



پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری

دوره ۸، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۲، صص ۷۲-۹۶

نوع مقاله: پژوهشی

## ارائه رویکرد غیرخطی مارکف سوئیچینگ در پیش‌بینی تقاضا برای مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی

مرتضی صالحی سربیزن<sup>۱</sup>، جواد بهنامیان<sup>۲\*</sup>

۱. استادیار صنایع، گروه مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه زابل، زابل، ایران

۲. دانشیار، گروه صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۰۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۱۱/۱۳

### چکیده

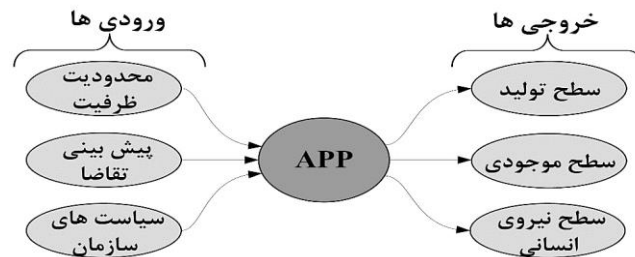
برنامه‌ریزی تولید ادغامی همواره یکی از ارکان غیرقابل‌تفکیک در امر تولید بوده است. امروزه، با پیچیده‌تر شدن شرایط تولید، برنامه‌ریزی تولید ادغامی تولید نقش بسزایی در موفقیت شرکت‌های بزرگ تولیدی ایفا می‌نماید. در این رابطه، پیش‌بینی تقاضا یکی از عوامل اثرگذار در کاهش هزینه‌های مسئله‌ی برنامه‌ریزی تولید ادغامی هست بطوریکه اشتباه در پیش‌بینی تقاضا می‌تواند منجر به کسری یا مازاد تولید می‌شود. از طرف دیگر پیش‌بینی صحیح کاهش ریسک و بهبود عملکرد تجاری یک شرکت را به دنبال خواهد داشت. به دلیل روند پر نوسان و غیرخطی تقاضا و متغیرهای مؤثر بر آن در دوره‌های مختلف مدل‌های خطی توانایی کمی در پیش‌بینی تقاضا دارند. از این رو در این مطالعه، برای اولین بار از مدل غیرخطی مارکف سوئیچینگ برای پیش‌بینی تقاضا در مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی استفاده می‌شود. به این منظور و پس از پیش‌بینی تقاضا، متغیرهای تصمیم و هزینه‌های کل پیش‌بینی محاسبه و نتایج آن با هزینه‌های واقعی کل مقایسه می‌شوند. نتایج نشان داد که مدل مارکف سوئیچینگ با توجه به معیارهای قدرمطلق خطای پیش‌بینی تجمعی و هزینه‌های برنامه‌ریزی تولید ادغامی کارایی بهتری نسبت به مدل‌های خطی اتورگرسیو میانگین متحرک و خود رگرسیون برداری داشته است.

**کلیدواژه‌ها:** برنامه‌ریزی تولید ادغامی، روش پیش‌بینی، رویکرد مارکف سوئیچینگ، اتورگرسیو میانگین متحرک.



## ۱- مقدمه و بیان مسئله

مدیریت تولید و عملیات بیش از دو قرن، به‌عنوان عامل مهمی در رشد اقتصادی کشورها شناخته شده است [۱]. با افزایش رقابت بین تولیدکنندگان در جهت پاسخ به نیازهای مشتریان، برنامه‌ریزی فرآیندهای تولیدی در قالب زنجیره‌های تأمین پیچیده‌تر شده‌اند. تولیدکنندگان از یکسو به‌منظور ایجاد مزیت رقابتی ناچار به تولید با کمترین هزینه هستند. از سوی دیگر الزامات زیست‌محیطی و توجه به تولید پایدار سبب توجه بیشتر به مصرف انرژی در سیستم‌های تولیدی شده است [۲]. در این میان، برنامه‌ریزی تولید همواره یکی از ارکان غیرقابل‌تفکیک در امر تولید بوده است. امروزه، با پیچیده‌تر شدن شرایط تولید، برنامه‌ریزی تولید ادغامی تولید<sup>۱</sup> نقش بسزایی در موفقیت شرکت‌های بزرگ تولیدی ایفا می‌نماید. یکی از برنامه‌ریزی‌های میان‌مدت که معمولاً افق برنامه‌ریزی ۳ الی ۱۸ ماه را در برمی‌گیرد، برنامه‌ریزی تولید ادغامی است که در آن محصولاتی که از نظر ظاهر یا روند تولید مشابه یکدیگر هستند به‌عنوان یک خانواده محصول در نظر گرفته می‌شوند [۳]. با معلوم بودن پیش‌بینی (تقاضای بیرونی) در هر دوره زمانی و منابع فیزیکی در طول افق برنامه‌ریزی، برنامه‌ریزی تولید ادغامی تلاش می‌نماید تا ضمن بهترین استفاده از منابع موجود، هزینه‌های کل سیستم تولیدی را کمینه نماید. توسعه‌ی پایدار برنامه‌ریزی تولید ادغامی منجر به کاهش هزینه‌ها، بهبود کیفیت محصولات، بهبود توانایی رقابتی در برابر با دیگر شرکت‌ها، بهبود برنامه‌ریزی و افزایش رضایت کارمندان می‌شود [۴]. شکل ۱ جایگاه پیش‌بینی تقاضا را به‌عنوان ورودی برنامه‌ریزی تولید ادغامی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد علاوه بر پیش‌بینی تقاضا، محدودیت‌های ظرفیت و سیاست‌ها و استراتژی‌های شرکت دیگر ورودی‌های برنامه‌ریزی تولید ادغامی هستند. همچنین سطوح تولید، موجودی و نیروی انسانی به‌عنوان خروجی‌های برنامه‌ریزی تولید ادغامی هستند.



شکل ۱. فرایند برنامه‌ریزی تولید ادغامی

اکثر سیستم‌های برنامه‌ریزی تولید تحت تأثیر عدم قطعیت در تقاضا روبرو هستند و این عدم قطعیت باعث تغییرات بیش از حد در برنامه در سررسیدها، نوسانات منابع و عدم ثبات در برنامه‌ریزی می‌شود. در این میان پیش‌بینی تقاضا به سیستم‌های تولید کمک می‌کند تا حدی بر این مشکلات فائق بیایند [۵]. مدل‌هایی که در ادبیات تحقیق برای اندازه‌گیری پیش‌بینی تقاضا در برنامه‌ریزی تولید ادغامی استفاده شده‌اند به دو دسته مدل‌های سری زمانی و مدل‌های یادگیری ماشین تقسیم‌بندی می‌شوند. رویکردهای مدل‌های سری زمانی شامل میانگین متحرک<sup>۲</sup> (MA)، هموارسازی نمایی<sup>۳</sup> (ES)، اتورگرسیو<sup>۴</sup> (AR) و اتورگرسیو میانگین متحرک<sup>۵</sup> (ARMA) هستند [۶]. تکنیک‌های مبتنی بر یادگیری ماشین، شامل تکنیک‌هایی نظیر شبکه‌های عصبی مصنوعی و الگوریتم ژنتیک هستند که در ادبیات تحقیق یافت شده‌اند [۷]. روش‌های پیش‌بینی فوق که در یک سطح وسیع برای مدل‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرند خطی هستند، با توجه به رفتار نامتقارن تقاضا در دوره‌های مختلف، در دستیابی به تغییرات نامتقارن این مدل‌ها عاجزند و این مسئله باعث افزایش رغبت محققان برای استفاده از مدل‌های غیرخطی که نسبت به مدل‌های خطی انعطاف بیشتری دارند، شده است. در میان مدل‌های غیرخطی، مدل اتورگرسیو تعمیم‌یافته، مدل دوگانه مدل اتورگرسیو آستانه‌ای، مدل‌های با انتقال ملایم، شبکه‌های عصبی و مدل مارکف سوئیچینگ<sup>۶</sup> را می‌توان نام برد. در این میان، مدل مارکف سوئیچینگ یکی از ابزارهای مهم در زمینه‌ی تحلیل داده‌های سری زمانی است. این مدل با فرض اینکه پروسه‌ی تولید داده‌ها از چند رژیم مختلف با احتمالات متفاوت تشکیل شده است، قابلیت تحلیل داده‌های سری زمانی با ساختار پویایی را فراهم می‌کند. یکی از نوآوری‌های مدل مارکف سوئیچینگ، قابلیت تعیین بهترین توصیفی از داده‌های سری زمانی است. در این مدل، الگوریتم‌های استنتاجی برای ترکیب بهترین احتمالات رژیم‌ها و برآورد پارامترهای مدل بکار می‌روند. این



الگوریتم‌ها با توجه به داده‌های مشاهده‌شده، بهترین توصیفی از داده‌های سری زمانی را ارائه می‌دهند. یکی دیگر از نوآوری‌های مدل مارکف سوئیچینگ، قابلیت تعیین تعداد رژیم‌ها است. در این مدل، تعداد رژیم‌ها به صورت ناشناخته و از داده‌های مشاهده‌شده تعیین نمی‌شود، بلکه با استفاده از الگوریتم‌های استنتاجی، مدل مارکف سوئیچینگ سعی می‌کند بهترین تعداد رژیم‌ها را برآورد کند. این نوآوری باعث می‌شود که مدل برای تحلیل داده‌های سری زمانی با ساختارهای پیچیده، قابل استفاده باشد. بنابراین سهم علمی این مطالعه این است که برای اولین بار از رویکرد مارکف سوئیچینگ برای پیش‌بینی تقاضا در مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی استفاده می‌شود. همچنین استفاده از شاخص قدر مطلق خطای پیش‌بینی تجمعی دیگر سهم علمی تحقیق حاضر است. ساختار باقیمانده مقاله به شکل زیر است. در بخش دوم مقالات مرتبط با روش‌های پیش‌بینی تقاضا در برنامه‌ریزی تولید ادغامی و زنجیره تأمین بررسی می‌شوند. متدولوژی تحقیق در بخش سوم آورده می‌شود. بخش چهارم نتایج محاسباتی ارائه می‌گردد. در انتها، نتیجه‌گیری ارائه و مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد.

