



پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری

دوره ۵، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۹، صص ۱۵۴-۱۷۸

## گرانول‌سازی عبارات زبانی در روش AHP با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات تغییر یافته

جلیل حیدری دهویی<sup>۱\*</sup>، مصباح سیوندیان<sup>۲</sup>، امیرسالار ونکی<sup>۳</sup>

۱- استادیار، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲- کارشناسی ارشد، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۳- دانشجوی دکتری، گروه مدیریت بازرگانی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۳۱

تاریخ ارسال: ۱۳۹۸/۱۲/۲۲

### چکیده

روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره به یکی از حوزه‌های کاربردی و پرطرفدار در سال‌های اخیر تبدیل شده است. از این میان روش AHP به دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته و در تحقیقات متعددی به کار گرفته شده است. این روش با فراهم آوردن امکان مقایسه زوجی میان گزینه‌ها با استفاده از عبارات زبانی، تصمیم‌گیری را برای تصمیم‌گیرنده تسهیل می‌کند. اما همین امر باعث بروز ناسازگاری در ماتریس تصمیم می‌شود. یکی از منشأهای ناسازگاری، استفاده از مقیاس از پیش تعیین شده برای تبدیل عبارات زبانی به مقادیر کمی است که به دلیل پیش‌زمینه فکری افراد و اطلاعات متفاوت آن‌ها نسبت به مسئله موجب بروز ناسازگاری می‌شود. از این رو هدف این پژوهش ارائه مقیاسی برای تبدیل عبارات زبانی با استفاده از گرانول‌سازی عبارات زبانی است؛ به گونه‌ای که بیشترین تناسب را با نظرات خبره داشته باشد و ناسازگاری ماتریس تصمیم را کاهش دهد. ویژگی منحصر به فرد این روش این است که توزیع نقاط برش از قبل معلوم نیست و متناسب با نظرات خبره تعیین می‌شود. در ادامه به منظور بهینه‌سازی مدل ارائه شده از الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی انبوه ذرات استفاده می‌شود که به منظور انطباق آن با ویژگی‌های خاص مسئله تغییراتی در آن اعمال شده است. نتایج به دست آمده نشان‌دهنده عملکرد خوب چارچوب ارائه شده در کاهش ناسازگاری هستند.

**کلیدواژه‌ها:** گرانول‌سازی، عبارات زبانی، بهینه‌سازی، الگوریتم فراابتکاری، بهینه‌سازی اجتماع ذرات (PSO)



## ۱- مقدمه

روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره یکی از پرطرفدارترین موضوعات در حوزه‌ی تئوری تصمیم‌گیری در سال‌های اخیر بوده است که از این روش‌ها می‌توان هم برای وزن دهی به معیارها و هم برای رتبه‌بندی گزینه‌ها و انتخاب گزینه مناسب استفاده کرد. وزن دهی یکی از ارکان مهم در روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره است که بیان‌کننده میزان اهمیت یک شاخص نسبت به دیگر شاخص‌ها است که روش‌های متعددی به منظور تعیین این وزن‌ها توسط محققین ارائه شده است [1]. در سال‌های اخیر روش‌های مبتنی بر مقایسه زوجی، بخصوص روش AHP<sup>۱</sup> به دلیل انعطاف‌پذیری و قابلیت اطمینان بالا [2] مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. کاربردهای متعدد این روش در مسائل مختلف [3][4][5] سبب شده تا تلاش‌های زیادی به منظور بهبود و توسعه این روش از سوی محققین انجام گیرد [6]. یکی از حوزه‌های توسعه این روش، محاسبه و کاهش ناسازگاری است. ناسازگاری می‌تواند منشأهای مختلفی داشته باشد. از جمله منشأهای ناسازگاری انتخاب مقیاس نامناسب برای تبدیل عبارات زبانی است. ناسازگاری حاصل از مقیاس نامناسب به این دلیل به وجود می‌آید که پیش‌زمینه افراد و میزان دانش آن‌ها از مسئله باهم متفاوت است [7] و هر فردی ممکن است تفسیر متفاوتی از عبارات زبانی داشته باشد. بنابراین مقیاس اصلی ارائه شده توسط ساعتی [8] ممکن است به فهم ترجیحات بیان شده توسط خبره ضربه بزند و باعث ایجاد ناسازگاری شود. لذا بهتر است مقیاس به گونه‌ای تعیین شود که میزان ناسازگاری کاهش یابد [9].

تحقیقات متعددی در ادبیات موجود است که تلاش کرده‌اند با ارائه مقیاسی برای تبدیل عبارات زبانی، میزان ناسازگاری را کاهش دهند [10]. با این وجود در اکثر این روش‌ها به تعصبات و نظرات افراد توجه نشده و مقیاس مورد نظر مستقل از نظرات افراد ارائه شده است که همین امر موجب ایجاد ناسازگاری می‌شود. لذا ضروری است که برای هر فرد یک مقیاس جداگانه تعیین شود، به گونه‌ای که بیشترین سازگاری را با نظرات فرد داشته باشد. از جمله روش‌های نوین برای تعیین مقیاس مناسب، استفاده از محاسبات گرانولی است.



از محاسبات گرانولی می‌توان به‌منظور کاربردی کردن عبارات زبانی استفاده کرد. در سال‌های اخیر تحقیقاتی به‌منظور استفاده از محاسبات گرانولی برای تبدیل عبارات زبانی انجام شده است [7] که در این تحقیقات تمرکز بر کاهش ناسازگاری در تصمیم‌گیری فردی و ارائه یک مقیاس توافق شده بین خبرگان در تصمیم‌گیری گروهی است. در این تحقیقات ابتدا مقیاس موردنظر برای تبدیل عبارات زبانی به تعدادی گرانول به‌صورت بازه که اندازه و چگونگی توزیع آن‌ها از قبل مشخص نیست تبدیل می‌شوند. سپس تعیین اندازه گرانول‌های تشکیل شده به‌صورت یک مسئله بهینه‌سازی باهدف حداقل کردن ناسازگاری موجود در ماتریس تصمیم فرموله می‌شود. از آنجایی که حل مسئله گرانول‌سازی یک مسئله NP-hard بوده و نمی‌توان از روش‌های حل عددی به‌منظور بهینه‌سازی استفاده کرد، لذا از الگوریتم‌های فرا ابتکاری به‌منظور حل مسئله مذکور استفاده می‌شود.

هدف این تحقیق ارائه روشی جهت تعیین مقیاس مناسب برای تبدیل عبارات زبانی بر پایه محاسبات گرانولی است به‌گونه‌ای که میزان ناسازگاری در تصمیم‌گیری چندمعیاره فردی در روش AHP که در آن ترجیحات با استفاده از عبارات زبانی بیان شده است، کاهش یابد. در این روش به‌منظور کاربردی کردن عبارات زبانی از گرانول‌سازی استفاده می‌شود. ویژگی اصلی این روش این است که برخلاف مقیاس ارائه شده توسط ساعتی، معانی عبارات زبانی از قبل مشخص نشده‌اند و توزیع گرانول‌ها روی بازه غیریکنواخت است [11] و مقیاس بر اساس نظرات خبره تعیین می‌شود. گرانول‌سازی عبارات زبانی توسط تعیین محل قرارگیری نقاط برش روی بازه انجام می‌شود و هرکدام از نقاط برش به هر یک از عبارات زبانی نظیر می‌شود. بنابراین گرانول‌سازی را می‌توان به یک مسئله بهینه‌سازی تبدیل کرد که در آن نقاط برش به‌گونه‌ای تعیین می‌شوند که شاخص کارایی یعنی سازگاری نظرات بیان شده توسط خبره حداکثر شود. به‌منظور بهینه‌سازی این مسئله از روش فرا ابتکاری بهینه‌سازی تجمع ذرات (PSO<sup>۲</sup>) [12] استفاده می‌شود. از آنجایی که ترتیب قرارگیری نقاط برش در این مسئله اهمیت دارد، در صورتی که از الگوریتم PSO اصلی استفاده شود، مشکلاتی به وجود می‌آید. لذا در این تحقیق، به‌منظور حل چالش‌ها و سازگاری الگوریتم PSO با ویژگی‌های مسئله و همچنین افزایش عملکرد آن، تغییراتی در پیاده‌سازی این الگوریتم اعمال می‌شود.

