پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری
دوره ۷، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۱، صص ۱-۱۸
نوع مقاله: پژوهشی

مدل‌سازی و حل مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی با منابع محدود در جهت برقراری حداکثری قیود سخت و نرم

محبوبه مولوی عربشاهی [۱*]، جواد وحیدی[۲]، سمیرا طالبی انارکی[۳]

۱. استادیار، گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
۲. استادیار، گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران،ایران
۳. دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی، دانشگاه علم وصنعت ایران، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۳/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۰۷

چکیده

مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی، به ارائه یک جدول زمان‌بندی می‌پردازد که هدف آن، تخصیص دروس به بازه‌های زمانی مختلف در طول هفته و تعیین چینشی از دروس است که ضمن رعایت مقررات آموزشی از نظر مدرس، دانشجو و امکانات دانشگاه قابل قبول و انجام پذیر باشد. در این مقاله سعی شده است، یک مسئله برنامه‌ریزی را مورد بررسی قرار گرفته که همه محدودیت‌های برنامه ریزی و فشرده بودن برنامه درسی، توزیع برنامه دروس در چارچوب زمانی بررسی شده، ترجیحات اساتید، حداقل تعداد روزهای کاری، حداکثر ظرفیت و پابرجایی کلاس‌ها (با هدف حداقل کردن رفت و آمد روزانه دانشجویان بین کلاس‌ها) رعایت شوند. جهت مدل سازی مساله، یک مسئله برنامه‌ریزی ریاضی از نوع غیرخطی عدد صحیح و با ابعاد بزرگ را در نظر گرفته ایم. حل مدل ریاضی به کمک نرم افزارها GAMS انجام و نتایج برنامه ریزی درسی برای ترم دوم کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی دانشگاه علم و صنعت در پایان گزارش شده است.

کلیدواژه‌ها: برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی، برنامه درسی، ، محدودیت، برنامه‌ریزی عدد صحیح، مدلسازی ریاضی.

---

* نویسنده مسئول مقاله E-mail: molavi@iust.ac.ir

۱- مقدمه

مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی[۱] از یک مسئله عملیاتی تشکیل شده است که هدف آن، تعیین بهترین زمان‌بندی برای مجموعه‌ای از دروس دانشگاه در مدت زمان مشخص (در یک دوره پنج روزه کاری) و با در نظر گرفتن تعداد کلاس‌های موجود می‌باشد. برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی در زمینه بهینه سازی و فراتر از آن بسیار مورد توجه و مورد مطالعه قرار گرفته است. تنوع بی شماری در این مسئله وجود دارد که بستگی به مراحل مختلف آموزشی و کشورهایی که در آنها تدوین شده است دارد [۱]. سه نوع طبقه بندی برای مسئله برنامه‌ریزی دروس بیان شده است [۲]:

- برنامه ریزی دروس مدرسه
- برنامه ریزی دروس دانشگاهی یا برنامه ریزی هفتگی مجموعه ای از دروس دانشگاهی
- برنامه ریزی امتحانات؛ که شامل تاریخ امتحان هر درس می باشد.

در این مقاله، روی برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی متمرکز شده ایم. این مسئله از ویژگی های خاصی برخوردار است.

مسائل زمانبندی مجموعه ای از مسائل بهینه سازی برای یافتن تخصیص بهینه برای مجموعه معینی از رویدادها و منابع در مکان و زمان معین هستند به طوری که تا حد امکان مجموعه ای از اهداف مطلوب را برآورده سازند [۳]. این نوع مسائل از نوع NP -complete هستند [۴]. در این پژوهش، زمان‌بندی دوره‌های دانشگاهی به‌عنوان نوعی از مسائل رایج زمان‌بندی در نظر گرفته می‌شود. بسیاری از دانشگاه‌ها با این وضعیت مواجه هستند که ایجاد جدول زمانی دوره‌ها دشوار است و به ندرت آن جدول زمانی تمام محدودیت‌ها را برآورده می‌کند. تا به اکنون، متخصصان زیادی سعی کرده اند با استفاده از رویکردهای پیشرفته مانند نظریه مجموعه فازی، مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی را به طور خودکار حل کنند [۷-۵]. بررسی مسائل برنامه ریزی دروس دانشگاهی سابقه‌ای طولانی دارد. در طول چهل سال گذشته، پژوهشگران با استفاده از روش‌های مبتنی بر محدودیت، رویکردهای مبتنی بر جمعیت (مانند الگوریتم‌های ژنتیک[۲]، بهینه‌سازی کلونی مورچگان[۳] و...)، روش‌های فراابتکاری[۴]، جستجوی همسایگی متغیر و ... رویکردهای زمان‌بندی مختلفی را پیشنهاد کرده‌اند [۱۰-۸]. همچنین یک بررسی جامع در مورد زمان‌بندی توسط پژوهشگران انجام شده است [۱۱ و۱۲]. چندین محقق از الگوریتم‌های ژنتیک برای حل مسائل برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی استفاده کرده‌اند [۱٦-۱۳].

روسی دوریا[۵] و همکاران، روش‌های فراابتکاری مختلف را برای حل مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی مقایسه کردند [۱۷]. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که الگوریتم‌های ژنتیک معمولی، نتایج خوبی در میان تعدادی از رویکردهای توسعه یافته برای مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی نمی‌دهند. از این رو الگوریتم‌های ژنتیک معمولی باید برای حل مسائل برنامه‌ریزی مذکور تقویت شوند. الگوریتم‌های ژنتیک بر جمعیتی از راه حل‌های کاندید تکیه می‌کنند [۱۸]. اگر جمعیت خوبی وجود داشته باشد، شانس ایجاد یک راه حل عملی و بهینه افزایش می‌یابد. در الگوریتم ژنتیک پیشرفته، یک استراتژی جستجوی هدایت شده برای ایجاد فرزندان در جمعیت بر اساس یک ساختار داده اضافی استفاده می‌شود. این ساختار داده از بهترین افراد جامعه ساخته شده است و از این رو اطلاعات مفیدی را ذخیره می‌کند که می‌تواند برای هدایت نسل فرزندان خوب به جمعیت بعدی استفاده می‌شود [۱۹و ۲۰]. بر روی این نوع مسائل با توجه به مطالعات آنها در دانشگاه های خاص، کارهای زیادی انجام شده است و فرمول ها و الگوریتم های زیادی ایجاد شده است. یکی دیگر از پارادایم های محاسباتی مهم، مفهوم رنگ آمیزی گراف[۶] است که در آن رئوس نشان‌دهنده درس‌ها هستند و یک کمان تنها در صورتی به دو راس می‌پیوندد که نتوان آنها را در یک زمان برنامه‌ریزی کرد [۲۱ و ۲۲ و ۲۳].