## ۲- پیشینه پژوهش

در این بخش به بررسی ادبیات تحقیق استفاده از روش‌های پیش‌بینی در برنامه‌ریزی تولید ادغامی پرداخته می‌شود. ویدی آرتا و همکاران تکنیک پیش‌بینی هموارسازی نمایی برای پیش‌بینی تقاضا را در برنامه‌ریزی تولید ادغامی بکار بردند [۸]. اسکولز ریتر و همکاران از شش روش پیش‌بینی گام تصادفی، میانگین متحرک و خودهمبسته برداری، شبکه‌های عصبی، هموارسازی نمایی، روش ثابت محلی و روش خطی محلی استفاده نمودند [۹]. گانستر از روش‌های پیش‌بینی میانگین متحرک ساده، هموارسازی نمایی برای برنامه‌ریزی ادغامی در سیستم تولید ساخت بر اساس سفارش استفاده نمود [۱۰]. ماتسوموتو و کوماتسو پیش‌بینی تقاضا را با استفاده از مدل‌های پیش‌بینی هولت وینترز<sup>۷</sup> و ARIMA برای برنامه‌ریزی تولید در حالت بازسازی استفاده نمودند [۱۱]. رگو و مسکیتو روش‌های میانگین متحرک ساده و بوت استرپ<sup>۸</sup> را برای پیش‌بینی تقاضا و کنترل موجودی استفاده نمودند [۱۲]. لی و همکاران برای پیش‌بینی تقاضا از مدل AR-GARCH با در نظر گرفتن چهار سناریو برای تقاضا بکار بردند [۱۳]. پنینگ و همکاران با استفاده از روش هموارسازی نمایی پیش‌بینی بر روی موجودی انبار انجام داده و از مقدار درآمد ازدست‌رفته برای ارزیابی عملکرد پیش‌بینی استفاده



نمودند [۱۴]. ها و همکاران در مطالعه خود یک معیار جدید به نام قدر مطلق خطای پیش‌بینی جمعی<sup>۹</sup> (CAFE) برای برنامه‌ریزی تولید ادغامی ارائه دادند و اثربخشی این معیار را با روش‌های پیش‌بینی مختلف آزمون کردند [۱۵]. فایانوف دو رویکرد ARMA و شبیه‌سازی مونت کارلو را برای پیش‌بینی تقاضا استفاده نمودند [۱۶]. ریانتونگ و همکاران از روش میانگین متحرک را برای پیش‌بینی تقاضا در برنامه‌ریزی تولید ادغامی شرکت‌های کوچک در تایلند استفاده کردند [۱۷]. بادولسکو و همکاران ترکیب فرایند تحلیل شبکه‌ای را با روش تاپسیس برای پیش‌بینی تقاضا توسعه دادند [۱۸]. شی از روش‌های یادگیری ماشین برای پیش‌بینی تقاضا استفاده نمود [۱۹]. سعیدی و عزیزی از روش ترکیب خطی چندگانه [۲۰] و سعد خلف و علی از ترکیب روش‌های ARMA و برنامه‌ریزی آرمانی برای برنامه‌ریزی تولید ادغامی [۲۱] استفاده کردند. جدول ۱ جایگاه مطالعه حاضر در طبقه‌بندی مقالات بررسی شده روش‌های پیش‌بینی را در برنامه‌ریزی تولید ادغامی نشان می‌دهد.

#### جدول ۱. خلاصه مرور ادبیات

منبع	روش پیش‌بینی
[۸]	هموارسازی نمایی
[۹]	گام تصادفی، میانگین متحرک و خود همبسته برداری، شبکه‌های عصبی، هموارسازی نمایی، ثابت محلی و روش خطی محلی
[۱۰]	میانگین متحرک ساده، هموارسازی نمایی
[۱۱]	هولت وینترز و ARIMA
[۱۲]	میانگین متحرک ساده، بوت استرپ
[۱۳]	AR-GARCH
[۱۴]	هموارسازی نمایی
[۱۵]	نایو، شبکه عصبی، هولت وینترز و ARIMA
[۱۶]	ARMA و شبیه‌سازی مونت کارلو
[۱۷]	میانگین متحرک
[۱۸]	ANP-TOPSIS
[۱۹]	یادگیری ماشین
[۲۰]	ترکیب خطی چندگانه
[۲۱]	ترکیب ARMA و برنامه‌ریزی آرمانی
مطالعه حاضر	روش مارکف سوئیچینگ و ARMA



همان‌طور که از جدول ۱ مشاهده می‌گردد اکثر مقالات پیشینه تحقیق با فرض خطی بودن و یکسان بودن واریانس داده عمل کرده و از روش‌های خطی استفاده نموده‌اند؛ و درحالی‌که با نوسانات شدید واریانس داده‌ها در حال تغییر و روند داده‌ها دیگر خطی نیست. برای پر کردن این شکاف تحقیقاتی، در این مطالعه برای اولین بار از روش پیش‌بینی تقاضا با استفاده از رویکرد غیرخطی مارکف سوئیچینگ در برنامه‌ریزی تولید ادغامی استفاده شده و نتایج آن با روش‌های ARMA و VAR مقایسه می‌شوند.

### ۳- روش‌شناسی پژوهش

در این بخش به بررسی انواع روش‌های پیش‌بینی مدل سری زمانی ARIMA، مدل مارکف سوئیچینگ، انواع معیارهای پیش‌بینی، مدل برنامه‌ریزی ادغامی و چارچوب ارزیابی مدل‌ها پرداخته می‌شود.

#### ۳-۱- مدل سری زمانی ARIMA

یک سری زمانی ایستا را می‌توان به روش‌های گوناگونی مدل‌سازی نمود. یکی از متداول‌ترین مدل‌سازی‌ها در اقتصادسنجی بر پایه متدولوژی باکس و جنکینز و تکیه بر مقادیر گذشته سری زمانی و جملات خطای استوکاستیک است. این نوع مدل‌سازی که به مدل‌سازی ARMA مشهور است، به‌طور گسترده توسط محققین مورد استفاده قرار گرفته است و حالت کلی آن برای ARMA(p,q) به صورت رابطه (۱) است [۲۲]. (متغیر  $y_t$  ایستا در سطح فرض شده است).

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j} \quad (1)$$

با وجود کاربرد فراوان رابطه (۱) در مدل‌سازی سری‌های زمانی، چنانچه مشاهده می‌شود پارامترهای این مدل در طول زمان ثابت و به‌صورت خطی تعدیل می‌شود؛ اما اکثر متغیرهای سری زمانی در طول زمان به‌صورت خطی تعدیل نمی‌شوند. برای مطالعه فرایندهای تعدیل خطی و مدل‌سازی سری‌های زمانی که رفتار غیرخطی دارند، نیازمند توسعه مدل‌های ARMA خواهیم بود. در این میان از آنجایی که نوسانات تقاضا شدید است روش‌های خطی که در یک سطح وسیع برای مدل‌سازی متغیرهای اقتصادی عاجزند. در نتیجه این مسئله باعث افزایش



رغبت محققان برای استفاده از مدل‌های غیرخطی که نسبت به مدل‌های خطی انعطاف بیشتری دارند، شده است. در میان مدل‌های غیرخطی، مدل اتورگرسیو تعمیم‌یافته، مدل دوگانه، مدل اتورگرسیو آستانه‌ای، مدل‌های با انتقال ملایم، شبکه‌های عصبی و مدل مارکف سوئیچینگ اتورگرسیو را می‌توان نام برد.

