp. 347-355.

[11] Lin .P.-C, and Shue .l.-Y, "application of optimal control theory to product pricing and warranty with free replacement under the influence of basic lifetime distributions", Computers & Industrial Engineering, vol. 48, 2005, pp. 69-82.

[12] Huang .H.-Z, Liu .z.-J, and Murthy .D, "optimal reliability, warranty and price for new products," IIE Transactions, vol. 39, pp. 819-827, 2007.

[13] Wu .C.-C, Lin .P.-C, and Chou .C.-Y, "determination of price and warranty length for a gamma lifetime distributed product", Journal of Information and Optimization Sciences, vol. 28, 2007, pp. 335-355.

[14] Lin .P.-C., Wang .J, and Chin .S.-S, "dynamic optimisation of price, warranty length and production rate", International Journal of Systems Science, vol. 40, 2009, pp. 411-420.

[15] Kim .B, and Park .S, "optimal pricing, eol (end of life) warranty, and spare parts manufacturing strategy amid product transition", European Journal of Operational Research, vol. 188, 2008, pp. 723-745.

[16] Tsao .Y.-C, Teng .W.-G, Chen .R.-S, and Chou .W.-Y, "pricing and inventory policies for hi-tech products under replacement warranty", International Journal of Systems Science, vol. 45, 2014, pp. 1255-1267.

[17] Yazdian .S. A, Shahanaghi .K, and Makui .A, "joint optimisation of price, warranty and recovery planning in remanufacturing of used products under linear and non-linear demand, return and cost functions" International Journal of Systems Science, vol. 47, 2016, pp. 1155-1175.

[18] Darghouth .M. N, Ait-kadi .D, and Chelbi .A, "joint optimization of design, warranty and price for products sold with maintenance service contracts", Reliability Engineering & System Safety, vol. 165, 2017, pp. 197-208.

[19] Chien .Y.-H, and Chiang .C.-P, "optimal warranty length and selling price to maximize the profit", Advances in Technology Innovation, vol. 2, 2017, pp. 18-21.

[20] Chen .C.-K, Lo .C.-C, and Weng .T.-C, "optimal production run length and warranty period for an imperfect production system under selling price dependent

on warranty period," European Journal of Operational Research, vol. 259, pp. 401-412, 2017.

[21] Lei .Y, Liu .Q, and Shum .S, "warranty pricing with consumer learning", European Journal of Operational Research, vol. 263, 2017, pp. 596-610.

[22] Nasrollahi .M, and Asgharizadeh .E, "pro-rata warranty pricing model with risk-averse buyers", Management Research in Iran, vol. 20, 2016, pp. 131-154.

[23] Eberhart .R. C, and Kennedy .J, "a new optimizer using particle swarm theory", in proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science, 1995, pp. 39-43.

[24] Kennedy .J, "particle swarm optimization", in encyclopedia of machine learning, ed: springer, 2011, pp. 760-766.

[25] Poli .R, Kennedy .J, and Blackwell .T, "particle swarm optimization," Swarm Intelligence, vol. 1, 2007, pp. 33-57.

[26] Du .K.-l. and Swamy .m, "particle swarm optimization," in search and optimization by metaheuristics, ed: springer, 2016, pp. 153-173.

[27] Kashan .A. H., "a new metaheuristic for optimization: optics inspired optimization (OIO)," Computers & Operations Research, vol. 55, 2015, pp. 99-125.