پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری
دوره ۷، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۱، صص ۱۹۴-۲۱۷
نوع مقاله: پژوهشی

ارائه مدلی برای تحلیل شبکه‌های اجتماعی پویا با استفاده از پویایی‌شناسی سیستم‌ها

میلاد هاشمی[۱]، شهرام علی یاری[۲*]، هاتف فتوحی[۳]

۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران.
۲- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران.
۳- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران، ایران.

تاریخ ارسال: ۱۴۰۱/۰۱/۳۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۰۹

چکیده

یکی از مشکلات سازمان‌ها، عدم تشخیص به‌موقع تغییرات گسترده نظیر بحران‌ها است. شناسایی این تغییرات و تصمیم‌گیری درخصوص آن‌ها همواره با تأخیر همراه است. یکی از راه‌های تشخیص بحران در سازمان‌ها، بررسی و تجزیه‌وتحلیل شبکه اجتماعی کارکنان سازمان است. مدل‌هایی که تاکنون در این خصوص مورد استفاده قرار گرفته‌اند، عموماً مبتنی بر گراف بوده و از فرض عدم تجانس میان گره‌ها استفاده کرده‌اند. چنین مدل‌هایی به‌دلیل ماهیت ایستایی گراف‌ها قابلیت مدل‌سازی رفتارهای پویا را ندارند. تاکنون مطالعه‌ای در مورد رویکرد پویایی‌های سیستم در تحلیل رفتار شبکه‌های اجتماعی در طول زمان یافت نشده است. به منظور پر کردن این شکاف تحقیقاتی، در مقاله حاضر، با استفاده از چارچوب پویایی‌شناسی سیستم‌ها به مدل‌سازی شبکه اجتماعی پویا با در نظر گرفتن رفتار عدم تجانس گره‌ها پرداخته شده است. در این روش، برای شبیه‌سازی رفتار جمعی گره‌ها و برجسته کردن تصادفی بودن شبکه‌های اجتماعی پویا از معادلات دیفرانسیل تصادفی استفاده شده است. این مدل‌سازی در نرم‌افزار ونسیم شبیه‌سازی شده است. به‌منظور اعتبارسنجی مدل ارائه شده، این مدل‌سازی بر روی شبکه ارتباطات شرکت انرون ارزیابی شده است. در ادامه با بررسی سناریوهای شبیه‌سازی و متغیرها مشخص شد نرخ تلاطم یا انحراف استاندارد داده‌ها، متغیر اهرمی در شبکه‌های اجتماعی است. نتایج این تحقیق الگویی از رفتار شبکه‌های اجتماعی در شرایط مختلف را در اختیار تصمیم‌گیرندگان و برنامه‌ریزان قرار می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: مدل‌سازی شبکه‌های اجتماعی پویا؛ پویایی‌شناسی سیستم‌ها؛ تجزیه‌وتحلیل شبکه؛ معادلات دیفرانسیل تصادفی؛ شرکت انرون

---

* نویسنده مسئول مقاله E-mail: shaliyari@ihu.ac.ir

۱- مقدمه

یکی از مشکلاتی که سازمان‌ها با آن روبرو هستند، عدم تشخیص به موقع تغییرات گسترده و بحران‌ها است. شناسایی این تغییرات همواره با تأخیر همراه است و این تأخیر سبب می‌شود تا در صورت وجود بحران در سازمان، نتوان به‌سرعت با آن مقابله کرد و تبعات آن را کاهش داد. یکی از شبکه‌های پویا که در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است، شبکه ارتباطات شرکت انرون[۱] است. میزان تعاملات در شبکه‌های اجتماعی می‌تواند بسیار گسترده باشد. گستردگی تغییرات در تعاملات برای مدیران و برنامه‌ریزان مهم است چرا که با شناسایی به‌هنگام این تغییرات، می‌توان زودتر بحران‌ها و یا مشکلات پیش‌آمده را شناسایی کرد. شناسایی این تغییرات ممکن است از منابع و ابزارهای مختلفی صورت گیرد اما با مدل‌سازی شبکه افراد درون سازمان و پایش پیوسته ویژگی‌های این شبکه، می‌توان منبع و زمان وقوع تغییرات را شناسایی کرد [۱].

شبکه‌های اجتماعی بدون تغییر نیستند و همواره به‌صورت زمان پیوسته تغییر می‌کنند. تاکنون روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی شبکه‌های اجتماعی در طول زمان ارائه شده است. ویژگی مشترک تمامی این مدل‌ها بررسی رفتار شبکه در طول زمان و در نظر گرفتن رفتار نامتجانس[۲] گره‌ها است به‌نحوی‌که برخی از گره‌ها دارای مرکزیت بالا[۳] بوده و احتمال بیشتری برای تشکیل ارتباطات دارند. مدل‌سازی و شبیه‌سازی شبکه‌هایی با تعداد گره زیاد مستلزم محاسبات سنگین و روابط پیچیده است. تاکنون مطالعه‌ای در مورد رویکرد پویایی‌های سیستم در تحلیل رفتار شبکه‌های اجتماعی در طول زمان یافت نشده است. در این تحقیق با استفاده از پویایی‌شناسی سیستم‌ها، مدل‌سازی شبکه اجتماعی در طول زمان صورت گرفته است، این مدل‌سازی بر روی شبکه ارتباطات شرکت انرون ارزیابی شده است. در این مدل رفتار نامتجانس گره‌ها در نظر گرفته نمی‌شود و با بررسی رفتار جمعی گره‌ها با استفاده از معادلات دیفرانسیل[۴] شبکه مدل شده است. هدف اصلی این تحقیق، ارائه مدلی است که بتواند پویایی شبکه‌های اجتماعی را بازنمایی کند و امکان تشخیص زودهنگام تغییرات گسترده را فراهم آورد. به‌منظور دستیابی به این هدف به اهداف فرعی زیر پرداخته شده است: ۱- تعیین متغیرهای اصلی در مدل‌سازی شبکه‌های اجتماعی پویا ۲- تعیین سازوکارهای ارتباطی متغیرهای اصلی شبکه‌های اجتماعی پویا ۳- مدل‌سازی شبکه‌های اجتماعی پویا مبتنی بر سازوکارهای بدست آمده ۴- شبیه‌سازی شبکه و تعیین متغیرهای اهرمی.

۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

تکامل شبکه در نتیجه تعداد زیادی تغییرات کوچک میان اجزاء شبکه رخ می‌دهد [۲]. این رفتار تعبیری از سامانه پیچیده است. سامانه‌ای پرتعداد از اجزاء کوچک‌تر که با یک‌دیگر و پدیده‌های خارج از سامانه برهم‌کنش‌هایی دارد و رفتارهایی از خود بروز می‌دهد که از رفتار اجزاء به تنهایی قابل استنتاج نیست [۳]. شبکه پویا محدود به زمان مشاهده شبکه نیست بلکه فرایندی پیوسته همراه با بازخورد است، به‌گونه‌ای که ساختار کنونی شبکه، تعیین کننده رفتار احتمالی آن در آینده است [۲].

روش‌های غالب در تجزیه‌وتحلیل شبکه‌های اجتماعی طولی عبارت‌اند از: مدل‌های زنجیره مارکوف[۵]، مدل‌های شبیه‌سازی چند-عاملی[۶] و مدل‌های آماری[۷]. در مدل‌های زنجیره مارکوف زمان‌پیوسته، مدل‌سازی شبکه‌های طولی توسط سانیل و بنکس[۸] ارائه شد [۴]. مدل‌های تکاملی از شبیه‌سازی چندعاملی استفاده می‌کنند. بقیه مدل‌ها از مدل‌سازی آماری استفاده کرده‌اند [۵].

پدرسن و ریتر[۹] بحران را به‌عنوان "توالی از رویدادها که اگر به‌درستی مدیریت نشود، می‌تواند پیامدهای منفی قابل توجهی داشته باشد" تعریف کرده‌اند [۶]. آنچه که در شروع فرایند تصمیم‌گیری در خصوص بحران‌ها مهم است، این است که بحران به اندازه کافی، به‌موقع تشخیص داده شود تا زمان کافی برای اقدام وجود داشته باشد. در مدل‌سازی و پایش شبکه‌های اجتماعی، پیش‌بینی بحران مدنظر نبوده، بلکه آنچه که مهم است، تشخیصِ بهنگام تغییر یا بحران است [۷]. پس از تشخیص بحران، از رویکردهای مدیریت بحران استفاده خواهد شد. به‌عنوان مثال، عزیزی و همکاران به بررسی کاربرد راهبرد تصمیم‌گیری پاندا[۱۰] در شرایط بحرانی، با تمرکز بر بحران کووید-۱۹[۱۱] در ایران پرداخته‌اند [۸]. کارایونوف[۱۲] مدل شبکه اجتماعی پویای اپیدمی کووید-۱۹ را مبتنی بر مدل SIR[۱۳] در گراف تعاملات شخص به شخص ارائه کرده است[۹]. وانگ و همکاران[۱۴] در مطالعه‌ای به بررسی رابطه بین شبکه اجتماعی اعضای هیئت مدیره با عملکرد شرکت پرداخته‌اند؛ نشان داده شد اتصال بهتر اعضای هیئت مدیره، بهره‌وری را بهبود می‌بخشد [۱۰]. فیشر و پینتر-ولمن[۱۵] به بررسی تغییرات رفتار جمعی شبکه پویا با استفاده از تحلیل شبکه چندلایه پرداخته‌اند. این مطالعه نشان داد رفتار جمعی گره‌ها، متأثر از تعادل شبکه پویا نیست [۱۱].

نایزینک و همکاران[۱۶] در پژوهشی مدل توسعه‌یافته بازیگر محور را ارائه کرده‌اند؛ در این پژوهش مدل تکامل شبکه بر اساس اصول مدل بازیگر محور ارائه شد [۱۳،۱۲]. یک ویژگی

ساختاری این مدل، معماری بازیگر محور آن است. گروویک و همکاران[۱۷] در تحقیقی به بررسی حالت‌های بهینه شبکه‌های اجتماعی برای به حداکثر رساندن مطلوبیت اجتماعی و عملکرد اقتصادی پرداختند [۱۴].

رحمان سرشت و همکاران در تحقیقی مشابه، به تحلیل شبکه‌های همکاری علمی پژوهشگران حوزه مدیریت راهبردی در ایران پرداخته‌اند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که هر چه شکل‌گیری گروهک‌های محلی و اجتماعات تحقیقاتی بیشتر باشد، می‌تواند به پیشرفت یک حوزه علمی کمک کند، اما ارتباط ضعیف میان گروه‌ها از موانع توسعه علمی، یادگیری بیشتر و نوآوری در حوزه مدیریت راهبردی در ایران است [۱۵]. سروستانی و همکاران در پژوهشی به بررسی کارایی در شبکه تامین‌کنندگان پرداختند. نشان داده شد شرکت‌های با عملکرد بالا، ارتباطات خود را با دیگر شرکت‌ها و تأمین‌کنندگان افزایش داده و مدیریت می‌کنند [۱۷،۱۶].

۲-۱- رفتار تصادفی شبکه‌های اجتماعی

ویژگی تصادفی بودن، در بسیاری از مدل‌های موجود در زمینه مدل‌سازی شبکه‌های اجتماعی در طول زمان مشترک است. از ساده‌ترین مدل، یعنی مدل اردوش-رنی-گیلبرت[۱۸] تا مدل‌های بازیگر محور تصادفی، همگی بر تصادفی بودن حالت‌های شبکه اتفاق نظر دارند [۲۰،۱۹،۱۸،۱۳،۱۲،۲]. تصادفی بودن به این معنی است که در هر گام زمانی، اگر گره i فرصت تغییر در شبکه را داشته باشد، او می‌تواند ارتباطاتش را ثابت نگه داشته یا تغییر دهد [۱۲].