### ۳-۲- مدل مارکف سوئیچینگ

همیلتون در سال ۱۹۸۹ اولین کسی بود که از مدل MS (مدل تغییر رژیم تصادفی) برای مدل‌سازی سیکل‌های تجاری استفاده کرد او این مدل را برای داده‌های GNP واقعی آمریکا یک مدل دو رژیمه و درجه اتورگرسیو ۴ مطابق رابطه (۲) برای کمک به تاریخ‌گذاری و پیش‌بینی نقاط بازگشتی سیکل‌های تجاری پیشنهاد داد [۲۳].

$$\begin{aligned}
 y_t - \mu_{s_t} &= \varphi_1(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \varphi_2(y_{t-2} - \mu_{s_{t-2}}) + \varphi_3(y_{t-3} - \mu_{s_{t-3}}) + \varphi_4(y_{t-4} - \mu_{s_{t-4}}) + \varepsilon_t \\
 \varepsilon_t &\sim \text{i.i.d.N}(0, \sigma^2) \\
 S_t &= 0 \text{ or } 1
 \end{aligned}
 \tag{۲}$$

که در رابطه (۲)،  $y_t$ ، متغیر رشد اقتصادی است، اگر  $S_t = 0$  باشد در رژیم اقتصادی رکود قرار داریم و اگر  $S_t = 1$  باشد در رژیم اقتصادی رونق هستیم. همچنین مقادیر احتمالات انتقال از یک رژیم به رژیم دیگر از رابطه (۳) به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned}
 P[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] &= p \\
 P[S_t = 0 | S_{t-1} = 1] &= 1 - p \quad \rightarrow P = \begin{bmatrix} q & p \\ 1 - q & 1 - p \end{bmatrix} \\
 P[S_t = 0 | S_{t-1} = 0] &= q \\
 P[S_t = 1 | S_{t-1} = 0] &= 1 - q
 \end{aligned}
 \tag{۳}$$

به‌طورکلی می‌توان مدل‌های مارکف سوئیچینگ را به دو نوع تقسیم کرد. نوع اول حالت مارکف سوئیچینگ در میانگین (MSM) و نوع دوم مارکف سوئیچینگ در عرض از مبدا (MSI) می‌باشد. در ادامه به هریک از این نوع مدل‌ها اشاره می‌شود.



### الف- مارکف سوئیچینگ با میانگین (MSM)

در این حالت فرض می‌شود میانگین متغیرها با توجه به رژیم‌ها در حال تغییر است و انواع این مدل‌ها به صورت زیر هستند:

#### ۱) مارکف سوئیچینگ با میانگین و اتورگرسیو (MSM-AR)

این حالت زمانی است که فقط میانگین در حال تغییر باشد و انحراف معیار در طی رژیم‌ها ثابت باشد. این مدل در رابطه (۴) آورده شده است.

$$\Delta y_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^p \alpha_i (\Delta y_{t-i} - \mu(S_{t-i})) + \varepsilon_t \quad (4)$$

#### ۲) مارکف سوئیچینگ با میانگین و واریانس خطاها وابسته به رژیم و اتورگرسیو (MSMH-AR)

در این حالت نیز میانگین در حال تغییر است و واریانس خطاها وابسته به رژیم هستند و از رابطه (۵) به دست می‌آیند.

$$\Delta y_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^p \alpha_i (\Delta y_{t-i} - \mu(S_{t-i})) + \varepsilon_t \quad (5)$$

$$\varepsilon_t \sim \text{IID}(\cdot, \sigma^2(S_t))$$

#### ۳) مارکف سوئیچینگ با میانگین و ضرایب متغیرها وابسته به رژیم و اتورگرسیو (MSMA-AR)

این حالت زمانی رخ می‌دهد که ضرایب تخمینی متغیرهای مدل هم در طی تغییر رژیم‌ها در حال تغییر باشند در نتیجه رابطه (۴) به شکل MSMA-AR در قالب رابطه (۶) آورده شده است.

$$\Delta y_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^p \alpha_i(S_t) (\Delta y_{t-i} - \mu(S_{t-i})) + \varepsilon_t \quad (6)$$

$$\varepsilon_t \sim \text{IID}(\cdot, \sigma^2)$$





۴) مارکف سوئیچینگ با میانگین، ضرایب متغیرها و واریانس خطاها وابسته به رژیم و اتورگرسیو (MSMAH-AR)

در این مدل هم ضرایب پارامترها و هم واریانسها در طی رژیمها نیز در حال تغییرند (۷).

$$\Delta y_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^p \alpha_i(S_t) (\Delta y_{t-i} - \mu(S_{t-i})) + \varepsilon_t \quad (7)$$

$$\varepsilon_t \sim IID(\cdot, \sigma^2(S_t))$$

ب- مدل‌های مارکف سوئیچینگ با عرض از مبدأ

اگر مبنا بر تغییرات در عرض از مبدأ باشد در نتیجه مدل‌های دیگر هم قابل تخمین است که مدل‌های مارکف سوئیچینگ با عرض از مبدأ (MSI) نامیده می‌شوند.

۱) مارکف سوئیچینگ با عرض از مبدأ و اتورگرسیو (MSI-AR)

عمومی‌ترین نوع مدل این حالت است و در آن  $C(S_t)$  عرض از مبدأ فرآیند در طی رژیمها است و از رابطه‌ی (۸) به دست می‌آید.

$$\Delta y_t = C(S_t) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (8)$$

$$\varepsilon_t \sim IID(\cdot, \sigma^2)$$

۲) مارکف سوئیچینگ با عرض از مبدأ و واریانس خطاها وابسته به رژیم و اتورگرسیو (MSH-AR)

حالتی که واریانسها در طی رژیمها در حال تغییر باشند از رابطه (۹) به دست می‌آید.

$$\Delta y_t = C + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (9)$$

$$\varepsilon_t \sim IID(\cdot, \sigma^2(S_t))$$

۳) مارکف سوئیچینگ با عرض از مبدأ و ضرایب متغیرها وابسته به رژیم و اتورگرسیو (MSA-AR)



اگر ضرایب متغیر در حال تغییر باشد، از رابطه (۱۰) به دست می‌آید.

$$\Delta y_t = C + \sum_{i=1}^p \alpha_i(S_t) \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (10)$$

$$\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2)$$

۴) مارکف سوئیچینگ با عرض از مبدأ، ضرایب متغیرها و واریانس خطاها وابسته به رژیم و اتورگرسیو (MSIAH-AR)

این حالت ضرایب متغیر، واریانس خطاها و عرض از مبدأ همه در حال تغییر هستند. رابطه (۱۱) این مدل را نشان می‌دهد.

$$\Delta y_t = C(S_t) + \sum_{i=1}^p \alpha_i(S_t) \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (11)$$

$$\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2(S_t))$$

### ۳-۳- معیارهای صحیح پیش‌بینی

مهم‌ترین معیار برای انتخاب یک روش پیش‌بینی، صحت آن است یعنی پیش‌بینی تا چه اندازه به رویداد واقعی نزدیک است. مجذور میانگین خطای مربع<sup>۱۱</sup> (RMSE) و میانگین قدر مطلق درصد خطا<sup>۱۱</sup> (MAPE) به‌عنوان معیارهای معمول برای تعیین صحت روش پیش‌بینی، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در برنامه‌ریزی تولید ادغامی، پیش‌بینی تقاضاها برای ایجاد برنامه‌ریزی تولید استفاده می‌شود که مقدار تولید، سطح نیروی کار، سطح موجودی و دیگر متغیرهای تصمیم را برای چند ماه یا یک سال آتی جهت حداقل سازی کل هزینه‌ها تعیین می‌کند. از آنجاکه برنامه‌ریزی تولید ادغامی بر اساس تقاضا پیش‌بینی شده است، موقع وقوع تقاضای واقعی، هزینه واقعی ممکن است متفاوت باشد [۱۵]. در برنامه‌ریزی تولید ادغامی فرض کنید پیش‌بینی‌ها به‌عنوان یک برنامه تولید مورد استفاده قرار بگیرد و تولیدکننده مقدار پیش‌بینی را تولید کند. اگر در دو روش پیش‌بینی یک روش مقدار پیش‌بینی بیش از تقاضای واقعی باشد و هزینه نگهداری بسیار کمتر از هزینه پس‌افت باشد آن روش پیش‌بینی مناسب است اما اگر مقدار پیش‌بینی کمتر از تقاضای واقعی باشد روش دوم مناسب‌تر خواهد بود. بنابراین روشن



است که هزینه معیار مهمی برای ارزیابی روش‌های پیش‌بینی در برخی از کاربردها مانند برنامه‌ریزی تولید ادغامی است. از آنجایی که تخمین زیاد و کم به ترتیب منجر به هزینه نگهداری و پس‌افت می‌شود، معیار جدید قادر به منعکس نمودن کل هزینه‌ها با پیش‌بینی تقاضا خواهد بود. معیار قدر مطلق خطای پیش‌بینی تجمعی (CAFE) برای روش‌های پیش‌بینی ارائه شد. قدر مطلق خطای پیش‌بینی تجمعی را می‌توان به صورت مجموع خطای تجمعی پیش‌بینی و به صورت رابطه (۱۲) محاسبه کرد [۱۵].

$$CAFE_t = \sum_{i=1}^T |D_i - F_i| = \sum_{i=1}^T |CFE_i| \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (12)$$

رابطه (۱۲) را می‌توان به صورت رابطه (۱۳) اصلاح نمود که در آن وزن‌های مختلف برای نگهداری و موجودی در نظر گرفته می‌شود.

$$CAFE_t = \sum_{i=1}^T [c^i * \max(F_i - D_i, 0) + c^s * \max(D_i - F_i, 0)] \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (13)$$

که  $c^i$  و  $c^s$  به ترتیب فاکتورهای وزنی برای هزینه‌های نگهداری و پس‌افت هستند.