در ادامه این مقاله به‌صورت زیر ساختاریافته است. مقدمات و تعاریف موردنیاز در بخش ۲



ارائه می‌شود. در بخش ۳، فرآیند گرانول سازی و الگوریتم PSO تغییر یافته تشریح می‌شود. به منظور بررسی عملکرد چارچوب ارائه شده، یک مثال عددی در بخش ۴ ارائه می‌شود و همچنین نتایج به دست آمده با مجموعه اعداد فازی مقایسه می‌شود. در نهایت، نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی در بخش ۵ ارائه می‌شود.

## ۲- مقدمات

### ۲-۱- روش AHP

AHP یک روش ساختارمند بر پایه ریاضیات و روانشناسی برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره پیچیده است که توسط ساعتی [13] معرفی شده است. به طور کلی روند پیاده‌سازی این روش را می‌توان به سه مرحله تقسیم کرد: (۱) تشکیل یک ساختار سلسله مراتبی با شکستن مسئله به سطوح مختلف، (۲) فرآیند مقایسه و (۳) اولویت‌بندی و محاسبه نرخ ناسازگاری. در مرحله‌ی اول ابتدا مسئله به سطوح مختلف شکسته می‌شود و در قالب یک سلسله‌مراتب ساختاردهی می‌شود. پس از تشکیل ساختار سلسله مراتبی، همه‌ی گزینه‌ها دو به دو با یکدیگر مقایسه شده و میزان اهمیت هر یک از گزینه‌ها نسبت به دیگر گزینه‌ها توسط خبره و در قالب عبارات زبانی بیان می‌شود. عبارات زبانی مورد استفاده می‌تواند بسته به ویژگی مسئله دارای ۵، ۷ یا ۹ سطح باشد. پس از مشخص شدن میزان اهمیت  $a_i$  نسبت به  $a_j$ ، به دلیل ماهیت دوطرفه بودن مقایسات زوجی، از معکوس آن برای بیان اهمیت  $a_j$  نسبت به  $a_i$  استفاده می‌شود. پس از اتمام مقایسات زوجی، ترجیحات بیان شده در یک ماتریس متقابل  $n \times n$   $R = [r_{ij}]$ ،  $i, j = 1, 2, \dots, n$  به گونه‌ای سازماندهی می‌شوند که درایه  $r_{ij}$  نشان‌دهنده میزان اهمیت گزینه  $a_i$  نسبت به  $a_j$  باشد.

پس از تکمیل شدن ماتریس متقابل، وزن هر یک از گزینه‌ها و معیارها محاسبه می‌شود؛ اما به دلیل اینکه از عبارات زبانی نمی‌توان در این محاسبات استفاده کرد، ابتدا باید این عبارات به مقادیر قابل کاربرد تبدیل شوند. بدین منظور از یک مقیاس عددی استفاده می‌شود که در آن اعداد



به صورت یکنواخت پراکنده شده‌اند. در جدول ۱ اعداد متناظر با عبارات زبانی با ۹ سطح نشان داده شده است.

جدول ۲. مقادیر متناظر برای عبارات زبانی [13]

اهمیت یکسان	۱
اهمیت بسیار کم	۳
اهمیت متوسط	۵
اهمیت زیاد	۷
اهمیت بسیار زیاد	۹
مقادیر میانی	۲ و ۴ و ۶ و ۸

پس از تبدیل عبارات زبانی، به منظور تعیین وزن‌ها و اولویت‌ها، بردار ویژه  $e$  و حداکثر مقدار ویژه  $\lambda_{\max}$  محاسبه می‌شود. سپس با نرمال کردن بردار ویژه، یک بردار جدید با مقادیری بین ۰ و ۱ به دست می‌آید که این مقادیر نشان‌دهنده‌ی میزان ارجحیت هر یک از گزینه‌ها است.

## ۲-۲- ناسازگاری در AHP

یکی از مزایای روش AHP این است که به خبره این امکان را می‌دهد که هر دفعه بر روی دو گزینه تمرکز کند و این باعث می‌شود که فرآیند مقایسه تسهیل شود. زیرا مقایسه‌ی هم‌زمان یک گزینه با دیگر گزینه‌ها به خصوص هنگامی که تعداد گزینه‌ها زیاد است کاری دشوار و زمان‌بر است و دقت مقایسه را پایین می‌آورد. علیرغم این مزیت، مقایسه‌های دو به دو ممکن است باعث ایجاد ناسازگاری در ماتریس متقابل شوند. به‌طور کلی سازگاری در تصمیمات خبره به انسجامی می‌گویند که باید هنگام مقایسات گزینه‌ها در نظرات خبره وجود داشته باشد و هنگامی که این انسجام وجود نداشته باشد، ناسازگاری رخ می‌دهد [14]. ماتریس متقابل هنگامی به‌طور کامل سازگار است که اگر گزینه  $i$  ام به میزان  $a_{ij}$  بر گزینه  $j$  ام ارجح باشد و گزینه  $j$  ام به میزان  $a_{jk}$  بر گزینه  $k$  ام ارجح باشد، ارجحیت گزینه  $i$  ام نسبت به گزینه  $k$  ام برابر  $a_{ik} = a_{ij} \cdot a_{jk}$  باشد. در صورتی که این رابطه برقرار نباشد، ماتریس متقابل ناسازگار خواهد بود. در روش ارائه‌شده توسط ساعتی از بردار ویژه برای محاسبه‌ی ناسازگاری استفاده شده



است. در این روش اگر یک ماتریس به‌طور کامل سازگار باشد، حداکثر مقدار ویژه  $\lambda_{\max}$  برابر بعد ماتریس  $\lambda_{\max} = n$  خواهد بود. درحالی‌که اگر ناسازگاری در ماتریس وجود داشته باشد،  $\lambda_{\max} > n$  خواهد بود و هرچه میزان ناسازگاری بیشتر باشد میزان فاصله‌ی  $\lambda_{\max}$  از  $n$  بیشتر می‌شود. بنابراین شاخص

$$v = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1) \quad (1)$$

را می‌توان به‌عنوان میزان ناسازگاری موجود در اطلاعات در نظر گرفت که هرچه این مقدار بیشتر باشد، میزان ناسازگاری نیز بیشتر خواهد بود. همچنین از این مقدار می‌توان به‌عنوان میزان کیفیت مقایسه‌ی انجام‌شده توسط خبره استفاده کرد. پس از محاسبه میزان ناسازگاری در ماتریس، نرخ ناسازگاری ( $CR$ ) محاسبه می‌شود که این نرخ از تقسیم شاخص ناسازگاری ( $CI$ ) بر شاخص سازگاری تصادفی ( $RI$ ) به دست می‌آید. اگر نرخ ناسازگاری به‌دست‌آمده از یک آستانه (معمولاً مقدار ۰,۱ در نظر گرفته می‌شود) کمتر باشد، ماتریس متقابل، سازگار در نظر گرفته می‌شود و اگر بیشتر از آستانه باشد، ماتریس متقابل ناسازگار است و نیاز است که آزمایش دوباره تکرار شود.