در ادامه، یک مدل ریاضی برای مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی ارائه می‌دهیم و هر یک از قیدها را به تفصیل مورد بررسی قرار خواهیم داد. سپس مدل معرفی شده را برای مقطع کارشناسی ارشد گروه ریاضی کاربردی دانشگاه علم و صنعت (شامل گرایش‌های بهینه‌سازی، آنالیز عددی و رمزوکد)، با استفاده از نرم‌افزار GAMS پیاده‌سازی و نتایج آن را بررسی می‌کنیم.

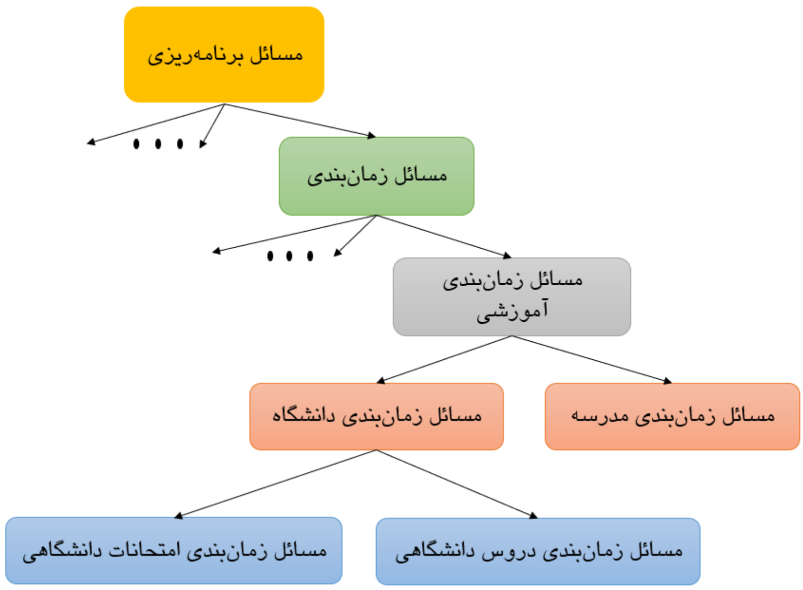
۲- تشریح مسئله پژوهش و تبیین مدل

دروس دانشگاهی انواع مختلفی دارد. در بسیاری از دانشگاه‌ها، دروس به دو دسته تقسیم می‌شوند [۲۴]: ۱) اجباری: دروسی هستند که برای همه دانشجویانِ ورودیِ یکسان، تعیین شده است؛ زیرا دانشکده، آن را درس پایه‌ای می داند. ۲) انتخابی: دروسی هستند که دانشجویان، آن ها را با توجه به رشته و علاقه خود و بر اساس گذراندن حداقل تعداد واحد تعیین شده انتخاب می‌کنند.

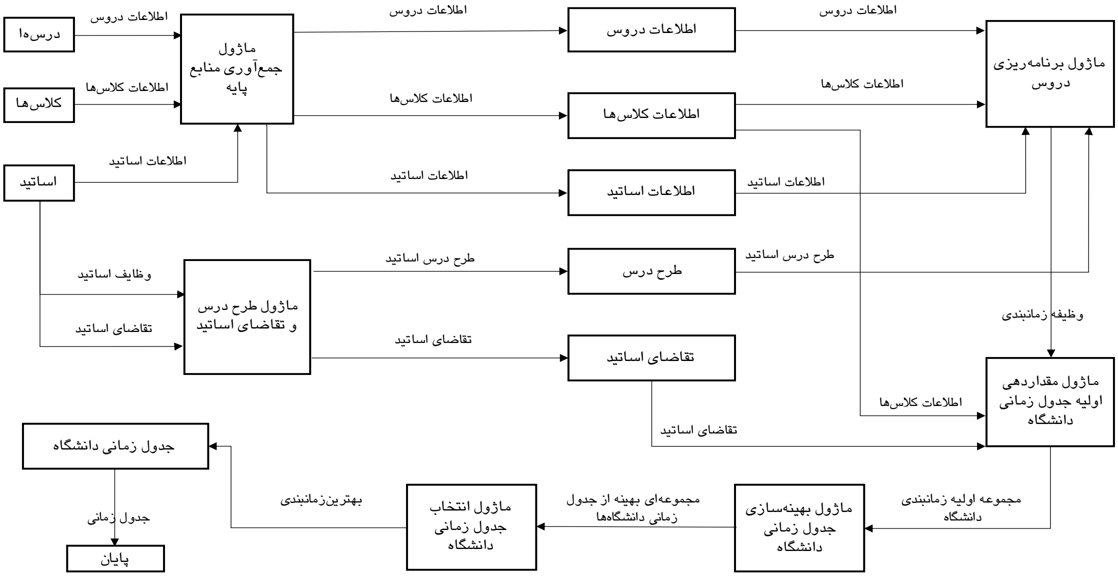
تأکید می‌کنیم که دروس اجباری یا اختیاری که مربوط به جدول زمانی یک دانشجو است، هرگز نباید با هم، هم‌پوشانی داشته باشند. گاهی اوقات، خود گروه آموزشی برخی از برنامه‌های درسی مبتنی برمجموعه‌ای از دروس انتخابی و اجباری را به دانشجویان پیشنهاد می‌کند.