#### ۳-۴- مدل‌سازی ریاضی مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی

در این مطالعه از مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی ارائه شده در مطالعه‌ی ها و همکاران [۱۵] و کوپرا و میندل [۲۴] استفاده شده است. در این مدل برنامه‌ریزی خطی شامل میزان تولید، مقدار نیروی کار، زمان بندی اضافه‌کاری، موجودی، کسری موجودی کالا، استخدام و اخراج به عنوان متغیرهای تصمیم هستند. مفروضات این مسئله به شرح زیر هستند:

- علاوه بر کار در زمان عادی و اضافه‌کاری، عملیات پیمانکاری نیز ممکن است.
- کمبود برای هر محصول می‌تواند اتفاق بیفتد.
- محدودیت زمان در دسترس برای تولید وجود دارد.

در ادامه در جدول (۲) پارامترها و متغیرهای تصمیم استفاده شده در مدل ریاضی مسئله آمده‌اند.



جدول (۲): پارامترها و متغیرهای تصمیم مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی

پارامترها	توصیف
$D_t$	تقاضای واقعی برای ماه $t$ ( $t = 1, \dots, T$ )
$F_t$	پیش‌بینی تقاضا برای ماه $t$
$c^m$	هزینه هر واحد
$c^i$	هزینه هر واحد نگهداری موجودی
$c^s$	هزینه حاشیه‌ای هر واحد کمبود/پس‌افت
$c^h$	هزینه استخدام و آموزش برای هر کارگر
$c^l$	هزینه اخراج برای هر کارگر
$c^r$	هزینه هر ساعت کاری در اوقات عادی
$c^o$	هزینه هر ساعت کار در اوقات اضافه‌کاری
$c^b$	هزینه هر واحد برون‌سپاری
$g$	ساعات کاری در هر روز
$d$	روزهای کاری در هر ماه
$R$	ساعت کار موردنیاز برای هر واحد
$I_t'$	سطح موجودی محصول در پایان افق برنامه‌ریزی
$O'$	حداکثر اضافه‌کاری برای هر کارگر در هر ماه
$TC^F$	کل هزینه واقعی تولید ادغامی وقتی مدل پیش‌بینی $F$ انجام شود
$I_t^a$	موجودی واقعی در پایان ماه $t$
$S_t^a$	تعداد واقعی واحدهای کمبود در پایان ماه $t$
متغیرهای تصمیم	توصیف
$W_t$	تعداد نیروی کار برای ماه $t$
$H_t$	تعداد نیروی کار استخدام‌شده در ابتدای ماه $t$
$L_t$	تعداد کارکنان اخراج شده در ابتدای ماه $t$
$P_t$	تعداد واحدهای محصول تولیدشده در ماه $t$
$I_t$	موجودی محصول در پایان ماه $t$
$S_t$	تعداد واحدهای کمبود در پایان ماه $t$
$C_t$	تعداد واحدهای برون‌سپاری شده برای ماه $t$



$O_t$

تعداد ساعت‌های اضافه‌کار نیروی کار در ماه t

مدل ریاضی مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T (c^r . g . d . W_t + c^o . O_t + c^h . H_t + c^l . L_t + c^i . I_t + c^s . S_t + c^m . P_t + c^b . C_t) \quad (14)$$

$$W_t = W_{t-1} + H_t - L_t \quad (t = 1, \dots, T) \quad (15)$$

$$P_t \leq (1/R) . (g . d . W_t + O_t) \quad (t = 1, \dots, T) \quad (16)$$

$$I_{t-1} + P_t + C_t = F_t + S_{t-1} + I_t - S_t \quad (t = 1, \dots, T) \quad (17)$$

$$I_t \geq I'_t, S_0 = 0, S_T = 0 \quad (18)$$

$$O_t \leq O' . W_t \quad (19)$$

در مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی تابع هدف (۱۴) شامل هزینه‌های کل در طول افق برنامه‌ریزی است. که هزینه‌های تولید در زمان عادی و اضافه‌کاری، هزینه‌های نیروی کار و استخدام و اخراج، هزینه نگهداری موجودی و هزینه‌های کمبود و هزینه‌های تولید و قرارداد جنبی را محاسبه می‌کند. محدودیت (۱۵) تعادل نیروی کار را بیان می‌کند که نیروی کار در هر دوره برابر نیروی کار دوره قبل به علاوه استخدام و اخراج طی دوره است. محدودیت (۱۶) نشان می‌دهد که در هر دوره میزان تولید از میزان ظرفیت (که بر اساس ساعات کار موجود و یا اضافه‌کاری بیان می‌شود) نمی‌تواند بیشتر باشد. محدودیت‌های (۱۷) و (۱۸) تعادل موجودی را در پایان هر دوره نشان می‌دهند. محدودیت (۱۹) محدود نمودن میزان اضافه‌کاری را نشان می‌دهد. با استفاده از پیش‌بینی‌های تقاضا به دست آمده به وسیله‌ی مدل مارکف سوئیچینگ (  $F_t$  )، متغیرهای تصمیم بهینه  $W_t^*$ ،  $H_t^*$ ،  $L_t^*$ ،  $P_t^*$ ،  $C_t^*$  و  $O_t^*$  را می‌توان از روابط (۱۵) تا (۱۹) به دست آورد. سپس، کل هزینه تولید ادغامی (  $TC$  ) در رابطه (۲۰) را می‌توان با استفاده



از تقاضای واقعی یعنی  $D_t$  محاسبه نمود که در آن  $I_t^a$  و  $S_t^a$  به ترتیب با استفاده از روابط (۲۱) و (۲۲) محاسبه می‌شوند.

$$TC^K = \sum_{t=1}^T (c^r \cdot g \cdot d \cdot W_t^* + c^o \cdot O_t^* + c^h \cdot H_t^* + c^l \cdot L_t^* + c^i \cdot I_t^a + c^s \cdot S_t^a + c^m \cdot P_t^* + c^b \cdot C_t^*) \quad (20)$$

$$I_t^a = \max(I_{t-1}^a + P_t^* + C_t^* - D_t - S_{t-1}^a, 0) \quad (21)$$

$$S_t^a = -\min(I_{t-1}^a + P_t^* + C_t^* - D_t - S_{t-1}^a, 0) \quad (22)$$

متفاوت از معیارهای پیش‌بینی قبلی، مانند MAD، RMSE و MAPE،  $TC$  می‌تواند عملکرد واقعی هر مدل پیش‌بینی را در مرحله تولید ادغامی نشان دهد.

### ۳-۵- چارچوب ارزیابی

در ابتدای فرایند پیش‌بینی تقاضا داده‌ها به دو بخش تقسیم می‌شوند بخش اول به‌عنوان داده‌های گذشته مورد استفاده قرار می‌گیرد و بخش دوم به‌عنوان تقاضای واقعی در آینده محسوب می‌شود. اول با استفاده از داده‌های گذشته و با استفاده از مدل مارکف سوئیچینگ تقاضای پیش‌بینی تخمین زده می‌شود. دوم بر اساس مقدار پیش‌بینی مرحله قبل، متغیرهای تصمیم مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی محاسبه می‌شوند. سوم برنامه‌ریزی تولید ادغامی جدیدی با تقاضای واقعی، ایجاد شده و متغیرهای تصمیم و هزینه کل واقعی را تعیین می‌کند. چهارم با بروز رسانی و استفاده از روش پیشنهادی به مقادیر پیش‌بینی کل هزینه‌های ایجاد شده توسط برنامه‌ریزی تولید ادغامی را محاسبه می‌کند ( $TC^F$ ). در نهایت اختلاف کل هزینه‌ها بر اساس پیش‌بینی و تقاضای واقعی محاسبه می‌شود و عملکرد روش پیش‌بینی با معیارهای موجود تجزیه و تحلیل می‌گردد. شکل ۲، فلوچارت نمای کلی از فرآیند ارزیابی مدل پیشنهادی تحقیق و جایگاه مدل پیش‌بینی مارکف را نشان می‌دهد.