### ۳-۲- توسعه‌های روش AHP

علیرغم اینکه روش‌های زیادی برای اولویت‌بندی گزینه‌ها ارائه شده است، اما هنگامی که ترجیحات بیان‌شده توسط خبره سازگار باشند، اولویت‌بندی انجام‌شده با استفاده از روش‌های مختلف تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند. درحالی‌که وجود ناسازگاری منجر به تفاوت گسترده‌ای در اولویت‌بندی ارائه‌شده می‌شود. بنابراین شناخت و کاهش ناسازگاری یک موضوع مهم تلقی می‌شود [15] و توجه بسیاری از محققان را در سال‌های اخیر به خود جلب کرده است. ناسازگاری محاسبه‌شده توسط روش‌های گوناگون می‌تواند منشأهای مختلفی داشته باشد. ازجمله این منشأها می‌توان به انتخاب مقیاس نامناسب برای تبدیل عبارات زبانی اشاره کرد [16]. به دلیل اینکه پیش‌زمینه فکری افراد و میزان دانش و آشنایی آن‌ها با ابعاد مختلف مسئله با یکدیگر



متفاوت است، افراد تفسیر متفاوتی از عبارات زبانی خواهند داشت. لذا به منظور جلوگیری از ایجاد ناسازگاری در اثر استفاده از مقیاس نامناسب، ضروری است به جای استفاده از مقیاس ثابت، مقیاسی برای هر فرد ارائه شود که بیشترین سازگاری را با نظرات فرد داشته باشد. این مسئله مورد توجه برخی از محققین قرار گرفته و تحقیقاتی در این زمینه انجام داده‌اند. در این زمینه پی<sup>۱</sup> و ژنگ<sup>۲</sup> [10] یک مقیاس نامتعادل بر پایه توزیع نرمال ساخته است. جی<sup>۳</sup> و جیانگ<sup>۴</sup> [17] در مقاله‌ای یک مقیاس متغیر برای روش AHP ارائه داده است. هررا<sup>۵</sup> و همکاران [18] یک روش فازی زبانی برای کار با مجموعه‌های نامتعادل زبانی ارائه کرده است. در روش‌های ارائه شده مقیاس مورد استفاده برای تبدیل عبارات زبانی با توجه به سطوح مقیاس تعیین می‌شوند و نظرات خبره در تعیین مقیاس نقشی ندارند. درحالی‌که مقیاسی می‌تواند بیشترین سازگاری را داشته باشد که بر اساس نظرات خبره تعیین شده باشد. لذا ضروری است که برای هر یک از افراد مقیاسی شخصی‌سازی شده و متناسب با نظرات او تعریف شود. در این پژوهش به منظور تعیین مقیاس شخصی‌سازی شده برای هر یک از خبرگان از گرانول‌سازی استفاده می‌شود.

### ۳- روش‌شناسی پژوهش

در این بخش روش گرانول‌سازی به منظور تبدیل عبارات زبانی و الگوریتم PSO تغییر یافته برای حل مسئله گرانول‌سازی تشریح می‌شود.

#### ۳-۱- گرانول‌سازی عبارات زبانی

به‌طور کلی گرانول به دسته‌ای از نقاط (اشیا) گفته می‌شود که به دلیل تفکیک‌ناپذیری، شباهت، نزدیکی و کاربرد در یک دسته قرار گرفته‌اند [19]. با توجه به این تعریف گرانول اطلاعات نشان‌دهنده دسته‌ای از اطلاعات مشابه است که می‌توان از آن برای اهدافی مانند مدل کردن اطلاعات استفاده کرد [20]. هنگامی‌که اطلاعات موجود در مسئله ناقص، غیرقطعی و مبهم باشند، استفاده از گرانول اطلاعات می‌تواند از دشواری مسئله بکاهد [21]. بنابراین با توجه به ماهیت مبهم و غیرقطعی عبارات زبانی و لزوم استفاده از یک مقیاس غیر متعادل برای تبدیل نظرات خبره و کاهش ناسازگاری موجود در ماتریس مقایسات، می‌توان از محاسبات گرانولی به منظور کاربردی کردن عبارات زبانی استفاده کرد [7].

در این روش مقیاس ۱-۹ با استفاده از برداری از نقاط برش به گرانول تبدیل می‌شود که



محل قرارگیری این نقاط برخلاف مقیاس ساعتی توزیع یکنواخت ندارد و از قبل مشخص نیست. این ویژگی این امکان را می‌دهد که با تغییر محل قرارگیری نقاط برش به مناسب‌ترین مقیاس برای تبدیل عبارات زبانی دست‌یافت. پس از گرانول‌سازی مقیاس، تناظری یک‌به‌یک بین مقادیر نقاط برش و عبارات زبانی ایجاد می‌شود. در شکل (۱) چگونگی گرانول‌سازی برای مسئله‌ای که در آن از ۵ عبارت زبانی استفاده شده، نمایش داده شده است. همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود، هر یک از عبارات زبانی VL: Very low – L: Low – M: Medium – H: High – VH: Very high به ترتیب به نقاط بردار  $C = [c_0, c_1, c_2, c_3, c_4]$  متناظر می‌شوند. دقت شود که نقاط  $c_0$  و  $c_4$  به ترتیب نشان‌دهنده نقاط ابتدا و انتهای بازه هستند و  $c_0 = 1, c_4 = 9$  است.



شکل ۲. نحوه قرارگیری نقاط برش بر روی بازه

محل قرارگیری نقاط برش را می‌توان در قالب یک مسئله بهینه‌سازی مدل کرد. در این مدل، متغیر تصمیم، بردار محل قرارگیری نقاط برش و تابع هدف، میزان ناسازگاری است که باید کمینه شود.

در سال‌های اخیر پژوهش‌هایی در این حوزه انجام شده است که در ادامه به چند مورد اشاره می‌شود. در این زمینه کابریزو<sup>۱</sup> و همکاران [7] از گرانول‌سازی اطلاعات برای تبدیل عبارات زبانی در مسئله تصمیم‌گیری گروهی که خبره‌ها زمینه فکری ناهمگون و درجه اهمیت متفاوت دارند، استفاده کرده است. پدريچ<sup>۲</sup> و سانگ<sup>۳</sup> [11] از گرانول‌سازی اطلاعات به منظور تعیین مقیاس مناسب برای تبدیل عبارات زبانی در تصمیم‌گیری فردی و گروهی با استفاده از الگوریتم PSO، استفاده کرده است. این پژوهش‌ها به ارائه مقیاس برای خبره در تصمیم‌گیری فردی و ارائه یک مقیاس مشترک در تصمیم‌گیری گروهی پرداخته‌اند. در تصمیم‌گیری گروهی در صورتی که یک مقیاس مشترک در اختیار خبرگان قرار داده شود، خبرگان مجبور می‌شوند نظرات خود را با





توجه به این مقیاس تعدیل کنند و این مسئله باعث می‌شود که نظرات بیان‌شده با نظر واقعی خبرگان متفاوت باشد [22]. لذا ضروری است برای هر یک از خبرگان در تصمیم‌گیری گروهی مقیاسی جداگانه تعریف شود.

### ۳-۲- الگوریتم PSO تغییر یافته برای حل مسئله گرانول سازی

الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات (PSO) یک روش فرا ابتکاری بر پایه جمعیت است که یک مسئله را با تکرارهای متوالی از طریق بهبود دادن یک جواب انتخابی با توجه به یک تابع برازندگی، بهینه‌سازی می‌کند. این روش با داشتن جمعیتی از راه‌حل‌های انتخابی (در اینجا ذرات) و حرکت دادن این ذرات در فضای جستجو بر اساس یک فرمول ریاضی برای موقعیت ذره و سرعت آن، مسئله را بهینه‌سازی و حل می‌کند. هر حرکت ذره تحت تأثیر بهترین موقعیت محلی شناخته‌شده آن است و همچنین در فضای جستجو به‌سوی بهترین موقعیت شناخته‌شده راهنمایی می‌شود. این موقعیت‌ها هنگامی که موقعیت‌های بهتری توسط دیگر ذرات پیدا شود، به‌روزرسانی می‌شوند. در اینجا انتظار می‌رود که ذره‌ها به‌سوی بهترین راه‌حل حرکت کنند [23][12]. در ادامه گام‌های الگوریتم PSO تغییر یافته تشریح می‌شوند.