در پویایی‌شناسی سیستم‌ها، اغلب، رفتار قطعی سیستم در هر لحظه مشخص است. در هر گام زمانی، مقدار متغیر سطح، قطعی و مشخص است و با انتگرال‌گیری از متغیر نرخ می‌توان به جواب‌های قطعی رسید. مدل معادله دیفرانسیل تصادفی[۱۹]، به‌صورت معادله (۱) است:

$$dZ(t) = [aZ(t) + b]dt + gdW(t), \qquad z(0) = z_0, t \geq 0 \tag{۱}$$

که در آن $W(t)$ فرایند وینر[۲۰] است. فرایند وینر در طول زمان مشتق‌پذیر نیست. بنابراین، معادله (۱) به‌جای مشتقات $dZ(t)$ به‌صورت گام‌های بی‌نهایت کوچک بیان می‌شود. معادله (۱) خلاصه‌ای از معادله انتگرال تصادفی (۲) را نشان می‌دهد که در آن، انتگرال دوم، انتگرال تصادفی $Itô$ است [۲۱].

$$Z(t) = z_0 + \int_0^t [aZ(s) + b]ds + \int_0^t gdW(s), \tag{۲}$$

تاکنون، مطالعات زیادی بر روی مدل‌سازی شبکه‌های اجتماعی با استفاده از گراف‌ها صورت گرفته است. گراف‌ها مدل‌های ریاضی ایستایی هستند که قابلیت مدل‌سازی رویدادها/رفتارهای پویا را ندارند، در حالی که، شبکه‌های اجتماعی با توجه به ماهیت خود، مدل‌هایی پویا هستند [۲۲]. به تازگی، مدل‌های پویایی که مبتنی بر گراف نیستند، ارائه شده‌اند. کارادوغان و کارچی[۲۱] مدل مبتنی بر شبکه‌های پتری[۲۲] را ارائه کرده‌اند که شبکه‌های اجتماعی علامت‌گذاری شده[۲۳] نام دارند [۲۲].

یکی از ویژگی‌های اصلی پویایی‌شناسی سیستم‌ها، ساده‌سازی مدل برای انجام شبیه‌سازی است. شبیه‌سازی حاصل از پویایی‌شناسی سیستم‌ها، محدودیت ایستایی شبکه‌های اجتماعی مبتنی بر گراف و مفروضات بعضاً غیرواقعی مدل‌های زنجیره مارکوف را ندارد و محاسبات آن، برخلاف مدل‌های چندعاملی، سنگین و پیچیده نیست. در بیشتر مدل‌های شبکه‌های اجتماعی پویا، رفتار عدم تجانس میان گره‌ها در نظر گرفته شده است. مدل‌های کمی به بررسی شبکه‌های اجتماعی همگن پرداخته‌اند که این مدل‌ها، به دلیل سادگی، در دنیای واقعی قابل پیاده‌سازی نیستند. با استفاده از رویکرد پویایی‌شناسی سیستم‌ها می‌توان فرض تجانس میان گره‌ها را به گونه‌ای در نظر گرفت که شبکه حاصل، پیچیدگی محاسباتی نداشته و بتواند شبکه‌های اجتماعی واقعی را مدل کند.

۳- روش‌شناسی پژوهش

تحقیق حاضر، به لحاظ هدف و دیدگاه اصلی کاربردی است. از منظر دیگر، تحقیق حاضر به لحاظ محیط انجام و گردآوری داده‌ها، به‌صورت کتابخانه‌ای انجام گرفته است. با توجه به طبیعت اهداف و جهت‌گیری‌های تحقیق، یک روش تحقیق کمّی برای گردآوری داده‌ها و اطلاعات انتخاب شده است. در این تحقیق، برای ایجاد مدل شبیه‌سازی و ارائه نتایج عملکردی از رفتار سیستم، از روش پویایی‌شناسی سیستم استفاده شده است. همچنین، به‌منظور ساخت مدل ریاضی و انجام شبیه‌سازی‌های کامپیوتری، از نرم افزار ونسیم[۲۴] استفاده شده است.

فرایند مدل‌سازی توسط پویایی‌های سیستم به شرح زیر است [۲۳]:

۱- تشریح دقیق صورت مسئله (تعیین مرز مدل)

۲- تعیین تئوری و فرضیه دینامیک درباره علل بروز مسئله

۳- ساختن یک مدل شبیه‌سازی برای آزمون فرضیه فوق

۴- آزمون مدل برای اطمینان از صحت عملکرد آن

۵- طراحی سیاست‌های مختلف و ارزیابی آنها توسط مدل

۴- یافته‌های پژوهش

برای ایجاد مدل مسئله و شبیه‌سازی آن، ابتدا، مسئله موجود به‌صورت پویا تعریف می‌شود.

۴-۱- تعریف مسئله

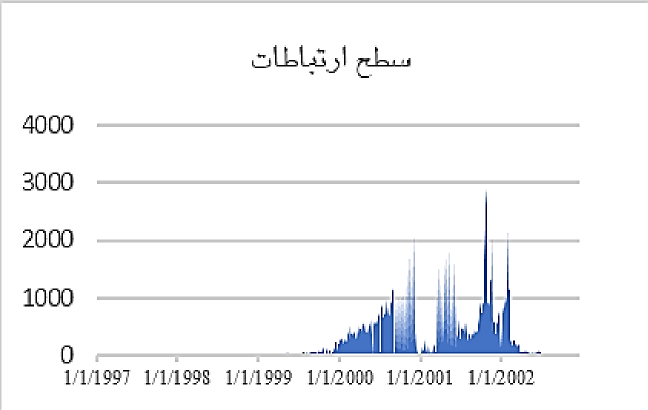
در این پژوهش، شبکه به‌عنوان یک سامانه پیچیده در نظر گرفته شده است که رفتارهایی از خود بروز می‌دهد که از رفتار اجزا، به تنهایی قابل استنتاج نیست. بر این اساس، هدف از این پژوهش، شبیه‌سازی پویایی شبکه‌های اجتماعی پویا، به‌عنوان یک سامانه پیچیده است. با وجود تمامی متغیرهای اثرگذار بر روی پویایی شبکه‌های اجتماعی، به نظر می‌رسد نرخ تماس میان گره‌ها و میزان تغییرات در تعداد گره‌ها در واحد زمانی، بیشترین تأثیر را بر ساختار شبکه داشته باشد.