### ۴- نتایج پژوهش

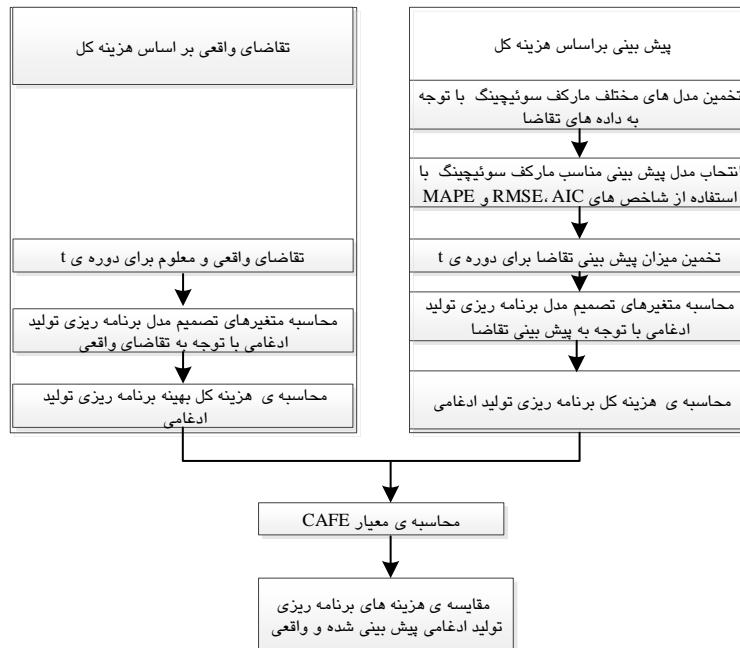
هدف این بخش این است که اعتبار رویکرد غیرخطی مارکف سوئیچینگ و ARMA پیشنهادی برای مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی بررسی شوند. برای این، معیار CAFE برای مقایسه



هزینه‌ها و هزینه کل رویکردهای مارکف سوئیچینگ و ARMA با رویکرد VAR پیشنهادی توسط ناگاراچا و الوری [۲۵] مقایسه می‌شوند. برای تمام موارد تخمین مدل‌ها، پیش‌بینی‌ها و بهینه‌سازی از نرم افزارهای <sup>۷</sup>OX-Metrics، <sup>۸</sup>EViews و <sup>۹</sup>GAMS استفاده شده است.

#### ۴-۱- توصیف داده‌ها

داده‌های تقاضا مورداستفاده در این تحقیق مربوط به داده‌های گروه محصول دستمال شامل دستمال توال (TP) و دستمال کاغذی (PT) طی سال‌های ۱۹۸۹ تا ۱۹۹۴ در عمده فروشی شماره ۱۱۲ در شیکاگو برای ۳۸۳ هفته است که از مرکز بازاریابی کیلتس وابسته به دپارتمان کسب‌وکار دانشگاه شیکاگو استخراج شده است [۲۶]. آمار توصیفی این داده‌ها در جدول ۳ همچنین نمودار مربوطه در شکل ۲ آورده شده است. همان‌طور که از نمودار ۲ مشاهده می‌شود نوسانات تقاضای مشتریان محصول زیاد است بطوریکه مینیمم تقاضا برابر ۱۲ و ماکزیمم آن ۲۷۸ است.

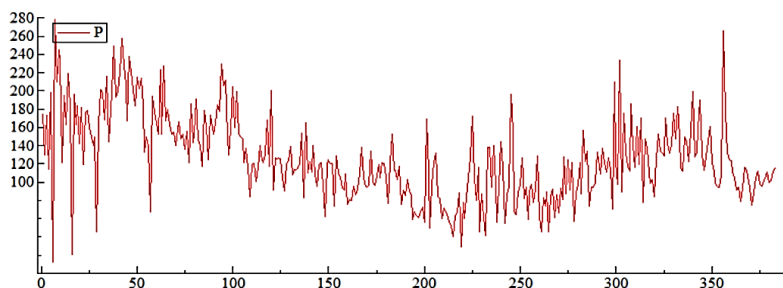


شکل ۲. فلوجارت فرایند ارزیابی مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی



جدول ۳. آمار توصیفی داده‌های تحقیق

نام گروه محصول	تعداد	مینیمم	ماکزیمم	میانه	میانگین
P	۳۸۳	۱۲	۲۷۸	۱۲۱	۱۲۶,۳۷۶



شکل ۲. نمودار روند تقاضا برای دستمال

## ۲-۴- ایستایی سری داده‌ها

اولین مرحله برای استفاده از داده‌ها انجام آزمون‌هایی برای ساکن پذیری داده‌ها است، بدین منظور از آزمون دکی فولر استفاده شده است که نتایج این آزمون در جدول ۴ آورده شده است.

جدول ۴. نتایج آزمون ایستایی متغیر تحقیق

محصول	فرض صفر	آزمون	آماره آزمون	مقدار بحرانی ۱٪	مقدار بحرانی ۵٪	مقدار بحرانی ۱۰٪
P	سری ریشه واحد دارد	دکی فولر	-۴/۱۳	-۳/۴۴	-۲/۸۶	-۲/۵۷

همان‌طور که از جدول ۴ مشاهده می‌شود برای متغیر P مقدار محاسبه شده (قدر مطلق) آماره آزمون (t) در هر سه سطح معناداری بیشتر از مقادیر بحرانی است در نتیجه متغیر ایستا هست و فرض صفر رد می‌شود. پس در تمام محاسبات تحقیق از خود متغیر استفاده می‌شود و نیازی به تفاضل یا لگاریتم‌گیری متغیر وجود ندارد.





### ۳-۴- انتخاب بهترین مدل مارکف سوئیچینگ و ARMA برای پیش‌بینی با توجه به داده‌های تقاضا

آزمون‌های تشخیصی مختلف مثل شوارتز<sup>۱۲</sup> (SC)، آکائیک<sup>۱۳</sup> (AIC)، هنان کوئین<sup>۱۴</sup> (HQ) و آماره حداکثر درست‌نمایی<sup>۱۵</sup> (LL) و معیارهای خطاهایی مانند جذر میانگین مجموع مربعات خطا (RMSE) و میانگین قدرمطلق درصد خطا (MAPE) برای مقایسه مدل‌های مختلف پیشنهاد شده‌اند. از آنجایی که معیارهای شوارتز و هنان کوئین در حجم نمونه‌های بالا نتایج خوبی نشان نمی‌دهند و آماره حداکثر درست‌نمایی بیشتر برای مدل‌های خطی استفاده می‌شود [۲۷]. در این مطالعه برای مقایسه مدل‌های مختلف از کمینه مقدار معیار آکائیک استفاده می‌شود. معیار آکائیک از رابطه (۲۳) به دست می‌آید.

$$AIC = \ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + \frac{2k}{n} \quad (23)$$

در رابطه (۲۳) k تعداد پارامتر و بخش اول مربوط به انطباق مدل و بخش دوم مربوط به اعمال جریمه بر روی تعداد پارامترهاست. همچنین معیارهای خطای RMSE و MAPE به ترتیب از رابطه‌های (۲۴) و (۲۵) به دست می‌آیند.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum(Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n}} \quad (24)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100 \quad (25)$$

$Y_t$  و  $\hat{Y}_t$  به ترتیب مقادیر سری و مقدار پیش‌بینی شده در زمان t است و همچنین n تعداد نمونه است. نتایج مقایسه مدل‌های مجاز مارکف سوئیچینگ در جدول ۵ آورده شده است.

جدول ۵. مقایسه مدل‌های مجاز مارکف سوئیچینگ متغیر تحقیق

MAPE	RMSE	AIC	مدل
۵/۳۵	۷/۵۶	۹/۸۰	MSI(2)-AR(10)
۴/۳۴	۵/۱۹	۹/۷۹	<b>MSA(3)-AR(10)</b>
۱۰/۱۷	۱۲/۳۸	۹/۷۴۴	MSH (3)-AR(10)



مدل	AIC	RMSE	MAPE
MSIA(3)-AR(8)	۹/۷۵	۵/۸۶	۳/۹۳
<b>MSIHA(3)-AR(10)</b>	۹/۵۵	۵/۶۱	۴/۴۱
MSM(3)-AR(4)	۹/۸۰	۶/۶۳	۴/۹۲
MSMA (3)-AR(4)	۹/۸۰	۶/۵۳	۴/۸۵
MSMH (2)-AR(6)	۹/۷۶	۸/۵۷	۶/۴۱
MSMAH (2)-AR(6)	۹/۷۷	۶/۶۸	۴/۹۹

همان‌طور که از جدول ۵ مشاهده می‌شود بهترین مدل برای متغیر تحقیق مدلی است سه رژیمه و وقفه متغیر ۱۰ در حالتی که عرض از مبدأ، ضرایب متغیرها و واریانس خطاها در حال تغییر هستند (MSIHA(3)-AR(10)). با برآورد مدل مشاهده می‌شود که در تفکیک رژیم‌ها به‌خوبی عمل‌نکرده و تعداد پارامترهایی که بی‌معنی هستند زیاد است. برای انتخاب بهترین مدل برای پیش‌بینی از پیش‌بینی درون نمونه‌ای برای ۱۰ دوره استفاده شده است به این ترتیب که ابتدا برای ۳۷۳ داده تخمین مدل انجام می‌گیرد و ۱۰ داده دیگر پیش‌بینی می‌شود و با ۱۰ داده واقعی باقیمانده مقایسه شده و مقادیر RMSE و MAPE در جدول (۵) آورده شده است کمترین معیارهای خطای RMSE و MAPE مربوط به متغیر، به ترتیب برای مدل MSA (3)-AR(10) و ۱۸ و ۴/۳۴ است. با برآورد مدل MSA(3)-AR(10) بر روی داده‌های هفته اول تا ۳۷۳ و پیش‌بینی دوره ۳۷۴ تا ۳۸۳ مقادیر پیش‌بینی محاسبه شده و نتایج پیش‌بینی به همراه مقادیر واقعی در جدول ۶ آورده شده است.