بنابراین، مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی، تبدیل به یک مسئله پیچیده‌تر می‌شود؛ زیرا دو یا چند درس در بین آن‌ها به اشتراک گذاشته نشده اند [۲۵].

در یک مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی، مجموعه ای از درس‌ها هستند که برنامه‌های درسی بر اساس آن‌ها تنظیم می‌شوند و این دروس می‌توانند توسط دانشجویان اخذ شوند. هر برنامه درسی، شامل تعدادی درس و همچنین مجموعه‌ای از کلاس‌ها است که با تعداد صندلی‌ها مشخص می‌شوند وهمچنین شامل مجموعه‌ای از بازه‌های زمانی است که دروس باید در آن بازه‌های زمانی ارائه شوند [۲۶]. حل یک مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی برای یک دانشگاه، فرآیند پیچیده‌ای است که در آن لازم است محدودیت‌های مختلفی رعایت شوند. چیزی که اهمیت دارد این است که محدودیت‌های سخت هرگز قابل نقض نیستند ولی در عوض، محدودیت‌های نرم[۷] خیلی مهم نیستند و معمولاً فقط در صورت برآورده شدن همه محدودیت‌های سخت[۸]، گذاشته می شوند و درواقع آنها کیفیت را بهبود می‌بخشند [۲۷ و ۲۸].



شکل ۱. نمودار مسائل زمان‌بندی



شکل ۲. نمودار جریان داده‌های سیستم زمانبندی دروس دانشگاهی

در ادامه تابع هدف و محدودیت‌های ریاضی مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی آورده شده است.

$$
\begin{aligned}
\min\ z = & \sum_{q\in Q}\sum_{h\in H}\left(M^{CComp} u_{qh}\right) + M^{Dist} \sum_{\substack{d\in D\\ d\neq d_5}} \sum_{c\in C} int_{cd} \\
& + \sum_{c\in C} M^{Mdw} w_c + \sum_{c\in C}\sum_{h\in H}\sum_{a\in A} M^{ACap} \left|std_c - cap_a\right| y_{cha} \\
& + M^{AStb} \sum_{q\in Q}\sum_{d\in D}\sum_{a\in A} \sum_{\substack{h\in H(d)\\ h\notin LHPM}} \left| \sum_{c\in C(q)} y_{cha} - \sum_{c\in C(q)} y_{c(h+1)a} \right|
\end{aligned}
\tag{۱}
$$

$$\sum_{c\in C(q)}\left(\sum_{a\in A} y_{c(h-۱)a}-\sum_{a\in A} y_{cha}+\sum_{a\in A} y_{c(h+۱)a}\right)-۱\le u_{qh}, \quad \forall h\in H-\{SH\cup EH\},\quad \forall q\in Q \qquad (۲)$$

$$\sum_{c\in C(q)}\left(\sum_{a\in A} y_{cha}-\sum_{a\in A} y_{c(h+۱)a}\right)\le u_{qh}, \quad \forall h\in SH,\quad \forall q\in Q \qquad (۳)$$

$$x_{cd}+x_{c(d+۱)}-۱\le int_{cd}, \qquad \forall c\in C,\quad \forall d\in D,\quad d\neq d_۵ \qquad (۴)$$

$$\sum_{h\in H(d)}\sum_{a\in A} y_{cha}\ge x_{cd}, \qquad \forall c\in C,\quad \forall d\in D \qquad (۵)$$

$$\sum_{d\in D} x_{cd}+w_c\ge mdw_c, \qquad \forall c\in C \qquad (۶)$$

$$\sum_{h\in H}\sum_{a\in A} y_{cha}=lct_c, \qquad \forall c\in C \qquad (۷)$$

$$\sum_{c\in C(q)}\sum_{a\in A} y_{cha}\le ۱, \qquad \forall h\in H,\quad \forall q\in Q \qquad (۸)$$

$$\sum_{c\in C} y_{cha}\le ۱, \qquad \forall h\in H,\quad \forall a\in A \qquad (۹)$$

$$\sum_{c\in C(p)}\sum_{a\in A} y_{cha}\le ۱, \qquad \forall h\in H,\quad \forall p\in P \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{a\in A} y_{\bar{c}\bar{h}a}=۰, \qquad \forall(\bar{c},\bar{h})\in PD \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{c\in C}\sum_{h\in H} y_{ch\bar{a}}-\sum_{h\in H} y_{\bar{c}h\bar{a}}=۰, \qquad \forall(\bar{c},\bar{a})\in RD \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{h\in H}\sum_{a\in A} y_{\bar{c}ha}-\sum_{h\in H} y_{\bar{c}h\bar{a}}=\cdot,\qquad \forall(\bar{c},\bar{a})\in RD \tag{۱۳}$$

$$y_{cha}\in\{\cdot,\setminus\},\qquad \forall c\in C,\quad \forall h\in H,\quad \forall a\in A \tag{۱۴}$$

$$x_{cd}\in\{\cdot,\setminus\},\qquad \forall c\in C,\quad \forall d\in D \tag{۱۵}$$

$$u_{qh}\in\{\cdot,\setminus\},\qquad \forall q\in Q,\quad \forall h\in H \tag{۱۶}$$

$$w_c\in\mathbb{N},\qquad \forall c\in C \tag{۱۷}$$

$$int_{cd}\in\{\cdot,\setminus\},\qquad \forall c\in C,\quad \forall d\in D,\quad d\neq d_{۵} \tag{۱۸}$$