۴-۲- متغیرهای اصلی:

جدول ۱ – متغیرهای اصلی مدل

ردیف	نام متغیر	منبع
۱	اعضای بالقوه شبکه	مدل SIR، مدل آندراده [۲۵،۲۴]
۲	نرخ تماس	مدل SIR [۲۴]
۳	جمعیت	مدل SIR [۲۴]
۴	اعضای شبکه	خبرگان
۵	نرخ رانش[۲۵] α	معادلات دیفرانسیل تصادفی [۲۱]
۶	نرخ تلاطم[۲۶] σ	معادلات دیفرانسیل تصادفی [۲۱]
۷	سطح ارتباطات	خبرگان

۴-۳- رفتار متغیرهای مرجع:



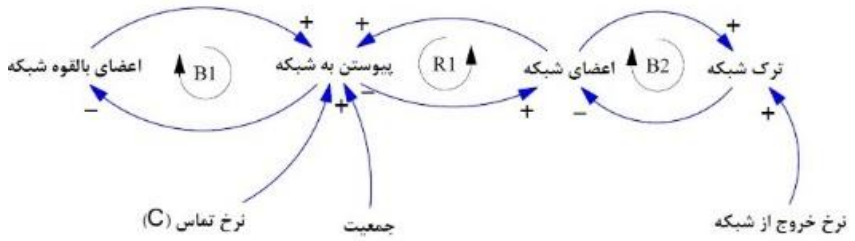
شکل ۱- سطح ارتباطات در طول زمان در شرکت انرون (منبع: داده‌های شرکت انرون)

۴-۴- فرضیه دینامیکی:

به‌منظور شرح رفتار شبکه‌های اجتماعی پویا و علت پویایی این گونه شبکه‌ها، از ادبیات موضوع و مشورت با خبرگان این موضوع استفاده شده است. نتایج این بررسی به شرح زیر است:

در ابتدا، شبکه‌ای موجود است که تعداد اعضایی در آن حضور دارند. اعضای بالقوه شبکه). در حین این تماس، کسری از B۱با نرخ مشخصی با اعضای شبکه تماس برقرار می‌کنند (اعضای شبکه، اعضای بالقوه را به حضور در شبکه دعوت می‌کنند و در ادامه، کسری از افراد دعوت شده به شبکه، دعوت به حضور در شبکه را می‌پذیرند. با پیوستن افراد بالقوه به شبکه، رسم SIR). این بخش، کاملاً منطبق بر مدل R۱شبکه بزرگتر شده و اعضای آن بیشتر می‌شود (. شکل این مدل در شبکه‌های اجتماعی پویا، به‌صورت]۲۴[شده است

شکل ۲ است.



شکل ۲ – مدل SIR در شبکه‌های اجتماعی [۲۵]

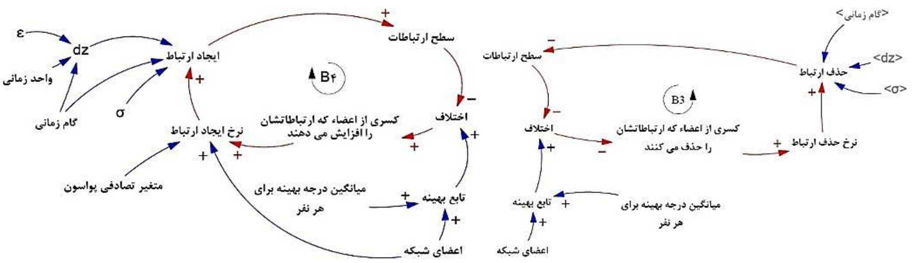
اعضای شبکه پیوسته روابطشان را تغییر می‌دهند؛ این تغییرات شامل حذف یا اضافه کردن رابطه است. حال، باید مشخص شود هر گره، با چه نرخی ارتباطاتش را تغییر می‌دهد. با توجه به پژوهش نازینک و همکاران [۱۲] و رویکرد پویایی‌شناسی سیستم‌ها می‌توان گفت: هر گونه تغییر، باید به‌صورت همگن بین اعضا توزیع شود. در نتیجه، پارامتر ایجاد و یا حذف ارتباط از متغیر تصادفی پواسون[۲۷] λ با میانگین مشخص تبعیت می‌کند. افزایش این پارامتر بر روی نرخ افزایش و کاهش سطح ارتباطات تأثیر مثبت دارد. حال، باید مشخص شود چه عاملی موجب فعال شدن این نرخ می‌شود. با توجه به ادبیات موضوع، علت پویایی شبکه‌های اجتماعی این است که: هر بازیگر به‌دنبال افزایش مطلوبیت از طریق تغییر روابط خود و کسب بیشترین مطلوبیت است. اما، با نگاهی جزئی‌تر در روابط اشاره شده در ادبیات موضوع، مشخص است که همگنی مورد تاکید در پویایی‌شناسی سیستم‌ها رعایت نشده و برای هر یک از افراد، تأثیرات و توابع هدف مختلفی وجود دارد. برای بازنمایی پویایی در شبکه‌های اجتماعی، باید تابع هدفی تعریف گردد که ویژگی همگنی را دارا بوده و بتواند پویایی تغییرات در شبکه را توضیح دهد. در ادامه، به تعریف این تابع هدف پرداخته می‌شود:

با ترکیب نتایج مقاله گروویک و همکاران [۱۴] و رویکرد پویایی‌شناسی چنین استنباط می‌شود:

- در مورد نتیجه ۲، امکان در نظر گرفتن گروهک‌های محلی در رویکرد پویایی‌شناسی وجود ندارد. این نتیجه با توجه به قدرت روابط ضعیف قابل توجیه است، اما کاربردی در این تحقیق ندارد.
- در مورد نتیجه ۳، با توجه به تعداد افراد و سطح حداکثر مطلوبیت اجتماعی و اقتصادی، می‌توان تابع مطلوبیت سطح ارتباطات را به‌صورت $۶\times n$ در نظر گرفت. این موضوع، در

ادبیات دیگر تحت عنوان شش درجه جدایی[۲۸] بحث شده است [۲۶].