جدول ۶. مقادیر تقاضای واقعی و پیش‌بینی مدل مارکف سوئیچینگ

دوره	مقدار پیش‌بینی	مقدار واقعی
۳۷۴	۱۰۳/۱۱	۱۱۲
۳۷۵	۱۰۰/۴۹	۹۸
۳۷۶	۱۰۲/۱۷	۹۶
۳۷۷	۱۰۷/۰۹	۱۰۲
۳۷۸	۱۰۸/۱۷	۱۰۷
۳۷۹	۱۰۶/۹۵	۱۱۱
۳۸۰	۱۰۷/۸۹	۱۰۰
۳۸۱	۱۰۷/۷۶	۱۰۲



دوره	مقدار پیش‌بینی	مقدار واقعی
۳۸۲	۱۱۰/۱۳	۱۱۲
۳۸۳	۱۱۳/۱۸	۱۱۵

همچنین برای به دست آوردن بهترین مدل ARMA با قرار دادن حداکثر درجه تأخیر AR و MA برابر ۱۰ مدل‌های مختلف را تخمین زده و مدلی را انتخاب می‌کنیم که مقادیر AIC، RMSE و MAPE کمتری داشته باشد نتایج تخمین مدل‌های مختلف در جداول ۷ تا ۹ خلاصه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مطابق معیار AIC بهترین مدل مدلی است که درجه تأخیر AR و MA به ترتیب ۱۰، ۹ و ۱۰ را داشته اما مطابق معیارهای RMSE و MAPE بهترین مدل  $ARMA(6,1)$  است. از آنجایی که هدف این تحقیق به دست آوردن پیش‌بینی بهینه است پس برای پیش‌بینی مقادیر تقاضا محصول مدل  $ARMA(6,1)$  را تخمین زده و مقادیر پیش‌بینی برای ۱۰ دوره یعنی از دوره ۳۷۴ تا ۳۸۳ را به دست آورده و نتایج در جدول ۱۰ آورده شده است.

جدول ۷. مقادیر معیار AIC برای انتخاب مدل بهینه ARMA

MA(10)	MA(9)	MA(8)	MA(7)	MA(6)	MA(5)	MA(4)	MA(3)	MA(2)	MA(1)	MA(0)	
۹/۹۷	۹/۹۶	۹/۹۶	۹/۹۵	۹/۹۵	۹/۹۴	۹/۹۴	۹/۹۴	۹/۹۴	۹/۹۳	۱۰/۱۸	AR(1)
۹/۹۳	۹/۹۳	۹/۹۲	۹/۹۲	۹/۹۵	۹/۹۲	۹/۹۲	۹/۹۱	۹/۹۱	۹/۹۴	۱۰/۰۵	AR(2)
۹/۸۷	۹/۸۷	۹/۸۷	۹/۸۶	۹/۸۶	۹/۸۶	۹/۸۵	۹/۸۵	۹/۹۱	۹/۹۴	۱۰/۰۲	AR(3)
۹/۸۹	۹/۸۹	۹/۹۹	۹/۸۹	۹/۹۸	۹/۸۹	۹/۸۸	۹/۸۵	۹/۹۱	۹/۹۴	۹/۹۹	AR(4)
۹/۸۵	۹/۸۴	۹/۸۴	۹/۸۴	۹/۸۲	۹/۸۱	۹/۸۳	۹/۸۲	۹/۹۰	۹/۹۴	۹/۹۷	AR(5)
۹/۸۲	۹/۸۳	۹/۸۲	۹/۸۲	۹/۸۱	۹/۸۲	۹/۸۳	۹/۸۳	۹/۹۰	۹/۹۰	۹/۹۲	AR(6)
۹/۸۲	۹/۸۱	۹/۸۱	۹/۸۱	۹/۸۰	۹/۸۰	۹/۸۳	۹/۸۳	۹/۸۵	۹/۸۵	۹/۸۷	AR(7)
۹/۸۳	۹/۸۱	۹/۷۸	۹/۸۱	۹/۸۱	۹/۸۰	۹/۸۲	۹/۸۵	۹/۸۵	۹/۸۵	۹/۸۷	AR(8)
۹/۷۸	۹/۷۹	۹/۷۷	۹/۷۷	۹/۸۰	۹/۸۱	۹/۸۳	۹/۸۴	۹/۸۴	۹/۸۵	۹/۸۶	AR(9)
۹/۷۶	۹/۷۶	۹/۸۰	۹/۷۹	۹/۸۱	۹/۸۰	۹/۸۴	۹/۸۴	۹/۸۵	۹/۸۴	۹/۸۵	AR(10)

جدول ۸. مقادیر معیار RMSE برای انتخاب مدل بهینه ARMA

MA(10)	MA(9)	MA(8)	MA(7)	MA(6)	MA(5)	MA(4)	MA(3)	MA(2)	MA(1)	MA(0)	
۶/۱۹	۶/۱۷	۶/۳۴	۶/۳۳	۶/۴۳	۶/۷۴	۶/۷۱	۶/۹۷	۶/۶۳	۶/۷۶	۱۱/۴۹	AR(1)
۶/۰۶	۶/۳۱	۶/۲۱	۶/۲۱	۶/۷۷	۶/۸۳	۶/۷۳	۶/۶۰	۶/۸۰	۶/۷۴	۹/۳۴	AR(2)
۶/۵۲	۶/۱۸	۶/۲۸	۶/۴۲	۶/۴۵	۶/۲۱	۶/۱۴	۶/۳۳	۶/۵۹	۷/۰۱	۸/۷۷	AR(3)
۱۱/۰۱	۶/۴۷	۶/۱۴	۶/۳۷	۶/۱۷	۷/۳۸	۷/۶۰	۶/۱۷	۶/۸۲	۹/۷۶	۱۱/۷	AR(4)
۶/۴۹	۶/۵۴	۶/۴۵	۱۰/۲۳	۷/۸۷	۸/۰۷	۶/۷۲	۶/۶۵	۶/۸۰	۶/۵۵	۵/۹۵	AR(5)



MA(10)	MA(9)	MA(8)	MA(7)	MA(6)	MA(5)	MA(4)	MA(3)	MA(2)	MA(1)	MA(0)	
۸/۰۷	۷/۵۴	۷/۴۷	۷/۱۲	۸/۴۴	۶/۹۲	۶/۵۴	۶/۸۷	۵/۸۰	۵/۷۳	۵/۸۸	AR(6)
۶/۴۴	۶/۳۶	۶/۳۹	۶/۱۹	۶/۰۵	۶/۲۵	۷/۲۴	۵/۸۸	۶/۴۸	۶/۴۹	۶/۰۳	AR(7)
۱۱/۱۴	۶/۳۳	۹/۸۱	۶/۵۰	۶/۰۶	۶/۲۰	۷/۳	۶/۴۲	۶/۰۹	۶/۵۳	۶/۲۵	AR(8)
۸/۶۱	۹/۱۵	۸/۸۱	۷/۸۰	۶/۴۹	۶/۴۳	۷/۶۰	۶/۰۱	۶/۴۸	۵/۹۸	۶/۳۲	AR(9)
۱۲/۳۷	۱۱/۳۶	۹/۱۳	۶/۷۱	۸/۲۵	۷/۹۴	۷/۹۶	۶/۶۶	۶/۰۴	۶/۰۴	۶/۲۳	AR(10)