#### ۳-۲-۱- تکرار اول

یک اجتماع از  $n$  ذره را در نظر بگیرید که ذره  $p^{k,i}$  نشان‌دهنده ذره  $k^{th}$  در تکرار  $i^{th}$  است. هر ذره از این اجتماع بیان‌کننده یک جواب بالقوه برای مسئله است. ابتدا بردار موقعیت ذره در فضای جواب است، به هر ذره تخصیص داده می‌شود. در این بردار  $c_j^{k,1}, 0 \leq j \leq m$  بیان‌کننده محل قرارگیری نقطه برش  $j^{th}$  بر روی مقیاس است. برای هر ذره تعداد  $m-1$  عدد تصادفی در بازه [1,9] تولید می‌شود. این اعداد از کوچک به بزرگ مرتب‌شده و تناظر یک‌به‌یک بین نقاط به‌دست‌آمده و نقاط  $c_1^{k,1}, c_2^{k,1}, \dots, c_{m-1}^{k,1}$  برقرار می‌گردد. سپس موقعیت ذره  $k^{th}$  در تکرار اول ( $p^{k,1}$ ) به بهترین موقعیت ذره  $k^{th}$  در تکرار اول ( $pbest^{k,1}$ ) اختصاص می‌یابد ( $pbest^{k,1} = p^{k,1}$ ). در مرحله بعد هر یک از عبارات زبانی موجود در ماتریس تصمیم  $R$  توسط تابع  $f(p^{k,i}, R): \{VL \leftarrow c_0, \dots, VH \leftarrow c_m\}$  به مقادیر کمی تبدیل‌شده و ماتریس  $\hat{R}^{k,i}$  به دست می‌آید.  $\hat{R}^{k,i}$  بیان‌کننده ماتریس کمی شده با استفاده از مقیاس تولیدشده توسط ذره



$k^{th}$  در تکرار  $i^{th}$  است. به‌عنوان مثال ماتریس  $R$  که در آن ترجیحات با استفاده از عبارات زبانی جدول ۱ بیان شده است و مقیاس  $p^{1,1} = [1, 3.2, 4.8, 6.3, 9]$  را در نظر بگیرید.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & M & \frac{1}{VL} & VH \\ \frac{1}{M} & 1 & L & \frac{1}{M} \\ VL & \frac{1}{L} & 1 & \frac{1}{H} \\ \frac{1}{VH} & M & H & 1 \end{bmatrix}$$

در این صورت تابع تبدیل عبارات زبانی به صورت

$$f(p^{1,1}, R) = \{1 \rightarrow VL, 3.2 \rightarrow L, 4.8 \rightarrow M, 6.3 \rightarrow H, 9 \rightarrow VH\} \quad (2)$$

تعریف می‌شود و ماتریس تبدیل شده  $\hat{R}$  به صورت زیر است.

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} 1 & 4.8 & \frac{1}{1} & 9 \\ \frac{1}{4.8} & 1 & 3.2 & \frac{1}{4.8} \\ 1 & \frac{1}{3.2} & 1 & \frac{1}{6.3} \\ \frac{1}{9} & 4.8 & 6.3 & 1 \end{bmatrix}$$

پس از تبدیل عبارات زبانی، شاخص ناسازگاری ماتریس تبدیل شده برای ذره  $k^{th}$  در تکرار  $i^{th}$  با استفاده از رابطه

$$\begin{aligned} CI(R, p^{k,i}) &= (\lambda_{\max}(f(R, p^{k,i})) - n) / (n-1) \\ &= (\lambda_{\max}(\hat{R}) - n) / (n-1) \end{aligned} \quad (3)$$



محاسبه می‌شود که  $n$  نشان‌دهنده بعد ماتریس  $R$  است. سپس کم‌ترین مقدار  $CI(\hat{R}, p^{k,i})$  به‌عنوان کم‌ترین مقدار ناسازگاری محاسبه‌شده در تکرار اول در نظر گرفته شده  $BCI^1 = \min_{k=1,2,\dots,n} CI(\hat{R}, p^{k,1})$  و اندیس ذره‌ای که کم‌ترین ناسازگاری را داشته است مشخص می‌شود ( $Im^1 = \{k \mid CI(\hat{R}, p^{k,1}) = BCI^1\}$ ). در ادامه  $p^{m^1,1}$  به‌عنوان بهترین پاسخ جهانی در تکرار اول ( $gbest^1$ ) در نظر گرفته می‌شود ( $gbest^1 = \min_{k=1,2,\dots,n} CI(\hat{R}, p^{k,1})$ ).

### ۲-۲-۳- تکرار $i^{th}$

در تکرار  $i^{th}$  الگوریتم PSO، موقعیت جدید ذره  $k^{th}$  را می‌توان با استفاده از رابطه

$$x^{k,i} = x^{k,i-1} + v^{k,i} \quad (۴)$$

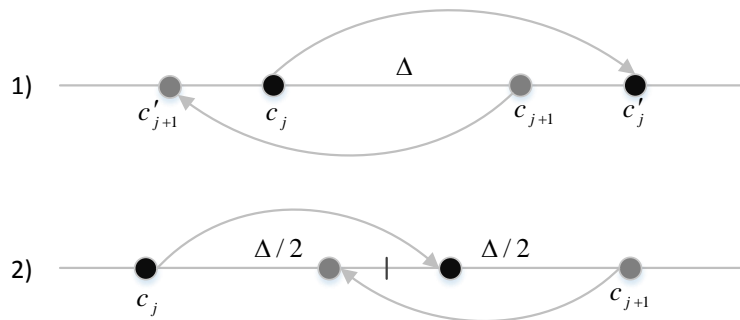
به دست آورد. در این رابطه بردار  $v^{k,i}$  نشان‌دهنده نرخ تغییر موقعیت ذره  $k^{th}$  است که بر اساس جهت حرکت ذره و سرعت حرکت آن تعیین می‌شود. جهت حرکت متأثر از بهترین موقعیت ذره  $k^{th}$  تا تکرار  $(i-1)^{th}$  و بهترین موقعیت تمامی ذرات تا تکرار  $(i-1)^{th}$  است. همچنین سرعت حرکت بیان‌کننده بزرگی تغییرات موقعیت در هر گام است. نرخ تغییرات موقعیت در الگوریتم PSO به‌صورت

$$v^{k,i} = w.v^{k,i-1} + \varphi_1 r_1 (pbest^{k,i-1} - p^{k,i-1}) + \varphi_2 r_2 (gbest^{i-1} - p^{k,i-1}) \quad (۵)$$

فرموله می‌شود که  $w$  اینرسی وزن (میزان تأثیر سرعت ذره در تکرار  $(i-1)^{th}$ )،  $v^{k,i-1}$  سرعت حرکت ذره در تکرار قبل،  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$  به ترتیب فاکتورهای یادگیری شناختی و اجتماعی که میزان جهت‌گیری به سمت  $pbest^{k,i}$  و  $gbest^i$  را تعیین می‌کنند و  $r_1$  و  $r_2$  اعداد تصادفی در بازه  $[0,1]$  هستند. استفاده از رابطه فوق به‌منظور به‌روزرسانی موقعیت ذرات در مسئله حاضر، ممکن است باعث وجود مشکلاتی شود. از آنجاکه بردار موقعیت ذرات نشان‌دهنده محل قرارگیری نقاط روی مقیاس است و این نقاط در تکرار اول به‌صورت صعودی مرتب شده‌اند، ممکن است پس از به‌روزرسانی موقعیت ذره، ترتیب صعودی نقاط تغییر کند یا شرط  $1 \leq c_j \leq 9$  نقض شود. به‌عنوان مثال بردار  $p^{k,i-1} = [1,5.9,6.3,8.8,9]$  را به‌عنوان موقعیت ذره  $k^{th}$  در تکرار  $(i-1)^{th}$  در نظر بگیرید. اگر نرخ تغییر موقعیت تولیدشده برای این ذره برابر  $v^{k,i} = [0,0.3,-0.2,0.3,0]$  باشد، موقعیت ذره در تکرار  $i^{th}$  برابر  $p^{k,i} = [1,6.2,6.1,9.1,9]$



است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در بردار  $p^{k,i}$  علاوه بر اینکه ترتیب صعودی نقاط برش به‌هم‌خورده است، یکی از نقاط از بازه [1,9] خارج شده است. این مشکل به این دلیل به وجود آمده است که هیچ محدودیتی برای میزان تغییرات مجاز برای نقاط برش تعیین نشده است. بنابراین باید بازه‌ای برای تغییرات نقاط برش تعیین شود که پس از به‌روزرسانی موقعیت ذره، ترتیب صعودی قرارگیری نقاط تغییر نکند و نقاط از بازه [1,9] خارج نشوند. به‌طور کلی در دو حالت ممکن است نقاط با یکدیگر جابجا شوند. دو نقطه برش متوالی  $c_j$  و  $c_{j+1}$  را که به میزان  $\Delta$  از یکدیگر فاصله دارند، در نظر بگیرید. حالت اول جابه‌جایی هنگامی رخ می‌دهد که نقطه  $c_j$  به میزان بیشتر از  $\Delta$  به سمت راست یا نقطه  $c_{j+1}$  به میزان بیشتر از  $\Delta$  به سمت چپ حرکت کند. حالت دوم جابه‌جایی هنگامی رخ می‌دهد که نقطه  $c_j$  به میزان بیشتر از  $\Delta/2$  به سمت راست و هم‌زمان نقطه  $c_{j+1}$  به میزان بیشتر از  $\Delta/2$  به سمت چپ حرکت کند. این دو حالت در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۳. شرایطی که در آن ترتیب قرارگیری نقاط برش عوض می‌شود. (۱) هنگامی که  $c_j$  یا  $c_{j+1}$  به میزان بیشتر از  $\Delta$  به ترتیب به سمت راست و چپ حرکت کنند. (۲) هنگامی که  $c_j$  و  $c_{j+1}$  به میزان بیش از  $\Delta/2$  به سمت یکدیگر حرکت کنند.