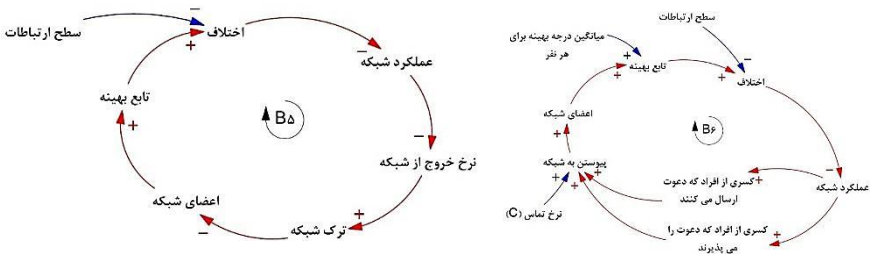
در نتیجه، عامل تغییرات در سطح ارتباطات، تابع بهینه است. افزایش اعضای شبکه، باعث ایجاد اختلاف از تابع بهینه شده و به تبع آن، سطح ارتباطات را افزایش می‌دهد، افزایش سطح ارتباطات فاصله از سطح بهینه را کاهش می‌دهد تا شبکه به هدف خود، یعنی تابع بهینه برسد. سطح ارتباطات به دلیل ذات تصادفی شبکه‌های اجتماعی پیوسته تغییر می‌کند. این تغییرات در چارچوب اشاره شده در ادبیات مربوط به معادلات دیفرانسیل تصادفی، حول مقدار تابع بهینه رخ می‌دهد (**Error! Reference source not found.**، سمت چپ). با توجه به نرخ تلاطم موجود در بخش تصادفی، ایجاد ارتباطات و وجود تأخیر در درک فاصله از سطح بهینه ممکن است سطح ارتباطات از سطح بهینه ارتباطات فراتر رود. افزایش سطح ارتباطات بیش از تابع بهینه، اختلاف موجود را افزایش می‌دهد. اختلاف مثبت، موجب می‌شود کسری از اعضای شبکه ارتباطات خود را کاهش دهند و نرخ حذف ارتباط افزایش یابد. افزایش در این نرخ، حذف ارتباطات را افزایش داده و سطح ارتباطات کاهش خواهد یافت (**Error! Reference source not found.**، سمت راست).



شکل ۳ – حلقه فاصله منفی(شکل سمت چپ) و فاصله مثبت (شکل سمت راست) از سطح بهینه ارتباطات

اختلاف از سطح بهینه به‌صورت غیرمستقیم بر روی اعضای شبکه اثرگذار است. افزایش اختلاف عملکرد شبکه را کاهش می‌دهد. کاهش عملکرد، نرخ خروج از شبکه را افزایش می‌دهد. نرخ خروج نیز به‌صورت مستقیم، موجب ترک شبکه می‌شود. هرچقدر این فاصله بیشتر باشد اعضای شبکه، از شبکه خارج می‌شوند. خروج اعضای شبکه نیز منجر به کاهش مقدار تابع هدف بهینه می‌شود و به تبع آن سطح ارتباطات کاهش خواهد یافت و این کاهش تشدید می‌شود

(شکل ۴، سمت چپ).

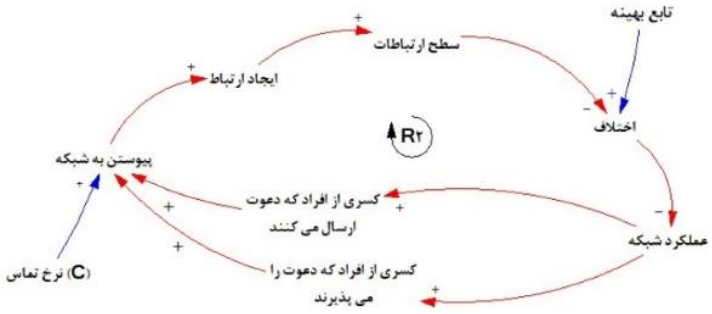


شکل ۴ – حلقه تأثیر اختلاف بر عملکرد شبکه (شکل سمت چپ) و
حلقه تأثیر عملکرد بر پیوستن به شبکه و اعضا (شکل سمت راست)

با افزایش عملکرد شبکه، کسری از افراد که دعوت ارسال می‌کنند و کسری از افراد که دعوت را می‌پذیرند افزایش می‌یابند. افزایش این متغیرها موجب افزایش در نرخ پیوستن به شبکه می‌شود و در ادامه با افزایش اعضا تابع بهینه افزایش می‌یابد. افزایش تابع بهینه نیز اختلاف با سطح ارتباطات را افزایش می‌دهد و افزایش اختلاف، عملکرد شبکه را کاهش می‌دهد (شکل ۴، سمت راست).

پیوستن به شبکه بر ایجاد ارتباط و سطح ارتباطات می‌افزاید. در ادامه افزایش در سطح ارتباطات، اختلاف را کاهش داده و افزایش اختلاف نیز عملکرد شبکه را کاهش می‌دهد(

شکل ۵).



شکل ۵ –حلقه تأثیر عملکرد شبکه بر سطح ارتباطات

۴-۵- نمودار علت و معلولی:

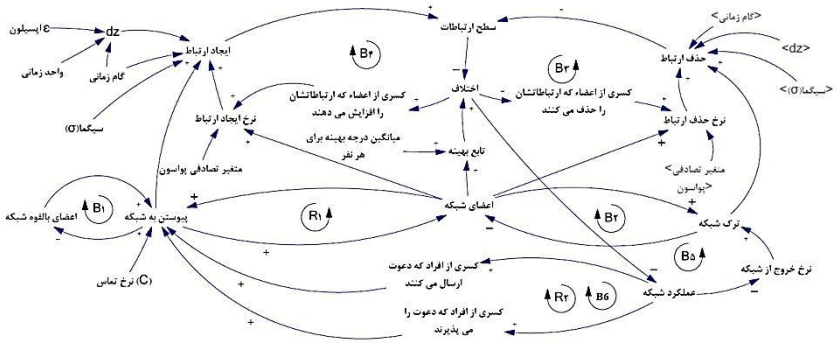
پس از تعریف مسئله و رسم نمودار مرجع مربوط به آن، مرز مدل تعیین و روابط علی معلولی مشخص می‌شود. بدین منظور، برای تعیین ابعاد مسئله و روابط درون‌زا آن از ادبیات موضوع مربوطه و مشاوره با خبرگان این موضوع با توجه به تفکر سیستمی استفاده شده است.

جدول ۲ خلاصه‌ای از متغیرهای مستخرج از ادبیات موضوع و مشاوره با خبرگان را نشان می‌دهد.