جدول ۹. مقادیر معیار MAPE برای انتخاب مدل بهینه ARMA

MA(10)	MA(9)	MA(8)	MA(7)	MA(6)	MA(5)	MA(4)	MA(3)	MA(2)	MA(1)	MA(0)	
۵/۱۹	۵/۱۹	۵/۴۷	۵/۴۶	۵/۶۳	۵/۸۸	۵/۷۶	۶/۰۲	۵/۵۳	۵/۵۹	۹/۴۳	AR(1)
۴/۹۱	۵/۲۵	۵/۲۷	۵/۲۷	۵/۹۶	۵/۹۲	۵/۷۴	۵/۵۵	۵/۶۲	۵/۵۷	۷/۱۴	AR(2)
۵/۴۸	۵/۴۰	۵/۵۵	۵/۷۲	۵/۷۱	۵/۳۳	۵/۲۳	۵/۲۲	۵/۵۴	۶/۱۳	۷/۳۸	AR(3)
۹/۱۵	۵/۴۸	۵/۰۵	۵/۲۳	۵/۰۸	۶/۲۲	۶/۴۰	۵/۲۴	۵/۹۵	۶/۰۷	۵/۹۱	AR(4)
۵/۳۲	۵/۴۲	۵/۳۹	۸/۲۹	۶/۸۲	۶/۸۷	۵/۷۳	۵/۷۲	۵/۸۷	۵/۴۶	۴/۷۳	AR(5)
۷/۰۸	۶/۴۷	۶/۲۹	۵/۹۲	۷/۱۵	۵/۹۵	۵/۵۱	۶/۰۳	۴/۴۸	۴/۵۸	۴/۹۷	AR(6)
۵/۳۴	۵/۲۴	۵/۲۶	۵/۰۵	۴/۹۴	۵/۱۲	۵/۸۱	۴/۸۲	۵/۴۷	۵/۵۱	۵/۲۵	AR(7)
۸/۸۱	۵/۱۷	۷/۳۳	۵/۴۰	۵/۰۵	۵/۲۳	۶/۰۴	۵/۴۳	۵/۰۶	۵/۲۸	۵/۴۵	AR(8)
۷/۱۰	۷/۳۶	۶/۸۸	۵/۵۰	۵/۲۹	۵/۴۳	۵/۶۴	۵/۲۰	۵/۶۱	۵/۱۴	۵/۱۸	AR(9)
۹/۳۴	۸/۵۳	۷/۱۷	۵/۶۸	۷/۰۱	۶/۷۷	۶/۹۲	۵/۷۷	۴/۶۲	۴/۵۶	۴/۶۱	AR(10)

جدول ۱۰. مقادیر تقاضای واقعی و پیش‌بینی مدل ARMA

مقدار واقعی	مقدار پیش‌بینی	دوره	مقدار واقعی	مقدار پیش‌بینی	دوره
۱۱۱	۱۰۷/۵۲	۳۷۹	۱۱۲	۹۹/۹۹	۳۷۴
۱۰۰	۱۰۷/۸۷	۳۸۰	۹۸	۱۰۲/۳۵	۳۷۵
۱۰۲	۱۰۵/۷۲	۳۸۱	۹۶	۱۰۰/۲۹۹	۳۷۶
۱۱۲	۱۰۶/۶۴	۳۸۲	۱۰۲	۱۰۱/۲۰۸	۳۷۷
۱۱۵	۱۰۹/۷۳	۳۸۳	۱۰۷	۱۰۵/۴۴	۳۷۸

#### ۴-۴- محاسبه متغیرهای تصمیم بهینه مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی

در این بخش بعد از محاسبه مقادیر پیش‌بینی شده با استفاده از مدل‌های مارکف سوئیچینگ و ARMA مقادیر پیش‌بینی را به جای مقدار ( $F_t$ ) در مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی قرار داده (رابطه‌های ۱۴ تا ۱۹) و مقادیر بهینه هر یک از متغیرهای تصمیم مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی محاسبه می‌شود. لیست پارامترهای مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی در جدول ۱۱ آورده شده است. مقادیر متغیرهای تصمیم بهینه برنامه‌ریزی تولید ادغامی وقتی که پیش‌بینی روش مارکف سوئیچینگ و ARMA باشد به ترتیب در جداول ۱۲ و ۱۳ آورده شده است.

جدول ۱۱. مقادیر پارامترهای مدل برنامه‌ریزی تولید ادغامی

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
$c^m$	۳ (واحد/دلار)	$g$	۸ (روز /ساعت)
$c^i$	۲ (واحد /دلار ماهانه)	$d$	۲۰ (ماه /روز)
$c^s$	۵ (واحد /دلار ماهانه)	$R$	۴ (واحد /ساعت)
$c^h$	۳۰۰ (کارگر/دلار)	$T$	۱۰ (ماه)
$c^l$	۵۰۰ (کارگر/دلار)	$W_0$	۵ (واحد)
$c^r$	۴ (ساعت /دلار)	$I_0$	۱۰۰ (واحد)
$c^o$	۶ (ساعت /دلار)	$I'_t$	۵۰ (واحد)
$c^b$	۳۰ (واحد /دلار)	$O'$	۱۰ (کارگر /ساعت ماهانه)

جدول ۱۲. مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم با استفاده از روش پیش بینی مارکف سوئیچینگ

دوره زمانی										متغیر
۳۸۳	۳۸۲	۳۸۱	۳۸۰	۳۷۹	۳۷۸	۳۷۷	۳۷۶	۳۷۵	۳۷۴	
۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	تعداد نیروی کار ( $W_t$ )
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	تعداد کارکنان استخدام شده ( $H_t$ )
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	تعداد کارکنان اخراج شده ( $L_t$ )
۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۰	۸۰	۸۰	تعداد واحدهای تولید شده ( $P_t$ )
۵۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱۲	۳۴	۵۶	۷۷	موجودی در پایان ماه ( $I_t$ )
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	تعداد واحدهای کمبود ( $S_t$ )
۷۸	۲۵	۲۳	۲۳	۲۲	۱۱				۰	تعداد واحدهای برون‌سپاری شده ( $C_t$ )
۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۰	۰	۰	تعداد ساعت‌های اضافه‌کار نیروی کار ( $O_t$ )

جدول ۱۳. مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم با استفاده از روش پیش‌بینی ARMA

دوره زمانی										متغیر
۳۸۳	۳۸۲	۳۸۱	۳۸۰	۳۷۹	۳۷۸	۳۷۷	۳۷۶	۳۷۵	۳۷۴	
۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	تعداد نیروی کار ( $W_t$ )
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	تعداد کارکنان استخدام شده ( $H_t$ )



دوره زمانی										متغیر
۳۸۳	۳۸۲	۳۸۱	۳۸۰	۳۷۹	۳۷۸	۳۷۷	۳۷۶	۳۷۵	۳۷۴	
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۳	تعداد کارکنان اخراج شده ( $L_t$ )
۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۵	۸۳	۸۰	۸۰	۸۰	تعداد واحدهای تولیدشده ( $P_t$ )
۵۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲۰	۲۸	۵۸	۸۰	موجودی در پایان ماه ( $I_t$ )
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	تعداد واحدهای کمبود ( $S_t$ )
۷۵	۲۲	۲۱	۲۳	۲۲	۰	۰	۰	۰	۰	تعداد واحدهای برون‌سپاری شده ( $C_t$ )
۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۱۲	۰	۰	۰	تعداد ساعت‌های اضافه‌کار نیروی کار ( $O_t$ )

#### ۴-۵- محاسبه مقادیر CAFE و هزینه کل

از آنجایی که هزینه‌ها در برنامه‌ریزی تولید ادغامی بعد از اتفاق افتادن تقاضای ایجاد می‌شود از معیار CAFE برای مقایسه هزینه‌ها و هزینه کل با در نظر گرفتن در رابطه‌های (۲۰) تا (۲۲) می‌توان مقادیر را محاسبه نمود و مقادیر معیار CAFE و هزینه کل برای رویکرد مارکف سوئیچینگ، روش‌های ARMA و VAR در جدول ۱۴ آورده شده است.

جدول ۱۴. محاسبه معیار CAFE و هزینه کل برنامه‌ریزی تولید ادغامی

معیار	مارکف سوئیچینگ	ARMA	VAR	تقاضای واقعی
CAFE	۱۴۳	۱۸۵	۱۹۹	-
هزینه کل	۲۶۵۶۳	۲۶۹۲۰	۲۸۸۹۲	۲۳۱۸۳

همان‌طور که از جدول ۱۴ مشاهده می‌گردد با توجه به شاخص CAFE روش مارکف سوئیچینگ نسبت به روش‌های ARMA و VAR بهتر عمل کرده است. با توجه به هزینه‌های کل نیز مدل مارکف سوئیچینگ در برابر مدل‌های VAR و ARMA مقدار هزینه کمتری بدست آورده است.