به منظور حل این مشکل می توان نصف فاصله دو نقطه را به عنوان بازه تغییرات دو نقطه در نظر گرفت. در این صورت تضمین می شود که مستقل از جهت حرکت هر یک از نقاط برش، ترتیب قرارگیری نقاط تغییر نمی کند. بنابراین به منظور تعیین بازه ای برای تغییرات همه نقاط برش ذره  $k^{th}$  در تکرار  $i^{th}$  به گونه ای که ترتیب هیچ یک از نقاط تغییر نکند و هیچ نقطه ای خارج از بازه [1,9] نیافتد، می توان کمترین فاصله بین نقاط متوالی در هر تکرار را به دست آورد و نصف این فاصله را به عنوان حداکثر تغییرات نقاط برش ذره  $k^{th}$  در تکرار  $i^{th}$  ( $\Delta^{*k,i}$ ) در نظر گرفت. در رابطه 6 نحوه به دست آوردن  $\Delta^{*k,i}$  نمایش داده شده است.

$$\Delta^{*k,i} = \min_{j=1,2,\dots,m} \left\{ \frac{|c_j^{k,i-1} - c_{j-1}^{k,i-1}|}{2} \right\} \quad (6)$$

بنابراین هر یک از نقاط برش ذره  $k^{th}$  در تکرار  $i^{th}$  می تواند در بازه  $[-\Delta^{*k,i}, \Delta^{*k,i}]$  تغییر

کند. در مثال بالا حداکثر بازه تغییرات نقاط برش برابر 0.1 است که به صورت

$$\Delta^{*k,i} = \min \left\{ \frac{|c_j^{k,i-1} - c_{j-1}^{k,i-1}|}{2} \right\} = \min \left\{ \frac{|5.9-1|}{2}, \frac{|6.3-5.9|}{2}, \frac{|8.8-6.3|}{2}, \frac{|9-8.8|}{2} \right\} = 0.1 \quad \text{Di}$$

محاسبه می شود. لذا بازه مجاز تغییرات برای تمام نقاط برش ذره  $k^{th}$  در تکرار  $i^{th}$  برابر با  $[-0.1, 0.1]$  است. پس از تعیین بازه تغییرات، ضروری است جهت تغییر موقعیت هر یک از نقاط برش مشخص شود. در غیر این صورت تغییر موقعیت نقاط برش در بازه تغییرات به صورت تصادفی انجام می شود که ممکن است از کارایی الگوریتم کاسته شود. در مثال قبل بردار  $pbest^{k,i-1} = [1, 4.8, 7.2, 8.1, 9]$  را به عنوان بهترین موقعیت ذره  $k^{th}$  تا تکرار  $(i-1)^{th}$  و بردار  $p^{k,i} = [1, 5.98, 6.25, 8.9, 9]$  را موقعیت کنونی نقاط برش این ذره در تکرار  $i^{th}$  در نظر بگیرید که از حرکت تصادفی نقاط برش این ذره در بازه  $[-0.1, 0.1]$  به دست آمده است. همان گونه که مشاهده می شود این ذره پس از به روزرسانی موقعیت، از بهترین موقعیت خود تا تکرار  $(i-1)^{th}$  دور شده است. بنابراین به منظور کاهش زمان رسیدن به جواب بهینه و افزایش عملکرد الگوریتم، ضروری است جهت تغییرات موقعیت نقاط برش ذره  $k^{th}$  در تکرار  $i^{th}$  متناسب با  $pbest^{k,i-1} = [c_j^{k,i-1} | 0 \leq j \leq m]$  و  $gbest^{i-1} = [c^{ni} | 0 \leq j \leq m]$  باشد. این تناسب را می توان به صورت تابع  $D(p^{k,i-1}, pbest^{k,i-1}, gbest^{i-1})$  نشان داد.

در نظر بگیرید که نشان دهنده جهت تغییرات نقاط برش ذره  $k^{th}$  در تکرار  $i^{th}$  با



توجه به  $pbest^{k,i-1}$  است و به صورت

$$l^{k,i} = \{l_j^{k,i} \mid l_j^{k,i} = \text{SGN}(c_j^{k,i-1} - c_j^{k,i}), 0 \leq j \leq m\} \quad (۸)$$

$$l_j^{k,i} = \begin{cases} 1 & c_j^k > c_j^{k,i} \\ 0 & c_j^k = c_j^{k,i} \\ -1 & c_j^k < c_j^{k,i} \end{cases} \quad (۹)$$

تعریف می‌شود.  $c_j^{k,i-1}$  و  $c_j^{k,i}$  به ترتیب نشان‌دهنده محل قرارگیری  $j^{\text{th}}$  نقطه برش ذره  $k^{\text{th}}$  در بردار  $pbest^{k,i-1}$  و  $p^{k,i-1}$  هستند. این رابطه نشان می‌دهد که جهت تغییر  $j^{\text{th}}$  نقطه برش  $(l_j^{k,i})$ ، با توجه به میزان تفاضل موقعیت نقطه برش در تکرار  $(i-1)^{\text{th}}$  و بهترین موقعیت آن تا تکرار  $(i-1)^{\text{th}}$  تعیین می‌شود. به این صورت که اگر  $c_j^k > c_j^{k,i}$  باشد، به معنی آن است که محل قرارگیری کنونی نقطه برش  $j^{\text{th}}$  مقداری کمتر از بهترین موقعیت آن تا تکرار  $(i-1)^{\text{th}}$  دارد و لذا برای رسیدن به بهترین موقعیت خود باید به سمت راست حرکت کند؛ بنابراین  $l_j^{k,i} = 1$  خواهد بود و نشان‌دهنده این است که مقدار  $c_j^{k,i}$  افزایش می‌یابد. همچنین  $l_j^{k,i} = 0$  نشان‌دهنده عدم حرکت نقطه برش و  $l_j^{k,i} = -1$  نشان‌دهنده حرکت نقطه برش به سمت چپ است. به همین صورت می‌توان بردار  $g^{k,i}$  که نشان‌دهنده جهت حرکت نقاط برش با توجه به  $gbest^{i-1}$  است را با استفاده از رابطه ۹ تعریف کرد:

$$g^{k,i} = \{g_j^{k,i} \mid g_j^{k,i} = \text{SGN}(c_j^{i-1} - c_j^{k,i}), 0 \leq j \leq m\} \quad (۱۰)$$

$$g_j^{k,i} = \begin{cases} 1 & c_j^{i-1} > c_j^{k,i} \\ 0 & c_j^{i-1} = c_j^{k,i} \\ -1 & c_j^{i-1} < c_j^{k,i} \end{cases} \quad (۱۱)$$

که در آن  $c_j^{i-1}$  نشان‌دهنده محل قرارگیری  $j^{\text{th}}$  نقطه برش در بردار  $gbest^{i-1}$  است. حال می‌توان جهت کلی حرکت نقاط را با استفاده از بردار  $l^{k,i}$  که به صورت

$$d^{k,i} = \text{SGN}(\varphi_1 l^{k,i} + \varphi_2 g^{k,i}) \quad (۱۲)$$



تعریف می‌شود، تعیین کرد که در آن  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$  پارامترهای یادگیری شخصی و اجتماعی هستند و  $\varphi_1 + \varphi_2 = 1$  است. اگر  $\varphi_1 > \varphi_2$  باشد، تأثیر  $pbest^{k,i-1}$  بر روی جهت‌گیری ذره بیشتر است. اگر  $\varphi_1 < \varphi_2$  باشد،  $gbest^{i-1}$  تأثیر بیشتری روی جهت‌گیری ذره  $k^{th}$  دارد و اگر  $\varphi_1 = \varphi_2$  باشد تأثیر هر دو بر جهت‌گیری یکسان خواهد بود.