جدول ۲ – متغیرها و حلقه‌های مستخرج از ادبیات موضوع و مشاوره با خبرگان

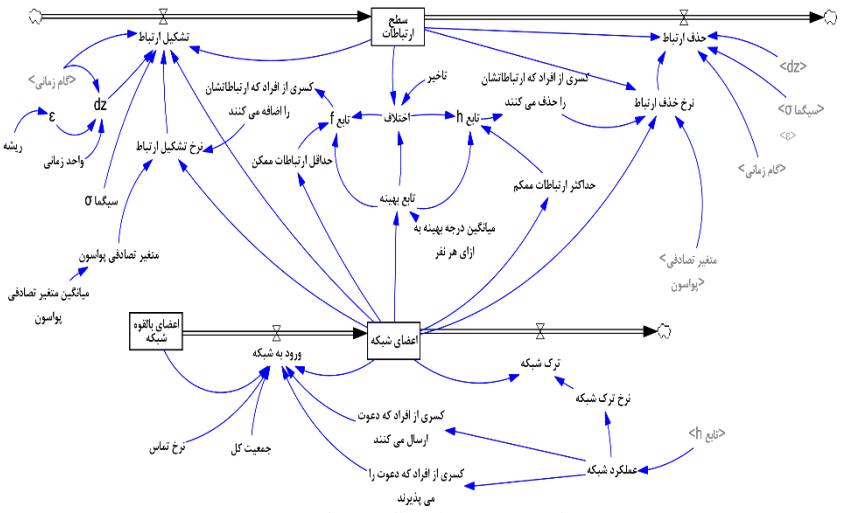
زیر سیستم و گام	منبع	متغیرها	حلقه
اعضای شبکه-تشکیل شبکه ابتدایی	مدل SIR [۲۴]	"اعضای بالقوه شبکه"، "اعضای شبکه"، "ورود به شبکه"، "خروج از شبکه"، "جمعیت"، "نرخ تماس"	R۱, B۱, B۲
سطح ارتباطات-تغییرات در سطح ارتباطات پس از تشکیل شبکه ابتدایی	مدل نایزینک و همکاران [۱۲]	"تابع بهینه"، "متغیر تصادفی پواسون و میانگین آن"، "نرخ تشکیل ارتباط"، "نرخ حذف ارتباط"	B٤, B٣
	مدل گروویک و همکاران [۱۴]	"تابع بهینه"، "میانگین درجه بهنیه به ازای هر نفر"، "تأخیر"	B٥, B٤, B٣
	مدل آندراده[42] [۲۵]	"کسری از افراد که دعوت را می‌پذیرند"، "کسری از افراد که دعوت ارسال می‌کنند"، "عملکرد شبکه"	R۲, B٦
	معادلات دیفرانسیل تصادفی [۲۱]	"فرایند براونی[29]"، "نرخ رانش"، "نرخ تلاطم"	B٤, B٣
	مشاوره با خبرگان	"سطح ارتباطات"، "ایجاد ارتباط، "حذف ارتباط"	B٤, B٣

شکل ۶ نمودار علت و معلولی مدل را نشان می‌دهد.



شکل ۶ – نمودار علت و معلولی

۴-۷- نمودار حالت جریان



شکل ۷ – نمودار حالت جریان

۴-۸- اعتبار سنجی و شبیه‌سازی مدل

برای اعتبارسنجی مدل، آزمون‌های ارزیابی رفتار ساختار مدل و تست حالت‌های حدی انجام شده است. اما با بررسی داده‌های شرکت انرون، اطلاعات مربوط به تشکیل شبکه ابتدایی کارکنان وجود نداشته و تنها اطلاعات مربوط به سطح ارتباطات در طول زمان وجود دارد. از

این رو بایستی مدل تحقیق را به گونه‌ای بیان کرد که بتواند شبکه را در حالت عدم وجود اطلاعات از افراد شبکه در ابتدا و انتها مدل کند. برای اعتبارسنجی نتایج از داده‌های شرکت انرون استفاده شده است. مدل حالت جریان شبکه را در حالت عدم وجود متغیرهای سطح اعضای شبکه و سطح اعضای بالقوه شبکه را در نظر بگیرید (*شکل ۸*). این مدل با مدل *شکل ۷* تفاوت‌هایی به شرح زیر دارد:

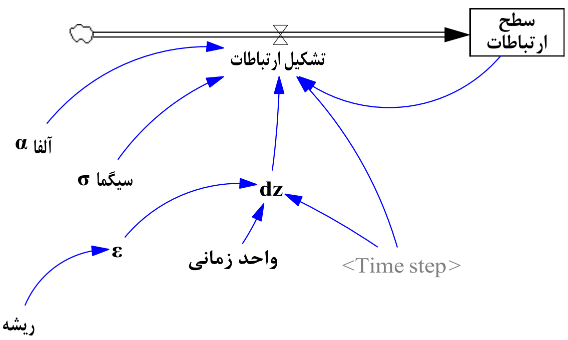
۱- مقدار α در مدل قبلی بر اساس فاصله از حالت بهینه شبکه بیان می‌شد اما در این حالت بایستی از داده‌های واقعی شرکت انرون احصاء شود.

۲- مقدار σ در مدل قبلی عددی ثابت و برابر با ۱ در نظر گرفته شده بود.

مقدار α و σ در ادبیات موضوع به ترتیب به‌عنوان نرخ رانش و نرخ تلاطم شناخته شده‌اند [۲۱]. مقادیر این متغیرها را می‌توان از داده‌های واقعی تخمین زد. در این تحقیق از داده‌های شرکت انرون استفاده می‌شود. مفروضات زیر را برای تخمین متغیرهای رانش و تلاطم در نظر می‌گیریم:

- برای تخمین نرخ رانش و تلاطم از داده‌های شرکت انرون از سال ۱۹۹۷ تا سال ۲۰۰۲ استفاده می‌شود.
- با توجه به نوع داده‌های شرکت انرون و وجود نرخ‌های مختلف رانش برای سال‌های مختلف آن، این متغیرها برای هر سال به‌صورت جداگانه احصاء می‌شوند.