حال به شرح پارامترهای مدل فوق می‌پردازیم. در مدل فوق، پارامتر C، مجموعه دروس با اندیس c است که در این ترم ارائه می‌شوند. A مجموعه کلاس های موجود با اندیس a است. H مجموعه‌ای است از بازه‌های زمانی با اندیس h که مجاز است یک درس در آن بازه برنامه‌ریزی شود. D مجموعه روزهای کاری با اندیس d در هفته است. Q مجموعه برنامه‌های درسی ایجاد شده توسط گروه آموزشی با اندیس q است. P مجموعه اساتید با اندیس p است. B مجموعه دانشجویان با اندیس b است. $C(q)$ مجموعه دروس متعلق به برنامه درسی $q\in Q$ است. $C(p)$ مجموعه درس هایی است که توسط استاد $p\in P$ تدریس می شود. $H(d)$ مجموعه بازه های زمانی مجاز متعلق به روز $d\in D$ می‌باشد. Lct_c تعداد جلسات هفتگی مورد نیاز درس c است. Mdw_c حداقل روزهای کاری هفته است که باید برای درس $c(\forall c\in C)$ وجود داشته باشد. Std_c تعداد دانشجویان متقاضی برای درس c است. Cap_a ظرفیت کلاس a یا همان تعداد صندلی های موجود در کلاس a می‌باشد. M^{Ccomp} جریمه‌ی مربوط به قید نرم فشردگی برنامه‌ی آموزشی است. M^{Mdw} جریمه‌ی مربوط به قید نرم حداقل تعداد روز های مورد نیاز دروس، M^{Acap} جریمه‌ی مربوط به قید نرم ظرفیت کلاس، M^{Astb} جریمه مربوط به قید نرم ثبات کلاس، M^{Dist} جریمه‌ی مربوط به قید نرم توزیع دروس به صورت روزهای غیرمتوالی در طول هفته، M^{std_c} جریمه‌ی مربوط به ازدحام متقاضیان هر درس می باشند. SH نیز مجموعه بازه‌های زمانی ابتدای روز و EH مجموعه بازه‌های زمانی انتهای روز

هستند. PD مجموعه ای از زوج مرتب‌ها است که بیانگر عدم حضور استاد درس c در بازه زمانی h می باشد و با $(\bar{c},\bar{h})$ نمایش می‌دهیم. RD نیز مجموعه ای از زوج مرتب‌ها است که بیانگر الزام اختصاص یافتن درس c به کلاس a می باشد و با $(\bar{c},\bar{a})$ نمایش می‌دهیم.

متغیرهای تصمیم مدل فوق نیز عبارتند از: y_{cha} که متغیری باینری است که اگر یک جلسه از درس c در بازه زمانی h در کلاس a برنامه‌ریزی شده باشد مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می گیرد $(\forall c \in C, \quad \forall h \in H, \quad \forall a \in A)$. u_{qh} متغیری باینری است که اگر برنامه درسی q در بازه زمانی h، خالی باشد مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می‌گیرد $(\forall q \in Q, \quad \forall h \in H)$. x_{cd} متغیری باینری است که اگر حداقل یک جلسه از درس c در $h \in H(d)$ برنامه‌ریزی شده باشد مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می‌گیرد $(\forall c \in C, \quad \forall d \in D)$. int_{cd} متغیر باینری[۹] که اگر حداقل یک جلسه از درس $c \in C$ در دو روز متوالی $d, d+۱ \in D$ برنامه ریزی شده باشد مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می گیرد. (این متغیر برای کنترل کردن توزیع کلاس های درس $c \in C$ در روز $d \in D$ (روزهای کاری هفته) ایجاد شده است). w_c متغیر عدد صحیح[۱۰] که تعداد روزهای کمتر از مینیمم روزهای مورد نیاز برای درس $c \in C$ را می شمارد. در ادامه به تجزیه و تحلیل تابع هدف و قیود مدل معرفی شده می‌پردازیم.

تابع هدف (عبارت (۱))، برنامه درسی هر دانشجو را تا حد امکان فشرده می‌کند و سعی دارد توزیع مناسبی برای کلاس‌های درس یکسان ایجاد کند و تفاوت تعداد روزهایی که برای توزیع هفتگی کلاس‌های یک درس در نظر گرفته شده است را حداقل کند و هم چنین سعی دارد تعداد ظرفیت اضافه آمده در هرکلاسی که به درس c اختصاص داده شده است را به کمترین میزان خود برساند. عبارت $\sum_{q\in Q}\sum_{h\in H}(M^{CComp}u_{qh})$ از تابع هدف، بیانگر این است که برنامه درسی هر دانشجو تا حد ممکن باید فشرده باشد. عبارت $M^{Dist}\sum_{\substack{d\in D\\ d\neq d_5}}\sum_{c\in C} int_{cd}$ از تابع هدف، برای کنترل کردن توزیع مناسب کلاس های درس در تابع هدف در نظر گرفته شده است. هدف آن این است که کلاس های درس های یکسان، تا حد امکان در کل هفته پخش شوند و در دو روز متوالی قرار نگیرند. عبارت $\sum_{c\in C} M^{Mdw} w_c$ از تابع هدف، جریمه قید نرم مربوط به توزیع کلاس ها در طول هفته می‌باشد. یعنی اگر حداقل تعداد روز کاری که برای یک درس در نظر گرفته شده است با تعداد روزی که در برنامه‌ریزی در نظر گرفته می‌شود، تفاوت داشته باشد، این متغیر z_c، مقدار صحیح و مثبت اختیار می‌کند و تابع هدف به سمت هر چه کمتر

کردن این مقدار می‌رود. مثلا اگر برای درسی، ۲ جلسه در۲ روز کاری در نظر گرفته شده باشد ولی در برنامه ریزی، ۲ جلسه در یک روز اختصاص یابد، این متغیر مقدار یک را اختیار می کند و به صورت جریمه در تابع هدف ظاهر می‌شود و با این جریمه، سعی در هر چه بهتر توزیع کردن جلسات درس‌ها داریم. عبارت $\sum_{c\in C}\sum_{h\in H}\sum_{a\in A} M^{ACap}|std_c - cap_a|y_{cha}$ از تابع هدف، این عبارت مربوط به تقاضای کلاسی است که به یک درس اختصاص داده شده است (در طی یک دوره زمانی) و آن کلاس باید ظرفیت جا دادن همه‌ی دانشجویانی را که در آن ترم در آن درس ثبت نام کرده اند، داشته باشد و تعداد صندلی هایی که بیشتر از تعداد دانشجویان است را به حداقل برساند. ما بر گذاشتن قدر مطلق در قید بالا تاکید می کنیم. زیرا اگر تعداد دانشجویان ثبت نامی در یک درس مذکور بیشتر از ظرفیت کلاسی باشد که به آن درس اختصاص یافته است، آنگاه حاصل این تفاضل در قید تابع هدف منفی می شود و در نتیجه جواب تابع هدف نیز منفی می شود. بنابراین تابع هدف برای هرچه بیشتر مینیمم شدن به دنبال کلاس های با ظرفیت بیشتر می گردد که این خلاف خواسته ما است و بهینه نیست. لذا گذاشتن قدر مطلق به ما کمک می کند که این مشکل را حل کنیم.