پس از تعیین جهت حرکت ذره، موقعیت ذره با استفاده از رابطه ۱۳ به روزرسانی می‌شود که  $r = [r_j \mid 0 \leq j \leq m, -\Delta^* \leq r_j \leq \Delta^*]$  یک بردار از اعداد تصادفی است.

$$p^{k,i} = p^{k,i-1} + r.d^{k,i} \quad (13)$$

در مرحله بعد عبارات زبانی با استفاده از رابطه ۲ به مقادیر کمی تبدیل شده و نرخ ناسازگاری طبق رابطه ۳ محاسبه می‌شود. اگر  $CI(\hat{R}, p^{k,i}) < CI(\hat{R}, pbest^{k,i-1})$  باشد،  $pbest^{k,i} = p^{k,i}$  قرار داده می‌شود. همچنین اگر  $CI(\hat{R}, pbest^{k,i}) < CI(\hat{R}, gbest^{i-1})$  باشد،  $gbest^i = pbest^{k,i}$  قرار می‌گیرد. در غیر این صورت مقادیر  $pbest^{k,i}$  و  $gbest^i$  تغییر نمی‌کنند.

پس از اتمام تکرار  $i^{th}$ ، الگوریتم مجدداً برای تکرار  $(i+1)^{th}$  پیاده‌سازی می‌شود. پس از پیاده‌سازی الگوریتم به تعداد تکرار مدنظر خیره،  $gbest^*$  به دست می‌آید که نشان‌دهنده نقاط برش بهینه است؛ به طوری که  $CI(\hat{R}, gbest^*) > CI(\hat{R}, pbest^{k,i}), i=1,2,\dots,s; k=1,2,\dots,n$  به عبارت بهتر کمترین میزان ناسازگاری را در میان تمامی ذرات در طول تمام مراحل داشته است. در ادامه یک شبه کد برای الگوریتم ارائه شده، آورده شده است.

I: تکرار اول

- برای هر ذره  $k = 1, 2, \dots, n$  :
- بردار اولیه موقعیت هر ذره را با استفاده از توزیع یکنواخت در بازه [1, 9] تولید کنید:

$$p^{k,1} \square U(1,9)$$

- مقادیر موجود در بردار موقعیت ذرات را به ترتیب صعودی مرتب کنید.
- موقعیت ذره را به بهترین موقعیت ذره اختصاص دهید.  $pbest^{k,1} \leftarrow p^{k,1}$
- عبارات زبانی ماتریس  $R$  را با استفاده از تابع  $f(p^{k,i}, R)$  به مقادیر کمی تبدیل کنید.
- در صورتی که  $CI(\hat{R}, pbest^{k,i}) < CI(\hat{R}, gbest^{i-1})$ ،  $gbest^i$  را به روزرسانی کنید.

$$gbest^i \leftarrow pbest^{k,i}$$

II: تکرار  $i^{th}$



- برای هر ذره  $k = 1, 2, \dots, n$ :
- حداکثر بازه تغییرات نقاط برش  $\Delta$  را تعیین کنید.  $\Delta^{*k,i} = \min_{j=1,2,\dots,m} \left\{ \frac{|c_j^{k,i-1} - c_{j-1}^{k,i-1}|}{2} \right\}$
- جهت تغییرات نقاط برش را تعیین کنید.  $d^{k,i} = \text{SGN}(\varphi_1 t^{k,i} + \varphi_2 g^{k,i})$
- یک بردار از اعداد تصادفی تولید کنید.  $r \in U(0,1)$
- موقعیت ذره را به‌روزرسانی کنید.  $p^{k,i} = p^{k,i-1} + r.d^{k,i}$
- اگر  $CI(\hat{R}, p^{k,i}) < CI(\hat{R}, pbest^{k,i-1})$ ،  $pbest^{k,i}$  را به‌روزرسانی کنید.
- اگر  $CI(\hat{R}, p^{k,i}) < CI(\hat{R}, gbest^{i-1})$ ،  $gbest^i$  را به‌روزرسانی کنید.
- $gbest$  نشان‌دهنده بهترین جواب به‌دست آمده است.

#### ۴- مثال عددی

در این بخش مثال عددی برای بررسی میزان کارایی چارچوب ارائه‌شده برای کاهش میزان ناسازگاری در روش AHP ارائه‌شده است. همچنین با توجه به اینکه یکی از توسعه‌های اصلی روش AHP، استفاده از اعداد فازی است، در این بخش نتایج گرانول‌سازی با نتایج حاصل از استفاده از اعداد فازی موردبررسی قرار می‌گیرد.

##### ۴-۱- مثال ۱

ماتریس متقابل  $R$  را در نظر بگیرید که در آن از ۷ عبارت زبانی  $VL, L, ML, M, MH, H, VH$  استفاده‌شده است.



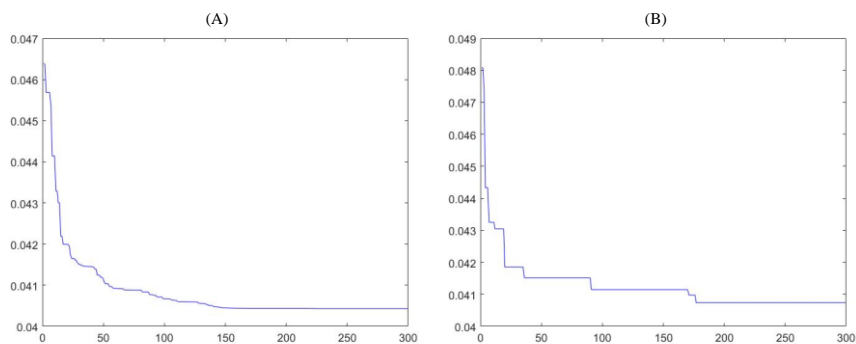


$$R = \begin{bmatrix} 1 & MH & ML & VL & VL & 1/L & VL \\ 1/MH & 1 & ML & 1/H & 1/H & 1/M & 1/L \\ 1/ML & 1/ML & 1 & 1/ML & 1/M & 1/M & 1/ML \\ VL & H & ML & 1 & VL & L & H \\ VL & H & M & VL & 1 & 1/MH & H \\ L & M & M & 1/L & MH & 1 & MH \\ VL & L & ML & 1/H & 1/H & 1/MH & 1 \end{bmatrix}$$

میزان ناسازگاری ماتریس در حالتی که از مقیاس از پیش تعیین شده [1,2,4,5,6,8,9] استفاده شود، برابر ۰,۱۷۵ است. در صورتی که از الگوریتم PSO تغییر یافته با ۳۰۰ تکرار، ۷۰۰ نره در جمعیت اولیه،  $\phi_1 = 0.7$  و  $\phi_2 = 0.3$  استفاده شود، مقیاس بهینه [1,1.2,1.2,1.7,1.7,3.3,9] به دست می آید. ماتریس تبدیل شده توسط مقیاس بهینه در ادامه آورده شده است:

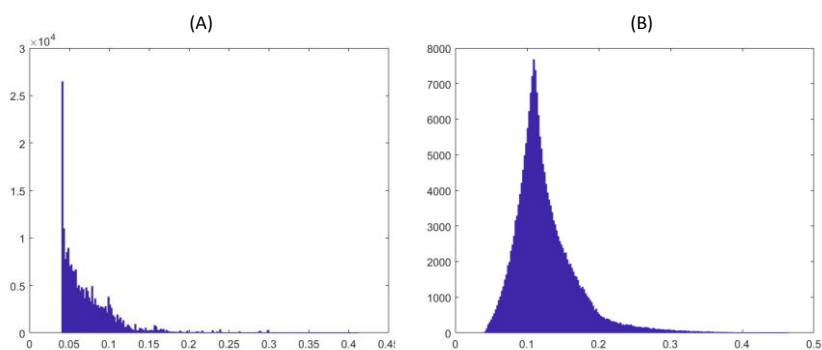
$$R' = \begin{bmatrix} 1 & 1.7 & 1.2 & 1 & 1 & 0.8 & 1 \\ 0.6 & 1 & 1.2 & 0.3 & 0.3 & 0.6 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.6 & 0.6 & 0.8 \\ 1 & 3.3 & 1.2 & 1 & 1 & 1.2 & 3.3 \\ 1 & 3.3 & 1.7 & 1 & 1 & 0.6 & 3.3 \\ 1.2 & 1.7 & 1.7 & 0.8 & 1.7 & 1 & 1.7 \\ 1 & 1.2 & 1.2 & 0.3 & 0.3 & 0.6 & 1 \end{bmatrix}$$

ناسازگاری ماتریس  $\hat{R}$  برابر ۰,۳۲ است. همان گونه که مشاهده می شود، در حالتی که مقیاس تبدیل عبارات زبانی برای خبره شخصی سازی شود، میزان ناسازگاری کاهش یافته و ماتریس سازگار می شود. در شکل (۳) مراحل رسیدن به جواب بهینه در دو حالت استفاده از الگوریتم PSO تغییر یافته (A) و جستجوی تصادفی (B) نشان داده شده است. همان گونه که مشاهده می شود الگوریتم PSO تغییر یافته، برخلاف جستجوی تصادفی، با یک روند پیوسته نزولی به پاسخ بهینه رسیده است.