با توجه به تلاطم زیاد در گام زمانی روزانه، گام زمانی به‌صورت هفتگی در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۸ – مدل حالت جریان در حالت عدم وجود متغیرهای سطح اعضای شبکه و سطح اعضای بالقوه شبکه

برای تخمین مقادیر نرخ رانش و نرخ تلاطم از روابط زیر استفاده شده است:

$$u_i = \ln(\frac{s_i}{s_{i-1}}) \quad (۳)$$

که در آن s_i تعداد ارتباطات در هفته i ام و s_{i-1} تعداد ارتباطات در هفته $i-1$ ام است. سپس برآوردگر نااریب $\bar{u}$ حاصل از لگاریتم طبیعی تغییرات به‌صورت رابطه (۴) است:

$$\bar{u} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i \quad (۴)$$

همین‌طور برآوردگر انحراف معیار به‌صورت رابطه (۵) است:

$$v = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2} \quad (۵)$$

که در آن $\bar{u}$ برآوردگر نااریب تغییرات لگاریتمی u_i ها است. این انحراف استاندارد همان نرخ تلاطم اشاره شده است. همچنین نرخ رانش برابر است با :

$$\bar{u} = (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\tau \quad (۶)$$

$$\mu = \frac{\bar{u}}{\tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (۷)$$

برای تعیین نرخ تلاطم و استفاده از فرایند براونی در معادلات دیفرانسیل تصادفی لازم است داده‌های مربوط به لگاریتم طبیعی تغییرات[۳۰] سطح ارتباطات از توزیع نرمال پیروی کند. بنابراین در ابتدا بایستی نرمال بودن لگاریتم تغییرات بررسی شود.

جدول ۳ نتایج آزمون کولموگروف-اسمیرنوف[۳۱] و مقادیر تخمین زده شده از داده‌های شرکت انرون برای مقدار رانش و تلاطم را نشان می‌دهد. مشخص است برای سال ۲۰۰۱ داده‌ها در گام زمانی هفتگی نرمال نیستند اما اگر در گام زمانی روزانه بررسی شود، آماره k_s: ۰.۰۸۶۳ و مقدار p_value : ۰.۶۵۹۰۵است. بنابراین داده‌ها نرمال هستند.

جدول ۳ - نتایج آزمون کولموگروف-اسمیرنوف و مقادیر نرخ تلاطم و رانش برای داده‌های شرکت انرون

دوره	$\overline{u}$ روزانه	σ روزانه	آماره آزمون کولموگروف-اسمیرنوف	مقدار احتمال P_value
۱۹۹۷	-۰.۰۰۷۴۷	۰.۴۳۲۳۳۶	۰.۱۱۲۳۷	۰.۷۷۲۵۶
۱۹۹۸	۰	۱.۰۷۶۸۵۷	۰.۲۰۳۸۸	۰.۶۳۰۰۸
۱۹۹۹	۰.۰۴۱۴۱۶	۰.۴۲۱۴۴۵	۰.۱۱۰۰۴	۰.۷۷۸۷۷
۲۰۰۰	۰.۰۳۱۱۳۷	۰.۲۵۴۸۸۳	۰.۱۲۴۷۶	۰.۳۸۶۱۵
۲۰۰۱	۰.۰۳۶۴۳	۰.۳۹۴۲۵۳	۰.۲۰۳۴۵	۰.۲۳۰۲
۲۰۰۲	-۰.۲۴۷۹۱	۰.۷۶۸۱۰۳	۰.۲۱۳۳۳	۰.۱۰۲۱۹

با توجه به تصادفی بودن تکامل در شبکه‌های اجتماعی و همین‌طور وجود این ویژگی در معادلات دیفرانسیل تصادفی امکان پیش‌بینی دقیق و برازش مدل بر روی داده‌ها وجود ندارد، در این حالت نمی‌توان در رابطه با موقعیت دقیق نمودار در معادلات دیفرانسیل تصادفی اظهار نظر نمود اما می‌توان در رابطه با توزیع احتمالی نمودار در زمان‌های مختلف اظهار نظر کرد.

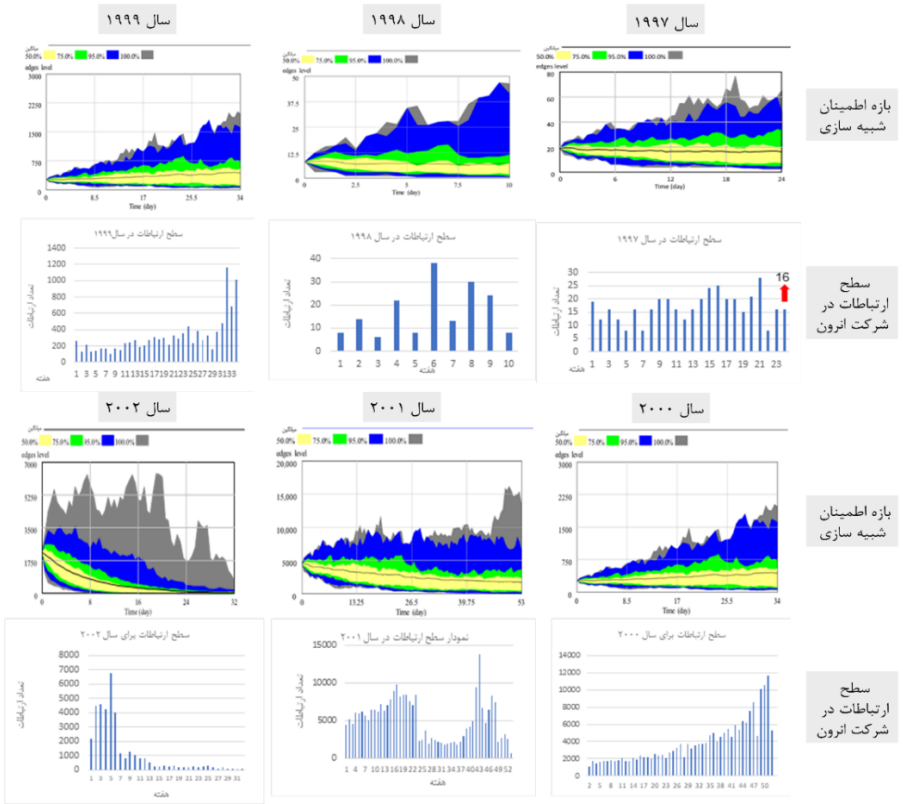
حال با توجه به اینکه توزیع u_i ها از توزیع لاگ-نرمال[۳۲] به‌صورت رابطه (۸) پیروی می‌کنند:

$$h(Q)=\frac{۱}{\sqrt{۲\pi sQ}}exp(-\frac{۱}{۲}(\frac{\ln(Q)-m}{s})^{۲}) \tag{۸}$$