عبارتِ $M^{AStb}\sum_{q\in Q}\sum_{d\in D}\sum_{a\in A}\sum_{\substack{h\in H(d)\\ h\notin LHPM}}\left|\sum_{c\in C(q)} y_{cha} - \sum_{c\in C(q)} y_{c(h+1)a}\right|$ از تابع هدف، تضمین کننده این است که از تاخیر و سردرگمی دانشجویان در جابه‌جایی از کلاسی به کلاس دیگر جلوگیری کنیم. درواقع هدف ما این است که استادی که درس می دهد بین کلاس‌ها جابه جا شود.

محدودیت (۲)، برای مینیمم کردن زمان‌های خالی بین کلاس‌های درسی برنامه آموزشی q و در نتیجه برای فشرده سازی برنامه درسی q می باشد. محدودیت (۳)، برای مینیمم کردن زمان‌های خالی بین کلاس‌های درسی برنامه آموزشی q و در نتیجه برای فشرده‌سازی برنامه درسی q می‌باشد و همچنین تضمین می‌کند که اگر در اولین بازه زمانی روز یکی از دروس برنامه‌ی q ارائه شود ولی در بازه بعدی آن درسی ارائه نشود، جزء بازه خالی برنامه q می‌باشد و هدف از این قید مینیمم کردن این بازه‌های زمانی خالی می باشد. محدودیت (۴)، بیانگر این است که از نظر آموزشی، ترجیح داده می‌شود که کلاس‌های درس‌های یکسان، تا حد امکان در کل هفته پخش شوند و در دو روز متوالی قرار نگیرند. محدودیت (۵)، تضمین می کند که به ازای هر درس و به ازای هر روز کاری، اگر حداقل یک جلسه از درس c در $h \in H(d)$ برنامه ریزی شده باشد، حتما یک جلسه از آن درس c در بازه‌ی زمانی h در کلاس a برگزار شود. محدودیت (۶)، یک محدودیت نرم است که می‌خواهد تعداد روزهایی که جلسات

درس c در آن برگزار می‌شود، بیشتر از مینیمم روزهای مورد نیاز برای درس c باشد. یعنی تا حد ممکن می‌خواهد از برگزار شدن جلسات درس c در یک روز جلوگیری کند ولی اگر این امکان وجود نداشته باشد، متغیر z_c ، مقداری صحیح و مثبت می‌گیرد و در تابع هدف با ضریب M^{Mdw}، جریمه می‌شود. محدودیت (۷)، بیان می کند که برای هر درس، حتما به تعدادِ جلساتِ مورد نیاز برای آن، کلاس برگزار شود. محدودیت (۸)، تضمین می‌کند که برای یک برنامه ارائه شده، در هر بازه زمانی خاص، حداکثر یک درس در یک کلاس برگزار شود و در واقع، دروس یک برنامه با هم تداخل نداشته باشند. محدودیت (۹)، بیان می‌کند که در یک بازه زمانی، نمی‌توان بیش از یک درس را در یک کلاس برگزار کرد. محدودیت (۱۰)، تضمین می‌کند که حداکثر یک درس c که توسط استاد t تدریس می‌شود، در یک بازه ی زمانی خاص در یک کلاس برگزار شود. یعنی به ازای هر استاد و هر بازه ی زمانی، حداکثر یک درس در یک کلاس برگزار شود و مثلا در یک بازه ی خاص، به یک استاد، ۲ درس تعلق نگیرد. محدودیت (۱۱)، تضمین می‌کند که اگر استادی در یک بازه زمانی در دسترس نیست، درسی برای تدریس به این استاد، اختصاص داده نشود. محدودیت (۱۲)، بیان می کند که استاد درس $\overline{c}$ تنها استاد از مجموعه اساتید در نظر گرفته شده می باشد که می‌تواند در کلاس $\overline{a}$ درس بدهد. محدودیت (۱۳)، بیان می کند که در کلاس $\overline{a}$ جز استاد درس $\overline{c}$، استاد دیگری در آن ارائه ندهد. محدودیت‌های (۱۴) تا (۱۸) نیز بیان کننده دامنه مقادیر متغیرهای مسئله می‌باشند.

۳- مورد مطالعه و تجزیه‌وتحلیل یافته‌ها

به منظور اثبات قابلیت‌های مدل فرموله شده در بخش قبل، برای حل مسئله برنامه‌ریزی دروس دانشگاهی، گروه ریاضی کاربردی دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت در گرایش‌های بهینه‌سازی، آنالیز عددی و رمزوکد انتخاب شده است. اکنون مدل پیشنهادی را روی ترم دوم کارشناسی ارشد سال اول ریاضیات کابردی ورودی ۱۴۰۰ اعمال می‌کنیم. این دپارتمان یک دوره کارشناسی ارشد دو ساله را در ریاضیات پیشنهاد می‌کند که در سه برنامه درسیِ تئوری، کاربردی و آموزشی سازماندهی شده است. همچنین می‌توان طرح‌های مطالعاتی فردی را به عنوان جایگزینی برای برنامه‌های درسی پیشنهادی ارائه کرد و این طرح‌ها را به‌عنوان برنامه‌های درسی متفاوت در نظر بگیریم. برای برنامه‌ریزی دروس دانشگاه، باید فاکتورهایی مانند تعداد کلاس‌ها و نیروی انسانی در نظر گرفته شود. ما پارامترهای استفاده شده در مدل معرفی شده را از آموزش دانشکده دریافت کردیم. سپس آن‌ها را در مدل قرار داده و آن را در نرم‌افزار GAMS پیاده‌سازی کردیم.