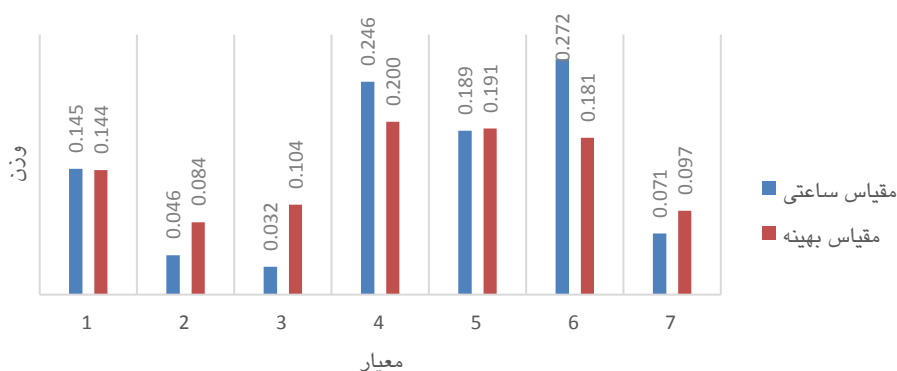
شکل ۴. فرآیند بهینه‌سازی ناسازگاری با استفاده از الگوریتم PSO تغییر یافته (A) و جستجوی تصادفی (B)

میانگین میزان ناسازگاری ذرات در کل تکرارها در الگوریتم PSO تغییر یافته به ترتیب برابر ۰,۳۳ و ۰,۶۵۴ است. در صورتی که نقاط برش به صورت تصادفی در بازه [1,9] قرار گیرند، میانگین و انحراف معیار ناسازگاری ذرات در کل تکرارها به ترتیب برابر ۰,۲۸ و ۰,۱۲۲ است. در شکل (۴) توزیع میانگین ناسازگاری کل ذرات با استفاده از الگوریتم (A) PSO و جستجوی تصادفی (B) نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود میانگین ناسازگاری ذرات در الگوریتم PSO تغییر یافته کمتر است و اکثر ذرات به سمت مقدار بهینه حرکت کرده‌اند در صورتی که در جستجوی تصادفی، حرکت ذرات الگوی خاصی ندارد.



شکل ۵. توزیع میانگین ناسازگاری ذرات در الگوریتم PSO تغییر یافته (A) و جستجوی تصادفی (B)

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با استفاده از گرانول‌سازی مقیاس بهینه [1,1.2,1.2,1.7,1.7,3.3,9] به دست آمد که ناسازگاری ۰,۰۳۲ دارد که این مقدار به مراتب کمتر از ناسازگاری ۰,۱۷۵ با استفاده از مقیاس [1,9] است و این نشان از عملکرد مطلوب چارچوب و الگوریتم ارائه شده دارد. همچنین، در شکل ۵ وزن‌های به دست آمده با استفاده از دو مقیاس مقایسه شده‌اند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، وزن‌های به دست آمده با استفاده از دو مقیاس تفاوت قابل توجهی دارند. بیشترین میزان تغییر در وزن‌های به دست آمده مربوط به معیار ۳ و برابر ۰,۰۷۱ است و میانگین اختلاف وزن‌ها برابر ۰,۰۳۹ است. همچنین، در صورت استفاده از مقیاس ساعتی، معیار ۶ بیش‌ترین وزن را دارد؛ در حالی که در صورت استفاده از مقیاس بهینه، معیار ۴ بیش‌ترین وزن را دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت استفاده از گرانول‌سازی نه تنها در میزان ناسازگاری، بلکه در وزن‌های به دست آمده نیز تأثیرگذار است.



شکل ۶. مقایسه وزن‌های به‌دست‌آمده با استفاده از مقیاس ساعتی و مقیاس بهینه

#### ۲-۴- مقایسه نتایج گرانول‌سازی و منطق فازی

معمولاً قضاوت‌های فردی در مورد ارجحیت‌ها در قالب عبارات کیفی بیان می‌شوند و غیر شفاف هستند. از همین رو روش‌های مختلفی برای غلبه بر عدم قطعیت ارائه شده است که از جمله این روش‌ها، استفاده از منطق فازی است. تئوری فازی اولین بار توسط زاده (۱۹۶۵) [24] ارائه شد. پس از آن منطق فازی در بسیاری از حوزه‌ها از جمله تصمیم‌گیری چندمعیاره به کار گرفته شد. توسعه روش AHP در محیط فازی که توسط [25] ارائه شده است، مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته و در بسیاری از مسائل مورد استفاده قرار گرفته است. از همین رو در این بخش نتایج حاصل از گرانول‌سازی با نسخه فازی روش AHP مقایسه می‌گردد.

با در نظر گرفتن ماتریس مقایسات زوجی در مثال ۱ و استفاده از اعداد فازی مثلثی مطابق با [25] برای تبدیل عبارات کلامی به مقادیر فازی، ماتریس مقایسات زوجی فازی به دست می‌آید.

به‌منظور محاسبه میزان ناسازگاری ماتریس مقایسات زوجی فازی از روش ارائه شده توسط



گوگوس<sup>۱</sup> و بوچرا<sup>۲</sup> (۱۹۹۸) استفاده می‌شود [26]. در این روش ماتریس مقایسات زوجی فازی به دو ماتریس جداگانه تبدیل می‌شود و برای هر یک از ماتریس‌های به دست آمده، میزان ناسازگاری محاسبه می‌شود. بر اساس این روش، مقدار ناسازگاری ماتریس‌ها برابر ۰,۱۲۰ و ۰,۳۵۶ است که نشان از ناسازگار بودن این ماتریس‌ها دارد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، ماتریس حاصل از استفاده از اعداد فازی ناسازگار هستند؛ درحالی‌که ماتریس حاصل از استفاده از مقیاس بهینه سازگار است. این امر بیان‌کننده برتری عملکرد روش گرانول سازی برای تبدیل عبارات کلامی به مقادیر عددی نسبت به روش فازی است.

## ۵- نتیجه‌گیری

روش AHP یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره است که با توجه به سادگی، کاربردی بودن و فراهم آوردن امکان مقایسات زوجی مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. یکی از کاستی‌های موجود در این روش ناسازگاری است. استفاده از مقیاس نامناسب می‌تواند یکی از دلایل بروز ناسازگاری شود. از این رو در این تحقیق روشی بر پایه گرانول سازی به منظور تعیین مقیاس مناسب ارائه شد به گونه‌ای که ناسازگاری حداقل شود. در این روش ابتدا مقیاس مورد نظر با استفاده از نقاط برش به تعدادی گرانول تقسیم‌بندی شد. سپس توزیع نقاط برش بر اساس ترجیحات بیان شده توسط خبره به گونه‌ای تعیین شد که ناسازگاری حداقل شود. ویژگی منحصر به فرد این روش در مقایسه با تحقیقات موجود در ادبیات این است که توزیع نقاط برش از قبل مشخص نیست و بر اساس نظرات خبره تعیین می‌شود.

به منظور تعیین محل قرارگیری نقاط برش و مقیاس بهینه از الگوریتم فرا ابتکاری PSO استفاده شد. از آنجایی که در این مسئله ترتیب قرارگیری نقاط برش مهم بود، به منظور افزایش کارایی الگوریتم و تسریع در فرآیند دستیابی به جواب بهینه، تغییراتی در الگوریتم PSO اعمال شد. این تغییرات شامل تعیین بردار جهت حرکت ذرات متناسب با حرکت نقاط برش بر روی مقیاس و تعیین بازه حرکت ذرات می‌شود.