#### ۵- نتیجه‌گیری

از آنجاکه عملکرد برنامه‌ریزی تولید ادغامی به میزان زیادی به صحت تقاضای پیش‌بینی وابسته است. انتخاب یک روش پیش‌بینی صحیح و یک معیار باید برای دستیابی به یک برنامه‌ریزی تولید ادغامی مناسب، با اهمیت است. معیارهای سنتی قادر به توضیح کافی برای انتخاب یک



روش پیش‌بینی مناسب در برنامه‌ریزی تولید ادغامی نیستند. برای غلبه بر این محدودیت از معیارهای مرسوم برای روش پیش‌بینی معیار معرفی شده به نام قدر مطلق خطای پیش‌بینی جمعی، برای ارزیابی پیش‌بینی از نظر هزینه کل استفاده شده است. در این مطالعه از داده‌های تقاضا گروه محصول دستمال شامل دستمال توالی (TP) و دستمال کاغذی (PT) طی سال‌های ۱۹۸۹ تا ۱۹۹۴ در عمده‌فروشی شماره ۱۱۲ در شیکاگو برای ۳۸۳ هفته استفاده شد. از آنجایی که نوسانات تقاضا زیاد بود از مدل غیرخطی مارکف سوئیچینگ برای پیش‌بینی تقاضا استفاده شد و نتایج با مدل‌های خطی ARMA و VAR مقایسه شدند. نتایج تحقیق نشان داد که مدل مارکف سوئیچینگ دارای مقادیر معیارهای خطای RMSE، MAPE، CAFE و هزینه برنامه‌ریزی تولید ادغامی کمتری نسبت به مدل‌های ARMA و VAR دارد. برای مطالعات آتی، در نظر گرفتن مطالعه‌ی موردی، جنبه‌های زیست‌محیطی در تابع هدف و رویکرد چند محصولی در توسعه‌ی مسئله برنامه‌ریزی تولید ادغامی پیشنهاد می‌گردد. همچنین ترکیب مدل مارکف سوئیچینگ-ARMA، مدل مارکف سوئیچینگ-VAR و استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری برای مسئله‌های با اندازه بزرگ به‌عنوان توسعه‌های دیگر برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد.

## ۶- پی‌نوشت‌ها

- |                                       |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|
| 1. Aggregate production planning      | 2. Moving average          |
| 3. Exponential smoothing              | 4. Autoregressive          |
| 5. Autoregressive moving average      | 6. Markov switching        |
| 7. Holt Winters                       | 8. Bootstrapping           |
| 9. Cumulative Absolute Forecast Error | 10. Root mean square error |
| 11. Median absolute percentage error  | 12. Schwarz                |
| ۱۳. Akaike information criterion      | ۱۴. Hannan-Quinn           |
| 15. Log-likelihood                    |                            |

## ۷- منابع

- [۱] Nazari, M., H. Mehrmanesh, and J. Haghghat monfared, *Production Resilience Model in Iran, Mix Method Study with Using the Grounded Theory & Structural Equation Modeling Approach*. Journal of Management Research in Iran, 2021. 24: p. 177-198 [In Persian].
- [۲] Rostami, M. and A. Sabripour, *Optimization of green hybrid flow shop scheduling problem with considering batch delivery system*. Modern research in decision making, 2022. 4: p. 126-155, doi: 20.1001.1.24766291.1401.7.4.6.3 [In Persian].



- [۳] Al-e, S.M.J.M., M.B. Aryanezhad, and S.J. Sadjadi, *An efficient algorithm to solve a multi-objective robust aggregate production planning in an uncertain environment*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012. **58**(5-8): p. 765-782, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-011-3396-1>.
- [۴] Tirkolaee, E.B., N.S. Aydin, and I. Mahdavi, *A bi-level decision-making system to optimize a robust-resilient-sustainable aggregate production planning problem*. Expert Systems with Applications, 2023. **228**: p. 120476, doi: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120476>.
- [۵] Özelkan, E.C., et al., *Bi-objective aggregate production planning for managing plan stability*. Computers & Industrial Engineering, 2023. **178**: p. 109105, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109105>.
- [۶] Makridakis, S. and M. Hibon, *The M3-Competition: results, conclusions and implications*. International journal of forecasting, 2000. **16**(4): p. 451-476, doi: [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(00\)00057-1](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(00)00057-1).
- [۷] Mirfakhreddiny, S.H., H. BabaeiMeybodi, and A. Morovati sharifabadi, *Forecast consumption energy of Iran using Hybrid model of artificial neural networks and genetic algorithms and Compared with traditional methodes*. Journal of Management Research in Iran, 2021. **17**: p. 196-222, doi: 20.1001.1.2322200.1392.17.2.9.5 [In Persian].
- [۸] Widiarta, H., S. Viswanathan, and R. Piplani, *Forecasting aggregate demand: an analytical evaluation of top-down versus bottom-up forecasting in a production planning framework*. International Journal of Production Economics, 2009. **118**(1): p. 87-94, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2008.08.013>.
- [۹] Scholz-Reiter, B., M. Kück, and D. Lappe, *Prediction of customer demands for production planning—Automated selection and configuration of suitable prediction methods*. CIRP Annals, 2014. **63**(1): p. 417-420, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2014.03.106>.
- [۱۰] Gansterer, M., *Aggregate planning and forecasting in make-to-order production systems*. International Journal of Production Economics, 2015. **170**: p. 521-528, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2015.06.001>.
- [۱۱] Matsumoto, M. and S. Komatsu, *Demand forecasting for production planning in remanufacturing*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015. **79**(1-4): p. 161-175, doi: <https://doi.org/10.1007/s00170-015-6787-x>.
- [۱۲] do Rego, J.R. and M.A. De Mesquita, *Demand forecasting and inventory control: A simulation study on automotive spare parts*. International Journal of Production Economics, 2015. **161**: p. 1-16, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.11.009>.
- [۱۳] Li, M., et al., *A metamodel-based Monte Carlo simulation approach for responsive production planning of manufacturing systems*. Journal of Manufacturing Systems, 2016. **38**: p. 114-133, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2015.11.004>.
- [۱۴] Pennings, C.L., J. van Dalen, and E.A. van der Laan, *Exploiting elapsed time for managing intermittent demand for spare parts*. European Journal of Operational Research, 2017. **258**(3): p. 958-969, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.09.017>.
- [۱۵] Ha, C., H. Seok, and C. Ok, *Evaluation of forecasting methods in aggregate production planning: A Cumulative Absolute Forecast Error (CAFE)*. Computers & Industrial Engineering, 2018. **118**: p. 329-339, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.03.003>.





- [<sup>۱۶</sup>] Fabianova, J., P. Kacmary, and J. Janekova, *Operative production planning utilising quantitative forecasting and Monte Carlo simulations*. Open Engineering, 2019. **9**(1): p. 613-622, doi: <https://doi.org/10.1515/eng-2019-0071>.
- [<sup>۱۷</sup>] Rianthong, S., L. Ruekkasaem, and P. Aungkulanon, *Aggregate production planning, case study in a small-sized company in Thailand*. International Journal of Mechanical Engineering and Technology, 2019. **10**(12), doi: <https://ssrn.com/abstract=3527247>.
- [<sup>۱۸</sup>] Badulescu, Y., A.-P. Hameri, and N. Cheikhrouhou, *Evaluating demand forecasting models using multi-criteria decision-making approach*. Journal of advances in management research, 2021, doi: 10.1108/JAMR-05-2020-0080.
- [<sup>۱۹</sup>] Shi, J., *Application of the model combining demand forecasting and inventory decision in feature based newsvendor problem*. Computers & Industrial Engineering, 2022. 173: p. 108709, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108709>.
- [<sup>۲۰</sup>] Saeedi, M. and A. Azizi, *Predicting the leanness of a manufacturing system by considering simultaneous partial utility functions of indices (Case Study: Textile Company)*. Modern research in decision making, 2020. **4**: p. 65-83, doi: 20.1001.1.24766291.1399.5.4.4.1 [In Persian].
- [<sup>۲۱</sup>] Khalaf, W.S. and M.G. Ali, *Aggregate production planning of Abu Ghraib Dairy factories based on forecasting and goal programming*. International Journal of Operational Research, 2023. **46**(2): p. 189-209, doi: 10.1504/IJOR.2023.129156.
- [<sup>۲۲</sup>] Singh, N.K., M.A. Majeed, and V. Mahajan, *Forecasting Intrusion Behaviour in Critical Power Systems Infrastructure Using Advanced Autoregressive Moving Average (AARMA) Based Intrusion Detection for Efficacious Alert System*. Scientia Iranica, 2023, doi: 10.24200/sci.2023.58059.5550.
- [<sup>۲۳</sup>] Hamilton, J.D., *A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle*. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1989: p. 357-384, doi: <https://doi.org/10.2307/1912559>.
- [<sup>۲۴</sup>] Chopra, S., P. Meindl, and D.V. Kalra, *Supply chain management: strategy, planning, and operation (Vol. 232)*. 2013, Boston, MA: Pearson.
- [<sup>۲۵</sup>] Nagaraja, C.H. and T. McElroy, *The multivariate bullwhip effect*. European Journal of Operational Research, 2018. **267**(1): p. 96-106, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.11.015>.
- [<sup>۲۶</sup>] Kilts Center for Marketing, The University of Chicago Booth School for Business Do- minick's database. <https://research.chicagobooth.edu/kilts/marketing-databases/dominicks>.
- [<sup>۲۷</sup>] Swanson, N.R., & White, H. , *A model selection approach to real-time macroeconomic forecasting using linear models and artificial neural networks*. Review of Economics and Statistics, 1997. **79**(4): p. 540-550, doi: <https://www.jstor.org/stable/2951406>.