مقادیر متغیر $y_{c,h,a}$ عبارتند از:

$$y_{۱,۲,۳} = y_{۱,۱۲,۳} = y_{۲,۳,۳} = y_{۲,۱۱,۳} = y_{۳,۲,۱} = y_{۳,۱۲,۱} = y_{۴,۷,۴} = y_{۴,۱۳,۴} =$$
$$y_{۵,۱,۳} = y_{۵,۱۴,۳} = y_{۶,۵,۳} = y_{۶,۱۷,۳} = y_{۷,۷,۳} = y_{۷,۱۶,۳} = y_{۸,۱,۴} = y_{۹,۹,۳} =$$
$$y_{۱۰,۱۸,۳} = y_{۱۱,۱۹,۳} = y_{۱۲,۶,۴} = y_{۱۳,۵,۴} = y_{۱۴,۱۵,۳} = y_{۱۵,۱۳,۳} = y_{۱۶,۶,۳} =$$
$$y_{۱۷,۲,۲} = y_{۱۸,۴,۳} = y_{۱۸,۱۰,۳} = y_{۱۸,۲۰,۳} = ۱$$

و باقی متغیرهای $y_{c,h,a}$ مقدار صفر را می‌گیرند.

برای مثال $y_{۱,۲,۳}=1$ به این معنی است که یک جلسه از درس ۱، در بازه زمانی ۲ و در کلاس ۳ برگزار می‌شود. این نتیجه، در جدول ۱ و در جدول ۴(که مربوط به کلاس شماره ۳ است)، به طور شفاف نشان داده شده است. هم چنین $y_{۱,۱۲,۳} = ۱$ به این معنی است که یک جلسه دیگر از درس ۱، در بازه ۱۲ و باز هم در کلاس ۳ برگزار می‌شود (جدول ۱ و ۴). توجه شود که در قسمت پارامترها حداقل تعداد جلسه مورد نیاز برای درس ۱، ۲ جلسه در نظر گرفته شده بود که این موضوع در نتیجه هم رعایت شده است. باقی متغیرها نیز به همین ترتیب تعبیر می‌شوند.

جدول ۱– نمایش مقادیر متغیر $y_{c,h,a}$

روز / درس	شنبه				یکشنبه				دوشنبه				سه‌شنبه				چهارشنبه			
بازه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۱		■										■								
۲			■								■									
۳		■										■								
۴							■						■							
۵	■													■						
۶					■												■			
۷							■									■				
۸	■																			
۹									■											
۱۰																		■		
۱۱																			■	
۱۲						■														

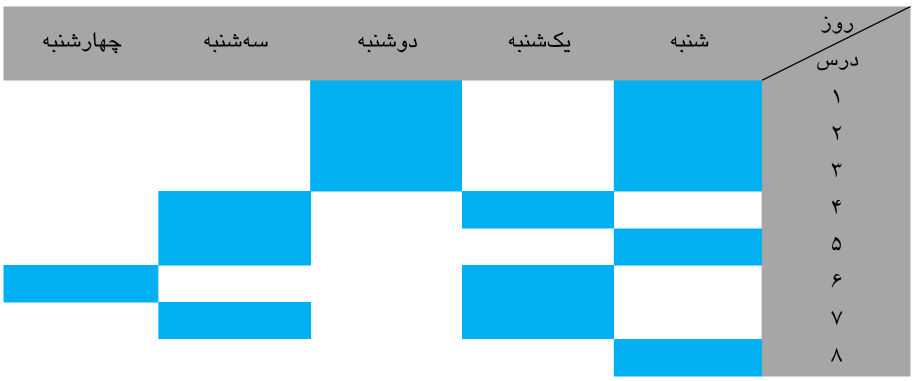
مقادیر به‌دست آمده برای $x_{c,d}$:

$$x_{۱,۱} = x_{۱,۳} = x_{۲,۱} = x_{۲,۳} = x_{۳,۱} = x_{۳,۳} = x_{۴,۲} = x_{۴,۴} = x_{۵,۱}$$
$$= x_{۵,۴} = x_{۶,۲} = x_{۶,۵} = x_{۷,۲} = x_{۷,۴} = x_{۸,۱} = x_{۹,۳} = x_{۱۰,۵} = x_{۱۱,۵}$$
$$= x_{۱۲,۲} = x_{۱۳,۲} = x_{۱۴,۴} = x_{۱۵,۴} = x_{۱۶,۲} = x_{۱۷,۱} = x_{۱۸,۱} = x_{۱,۳} = x_{۱۸,۵} = ۱$$

و باقی متغیرهای $x_{c,d}$ مقدار صفر را می‌گیرند.

برای مثال $x_{۱,۱}=1$ به این معنی است که یک جلسه از درس ۱، در روز یکم (شنبه) برگزار می‌شود و $x_{۱,۳}=1$ به این معنی است که جلسه دیگر از درس ۱ در روز سوم (دوشنبه) برگزار می‌شود (جدول ۲). توجه شود که در پارامترهای مسئله مورد بررسی، حداقل تعداد جلسه مورد نیاز برای درس ۱، دو جلسه در نظر گرفته شده بود که این موضوع در این نتیجه نیز رعایت شده است. باقی متغیرها نیز به همین ترتیب تعبیر می‌شوند.