به منظور بررسی عملکرد چارچوب ارائه شده، مسئله برای یک ماتریس مقایسه زوجی با ناسازگاری ۰,۱۷۵ حل شد که پس از حل مسئله، مقیاس [1,1.2,1.2,1.7,1.7,3.3,9] حاصل



شد. با استفاده از مقیاس به‌دست‌آمده میزان ناسازگاری به ۰,۰۳۲ کاهش یافت و ماتریس مقایسات زوجی سازگار شد. همچنین عملکرد الگوریتم ارائه‌شده با جستجوی تصادفی مقایسه شد که نتایج به‌دست‌آمده تأییدکننده عملکرد خوب الگوریتم ارائه‌شده بودند. در نهایت چارچوب ارائه‌شده با AHP فازی با اعداد فازی مثلثی مورد مقایسه قرار گرفت. همان‌گونه که نتایج نشان دادند، در صورت استفاده از اعداد فازی نیز مقایسات زوجی ناسازگار هستند؛ درحالی‌که با استفاده از مقیاس به‌دست‌آمده از گرانول‌سازی ماتریس سازگار می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت گرانول‌سازی در مقایسه با مجموعه‌های فازی عملکرد بهتری در تفسیر و تبدیل عبارات کلامی دارد.

در تحقیق حاضر به‌منظور تبدیل عبارات کیفی از اعداد ثابت استفاده شد. با توجه به این حقیقت که اعداد ثابت نمی‌توانند به‌خوبی پیچیدگی و ابهام موجود در قضاوت‌های فردی را منعکس کنند، پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی از مجموعه‌های فازی یا شادو<sup>۱</sup> استفاده شود. همچنین در این تحقیق ناسازگاری با استفاده از شاخص معرفی‌شده توسط ساعتی که یکی از متداول‌ترین شاخص‌های محاسبه ناسازگاری است، محاسبه شد. با این وجود شاخص‌های متعدد دیگری نیز در ادبیات برای محاسبه ناسازگاری ارائه‌شده است. از این رو پیشنهاد می‌شود که از چارچوب ارائه‌شده در این مقاله، برای کاهش ناسازگاری محاسبه‌شده توسط شاخص‌های مذکور استفاده شود. همچنین پیشنهاد می‌گردد تا چارچوب توسعه‌یافته در حوزه‌های مختلف و به‌منظور انجام فرآیند تصمیم‌گیری مورد بهره‌برداری قرار گیرد.

## ۶- پی‌نوشت‌ها

1. Analytical hierarchy process
2. Nondeterministic Polynomial-time
3. Particle swarm optimization
4. Pei
5. Zheng
6. Ji



7. Jiang
8. Herrera
9. Cabrerizo
10. Pedrycz
11. Song
12. Gogus
13. Boucher
14. Shadow

#### ۷- منابع

- [1] Y.-M. Wang and Y. Luo, "Integration of correlations with standard deviations for determining attribute weights in multiple attribute decision making," *Math. Comput. Model.*, vol. 51, no. 1, pp. 1–12, 2010.
- [2] A. Asakereh, M. Soleymani, and M. J. Sheikhdavoodi, "A GIS-based Fuzzy-AHP method for the evaluation of solar farms locations: Case study in Khuzestan province, Iran," *Sol. Energy*, vol. 155, pp. 342–353, 2017.
- [3] A. Khadivar and F. Mojbian, "Workshops Clustering Using a Combination Approach of Data Mining and MCDM," *Mod. Res. Decis. Mak.*, vol. 3, no. 2, pp. 107–128, 2018.
- [4] nadia rasouli, fatemeh marandi, and N. Nahavandi, "An Integrated approach based on MADM and MODM for supplier selection and assembler selection in supply chain management," *Mod. Res. Decis. Mak.*, vol. 3, no. 1, pp. 159–185, 2018.
- [5] Kh. Javani, and A. Anabostani, "Comparative Analysis of Multi Criteria ANP & AHP Decision Making green spaces in rural location," *J. Spat. Plan.*, vol. 19, no. 4, pp. 1–32, 2016.
- [6] A. Emrouznejad and M. Marra, "The state of the art development of AHP (1979–2017): a literature review with a social network analysis," *Int. J. Prod. Res.*, pp. 1–23, 2017.
- [7] F. J. Cabrerizo, E. Herrera-Viedma, and W. Pedrycz, "A method based on PSO and granular computing of linguistic information to solve group decision making problems defined in heterogeneous contexts," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 230, no. 3, pp. 624–633, 2013.
- [8] T. L. Saaty, "A scaling method for priorities in hierarchical structures," *J. Math. Psychol.*, vol. 15, no. 3, pp. 234–281, 1977.
- [9] M. Beynon, "An analysis of distributions of priority values from alternative



- comparison scales within AHP,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 140, no. 1, pp. 104–117, 2002.
- [10] Z. Pei and L. Zheng, “New unbalanced linguistic scale sets: The linguistic information representations and applications,” *Comput. Ind. Eng.*, vol. 105, pp. 377–390, 2017.
- [11] W. Pedrycz and M. Song, “A granulation of linguistic information in AHP decision-making problems,” *Inf. Fusion*, vol. 17, pp. 93–101, 2014.
- [12] R. Poli, J. Kennedy, and T. Blackwell, “Particle swarm optimization,” *Swarm Intell.*, vol. 1, no. 1, pp. 33–57, 2007.
- [13] T. L. Saaty, “The analytical hierarchical process,” *J Wiley, New York*, 1980.
- [14] V. Pereira and H. G. Costa, “Nonlinear programming applied to the reduction of inconsistency in the AHP method,” *Ann. Oper. Res.*, vol. 229, no. 1, pp. 635–655, 2015.
- [15] H.-L. Li and L.-C. Ma, “Detecting and adjusting ordinal and cardinal inconsistencies through a graphical and optimal approach in AHP models,” *Comput. Oper. Res.*, vol. 34, no. 3, pp. 780–798, 2007.
- [16] S. Siraj, L. Mikhailov, and J. A. Keane, “Contribution of individual judgments toward inconsistency in pairwise comparisons,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 242, no. 2, pp. 557–567, 2015.
- [17] P. Ji and R. Jiang, “Scale transitivity in the AHP,” *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 54, no. 8, pp. 896–905, 2003.
- [18] F. Herrera, E. Herrera-Viedma, and L. Martínez, “A fuzzy linguistic methodology to deal with unbalanced linguistic term sets,” *IEEE Trans. fuzzy Syst.*, vol. 16, no. 2, pp. 354–370, 2008.
- [19] L. A. Zadeh, “Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic,” *Fuzzy sets Syst.*, vol. 90, no. 2, pp. 111–127, 1997.
- [20] M. A. Sanchez, O. Castillo, and J. R. Castro, “Information granule formation via the concept of uncertainty-based information with Interval Type-2 Fuzzy Sets representation and Takagi–Sugeno–Kang consequents optimized with Cuckoo search,” *Appl. Soft Comput.*, vol. 27, pp. 602–609, 2015.





- [21] K. Chatterjee and S. Kar, “Unified Granular-number-based AHP-VIKOR multi-criteria decision framework,” *Granul. Comput.*, pp. 1–23, 2017.
- [22] Y.-F. Kuo and P.-C. Chen, “Constructing performance appraisal indicators for mobility of the service industries using Fuzzy Delphi Method,” *Expert Syst. Appl.*, vol. 35, no. 4, pp. 1930–1939, 2008.
- [23] S. A. Jalaei, A. Ghassemi, and O. Sattari, “Simulating Consumption Function and Forecasting Iran’s Consumption until 1404 Horizon Using Genetic and Particle Swarm Optimization Algorithm,” *Econ. Reseach*, vol. 15, no. 2, pp. 27–47, 2015.
- [24] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets,” *Inf. Control*, vol. 8, no. 3, pp. 338–353, 1965.
- [25] D.-Y. Chang, “Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 95, no. 3, pp. 649–655, 1996.
- [26] O. Gogus and T. O. Boucher, “Strong transitivity, rationality and weak monotonicity in fuzzy pairwise comparisons,” *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 94, no. 1, pp. 133–144, 1998.