جدول ۲- نمایش مقادیر متغیر $x_{c,d}$



روز / درس	شنبه	یک‌شنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه
۹					
۱۰					
۱۱					
۱۲					
۱۳					
۱۴					
۱۵					
۱۶					
۱۷					
۱۸					

همان‌طور که قبلاً بیان شد، متغیر $int_{c,d}$ متغیری باینری است که اگر حداقل یک جلسه از درس $c \in C$ در دو روز متوالی $d, d+۱ \in D$ برنامه ریزی شده باشد یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می گیرد. (این متغیر برای کنترل کردن توزیع کلاس های درس $c \in C$ در روز $d \in D$ (روزهای کاری هفته) ایجاد شده است). در جدول۵ ، دیدیم، هیچ‌یک از دروس در دو روز متوالی ارائه نمی‌شوند و لذا داریم:

$$int_{c,d} = ۰ \qquad \forall c \in C,\ \ \forall d \in D,\ \ d \neq ۵$$

هم چنین قبلاً بیان شد که متغیر w_c یک متغیر عدد صحیح است که تعداد روزهای کمتر از مینیمم روزهای مورد نیاز برای درس $c \in C$ را می شمارد. طبق جدول ۵ و با توجه به پارامترهای مسئله، چون حداقل تعداد روزهای مورد نیاز برای تمام دروس رعایت شده است، لذا داریم:

$$w_c = ۰ \qquad \forall c \in C$$

همچنین هریک از برنامه‌های درسی ارائه شده توسط گروه آموزشی، در جدول ۳ آورده شده است:

جدول ۳- نمایش نتایج حاصل از تخصیص برنامه‌های درسی به روزهای هفته

روز / درس	شنبه				یکشنبه				دوشنبه				سه‌شنبه				چهارشنبه			
بازه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
q_1	درس ۸	درس ۱	درس ۲	درس ۱۸					درس ۹	درس ۱۸	درس ۲	درس ۱								درس ۱۸
q_2		درس ۳	درس ۲	درس ۱۸						درس ۱۸	درس ۲	درس ۳						درس ۱۰	درس ۱۱	درس ۱۸
q_3	درس ۵	درس ۳			درس ۱۳	درس ۱۲	درس ۴					درس ۳	درس ۴	درس ۵	درس ۱۴					
q_4	درس ۸	درس ۱۷				درس ۱۶	درس ۷									درس ۷				
q_5	درس ۵	درس ۱۷			درس ۱۳	درس ۱۲							درس ۱۵	درس ۵	درس ۱۴					

هم‌چنین قبل‌تر گفتیم که $u_{q,h}$ یک متغیر باینری است که اگر برنامه درسی q در بازه زمانی h ، خالی باشد یک و در غیر این صورت مقدار صفر را می‌گیرد. با توجه به به جدول ۶، در هیچ‌یک از برنامه‌های $q_۱$، $q_۲$ ، $q_۳$، $q_۴$، $q_۵$ بازه خالی نداریم وبنابراین:

$$u_{q,h} = ۰ \qquad \forall q \in Q,\ \ \forall h \in H$$

در ادامه، از بین ۴ کلاس در نظر گرفته شده، به عنوان نمونه برنامه کلاس شماره ۳ آورده شده است.

جدول ۴- نمایش برنامه هفتگی کلاس شماره ۳

روز / درس	شنبه				یکشنبه				دوشنبه				سه‌شنبه				چهارشنبه			
بازه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۱																				
۲																				
۳																				
۴																				
۵																				
۶																				
۷																				
۸																				
۹																				
۱۰																				
۱۱																				
۱۲																				
۱۳																				
۱۴																				
۱۵																				
۱۶																				
۱۷																				
۱۸																				

جدول ۴ نشان می‌دهد که در کلاس۳، درس ۱،در بازه زمانی ۲-ام از روز شنبه و بازه زمانی ۴-ام از روز دوشنبه تشکیل می‌شود. درس ۲، در بازه زمانی ۳-ام از روز شنبه و دوشنبه تشکیل می‌شود. درس ۴ و ۳، در این کلاس برگزار نمی‌شوند و .... و درس ۱۸ نیز در بازه زمانی ۴-ام از روز شنبه، بازه زمانی دوم از روز دوشنبه و بازه زمانی ۴-ام از روز چهارشنبه تشکیل می‌شود.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل ریاضی جدیدی برای حل مسائل زمان‌بندی دروس دانشگاه ارائه شده است. برای حصول جواب بهین مناسب، پیشنهاد کردیم تا از قیود سخت و نرم استفاده شود. سپس کارایی این مدل، براساس مفروضات گروه ریاضی کابردی ترم دوم مقطع ارشد ورودی ۱۴۰۰ دانشگاه علم و صنعت و با پیاده سازی در نرم افزار GAMS ورژن ۲۵،۱،۲ بررسی شد.

نتایج تجربی نشان می‌دهد که رویکرد ما در مقایسه با نتایج به‌دست‌آمده، جواب های شدنی با کیفیت بالا را در زمان محاسباتی کمتری ارائه می‌کند. نتیجه به دست آمده از حل مدل بسیار راضی کننده بود ومسئله در مدت ۷۴۶ ثانیه، روی سیستم core i۵ به جواب بهینه سراسری منتهی شد و می‌توان گفت مدل از قدرت محاسباتی بالایی برخوردار است. از طرفی با تغییر پارامترها، حل مجدد مسئله به راحتی و در زمان کمی صورت می‌گیرد. شایان توجه است که این مدل از هزینه محاسباتی کمی برخوردار است و در عین حال مسئله پیچیده و البته پرکاربردی را حل می‌نماید. ما معتقدیم که این مدل را می‌توان بیشتر نیز گسترش داد و محدودیت‌های نرم دیگری را با توجه به سلیقه و خواسته‌های سازمانی اضافه نمود.

۵- پی‌نوشت‌ها

١. Timetabling problem
٢. Genetic Algorithm
٣. Ant colony optimization
٤. Metaheuristic methods
٥. Rossi Doria
٦. Graph coloring
٧. Soft conditions
٨. hard conditions
٩. Binary variable
١٠. Integer variable

۶- منابع

[١] Almond, M., An algorithm for constructing university timetables, *Computer Journal*, vol.٨, pp.٣٣١-٣٤٠,١٩٦٦.

[٢] Abdennadher, S. and Marte, M., University course timetabling using Constraint Handling Rules, *Journal of Applied Artificial Intelligence*, vol.١٤, No.٤, pp.٣١١–٣٢٦,٢٠٠٠.

[۳] Wren A. on "Scheduling, timetabling and rostering-A special relationship? Lecture Notes" in *Computer Science*, vol. ۱۱۵۳, pp.٤٦-٧٥,١٩٩٦.
[۴] Even S. and Itai A. and Shamir A. On "The Complexity of Time Table and Multicommodity Flow Problems" in *SIAM J. Comput*., vol. ٥, pp.٦٩١-٧٠٣, ١٩٧٦.
[۵] Chen, C. C. and Smith, S. F., "Applying constraint satisfaction techniques to job shop scheduling," *Annals of Operations Research*, vol.٧٠, pp.٣٢٧-٣٥٧,١٩٩٧.
[۶] Cavdur, F. and Kose, M. "A fuzzy logic and binary-goal programming-based approach for solving the exam timetabling problem to create a balanced-exam schedule," *International Journal of Fuzzy Systems*, Vol. ١٨, pp. ١١٩-١٢٩, ٢٠١٦.
[۷] Chahal, N. and de Werra, D., "An interactive system of constructing timetables on a PC," *European Journal of Operational Research*, vol.٤٠, pp.٣٢-٣٧, ١٩٨٩.
[۸] Deris S. and Omatu S. and Ohta H., "Timetable Planning using the Constraint-based Reasoning," *Computer and Operations Research*, Vol.٢٧,٨١٩-٨٤٠, ٢٠٠٠.
[۹] Asadi, Z., Valipour khatir, M., Safaei, A., "*Modeling and solving Multi-objective Vehicle Routing Problem of Distribution Companies with Fuzzy and Stochastic Constraints (Case Study)*", Modern Researches in Decision Making, ٤(١), ١-٢٤, ٢٠١٩.
[۱۰] Tarin, N., Azar, A., Ebrahimi, A., "*Design of multi-period Reverse logistic model with different product recovery routes under uncertainty*", Modern Researches in Decision Making, ٢(٤), ٢٩-٥٦, ٢٠١٨.
[۱۱] Costa, D., "A tabu search algorithm for computing an operational timetable," *European Journal of Operational Research*, vol.٧٦, No.١, pp.٩٨–١١٠,١٩٩٤.
[۱۲] Mulvey, J., "A classroom time assignment model", *European Journal of Operational Research*, vol.٩, pp.٦٤-٧٠, ١٩٨٢.
[۱۳] Feng, X., Lee, Y. and Moon, I., "An integer program and a hybrid genetic algorithm for the university timetabling problem," *Optimization Methods and Software*, Vol. ٣٢, pp. ٦٢٥- ٦٤٩, ٢٠١٧.
[۱۴] Yang, S., and Jat, S. N., "Genetic algorithms with guided and local search strategies for university course timetabling," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, Vol. ٤١, pp. ٩٣-١٠٦, ٢٠١١.
[۱۵] Babaei, H. , Karimpour, J., and Hadidi, A. "A survey of approaches for university course timetabling problem," *Computers & Industrial Engineering*, Vol. ٨٦, ٤٣-٥٩, ٢٠١٥.
[۱۶] Daskalaki, S., Birbas, T. and Housos, E. "An integer programming formulation for a case study in university timetabling," *European Journal of Operational Research*, Vol. ١٥٣, pp. ١١٧-١٣٥, ٢٠٠٤.

[۱۷] Rossi Doria O. and Paechter B. “A memetic algorithm for university course timetabling,” *Proceedings of Combinatorial Optimization* (CO ۲۰۰٤), pp. ٥٦. ۲۰۰٤.

[۱۸] Burke, E. K., Gendreau, M., Hyde, M., Kendall, G., Ochoa, G., zcan, E., and Qu, R., “Hyper-heuristics: A survey of the state of the art,” *Journal of the Operational Research Society*, Vol. ٦٤, pp. ۱٦۹٥-۱۷۲٤, ۲۰۱۳.

[۱۹] Nandhini, M. and Kanmani, “A survey of simulated annealing methodology for university course timetabling,” *International Journal of Recent Trends in Engineering*, Vol. ۱,۲٥٥-۲٦۲, ۲۰۰۹.

[۲۰] Mahdavi, A., “*Designing Quality Measurement Model of Information System Services Based on Genetic Algorithm*”, The Journal of Management Research in Iran, ۱۱(۲۰), ۲۳٥-۲٦۳, ۲۰۰۷.

[۲۱] Ghalehgolabi, M. and Rezaeipanah, A. “Intrusion Detection System Using Genetic Algorithm and Data Mining Techniques Based on the Reduction Features,” *International Journal of Computer Applications Technology and Research*, Vol. ٦, pp. ٤٦۱- ٤٦٦, ۲۰۱٦.

[۲۲] Ramani A., Aloul F., Markov I. and Sakallah K., “Breaking instance independent symmetries in Exact Graph Coloring,” *Journal of Artificial Intelligence Research*, Vol.۲٦, pp.۲۸۹-۳۲۲,۲۰۰٦.

[۲۳] Akbari, M., “A model for production and inventory control in crisis condition”, The Journal of Management Research in Iran, ۱۹(٤), ٤٥-۷۰, ۲۰۱٦.

[۲۴] Datta, K. Deb, Fonseca, C. M., “Multi-objective evolutionary algorithm for university class timetabling problem*,” Evolutionary scheduling, Springer, Berlin, Heidelberg*, pp. ۱۹۷- ۲۳٦, ۲۰۱۷.

[۲۵] Werra, D. De, “An introduction to Timetabling”, *European Journal of Operations Research*, Vol.۱۹, ,۱٥۱-۱٦۲,۱۹۸٥.

[۲۶] Lewis R., “A Survey of Metaheuristic based techniques for University Timetabling problems”, *OR Spectrum*, Vol.۳۰,۱٦۷-۱۹۰,۲۰۰۸.

[۲۷] Rogalska, M., Bożejko, W. and Hejducki, Z., “Time/cost optimization using hybrid evolutionary algorithm in construction project scheduling,” *Automation in Construction*, Vol. ۱۸, pp. ۲٤-۳۱, ۲۰۰۸.

[۲۸] Lei, Y., Gong, M., Jiao, L. and Zuo, Y., “A memetic algorithm based on hyper-heuristics for examination timetabling problems,” *International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics*, Vol. ۸, pp. ۱۳۹-۱٥۱, ۲۰۱٥.