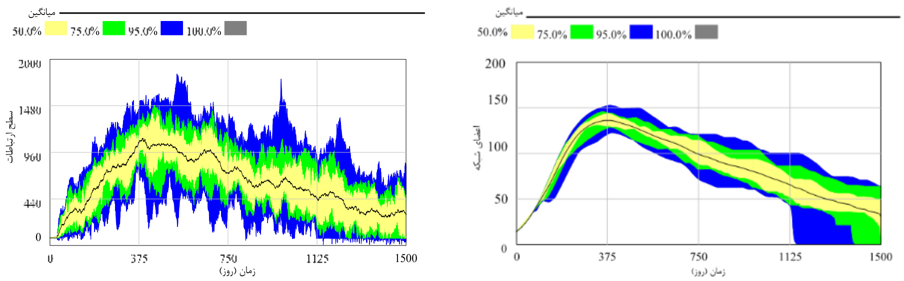
می‌توان بازه اطمینانی را برای متغیر تعداد ارتباطات در هر لحظه تعریف کرد که در $\alpha=۵\%$ در آن بازه قرار گیرد. این بازه اطمینان را برای $۱-\alpha=۹۵\%$ به‌صورت زیر در نظر بگیرید:

$$e^{ln(S_۰)+(\mu-\frac{۱}{۲}\sigma^{۲})t-۱.۹۶*\sigma\sqrt{t}}\leq S_t\leq e^{ln(S_۰)+(\mu-\frac{۱}{۲}\sigma^{۲})t+۱.۹۶*\sigma\sqrt{t}} \tag{۹}$$

الف) آزمون بازتولید رفتار: برای انجام این آزمون، از بازه اطمینان رابطه (۹) استفاده شده است. این بازه اطمینان به منظور اعتبارسنجی برای سال‌های ۱۹۹۷ تا ۲۰۰۲ در *شکل ۹* نشان داده شده است. محدوده بین رنگ آبی بازه اطمینان $۱-\alpha=۹۵\%$ را نشان می‌دهد. در *شکل ۹* برای سال ۱۹۹۷ مشخص است عدد ۱۶ حتی در بازه $۱-\alpha=۵۰\%$ نیز قرار می‌گیرد. به همین ترتیب می‌توان برای سال‌های ۱۹۹۸ تا ۲۰۰۲ این بازه‌های اطمینان را بدست آورد. در انتها می‌توان بازه‌های اطمینان را برای مدل اصلی هم بیان کرد (*شکل ۱۰*).



شکل ۹ – بازه‌های اطمینان شبیه‌سازی و سطح ارتباطات واقعی در شرکت انرون بین سال‌های ۱۹۹۷ تا ۲۰۰۲



شکل ۱۰ – بازه اطمینان برای متغیر اعضای شبکه و سطح ارتباطات برای مقدار گره‌های اولیه ۱۴۳ و دوره ۱۵۰۰روزه. مقادیر برای ۲۰ مسیر نمونه نشان داده شده است.

با توجه به نمودار حالت جریان و شبیه‌سازی انجام گرفته نقاط اهرمی موجود در مدل عبارت‌اند از:

۱- نرخ تماس: نرخ تماس در ابتدا، بیشترین تأثیر را بر روی سرعت ورود اعضای بالقوه شبکه، به شبکه دارد. ورود زودتر اعضا به شبکه موجب شکل‌گیری سریع‌تر ارتباطات در سطح شبکه شده و تغییر اندک این متغیر تأثیر زیادی بر روی متغیر سطح ارتباطات و متغیر اعضای شبکه می‌گذارد.

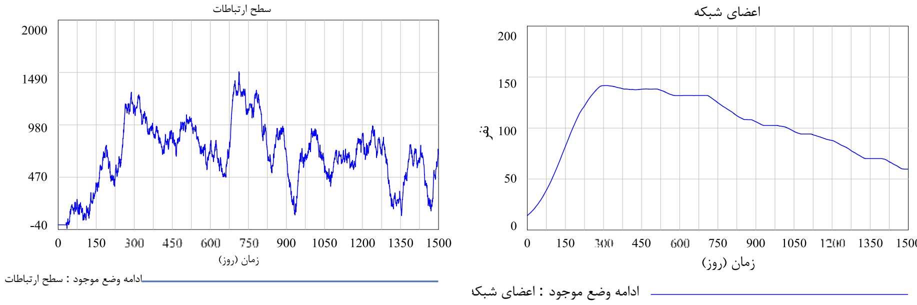
۲- میانگین درجه بهینه به ازای هر گره: افزایش میانگین درجه بهینه به ازای هرگره از ۶ به بالاتر یا پایین‌تر از آن اثر شدیدی بر روی سطح ارتباطات و متغیر اعضای شبکه می‌گذارد.

۴-۹- سناریوسازی و شبیه‌سازی سناریوها

بر اساس نقاط اهرمی می‌توان سناریوهای زیر را پیشنهاد نمود:

۴-۹-۱- سناریوی اول : ادامه وضع موجود

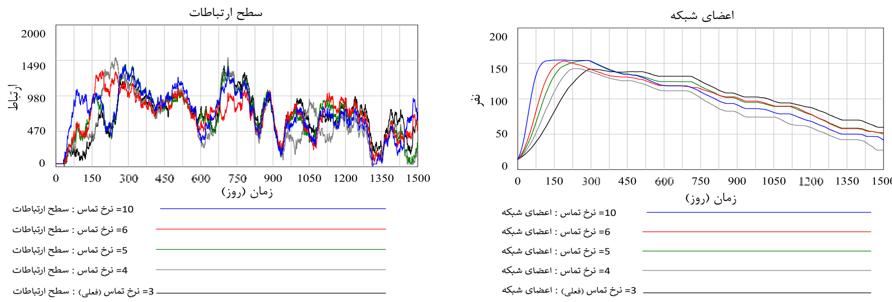
در این سناریو در وضعیت موجود تغییری ایجاد نمی‌شود. در این حالت اعضای شبکه برابر با اعضای شبکه در شرکت انرون ($n = ۱۳$) در نظر گرفته شده است [۲۷]. در این حالت همانند سطح ارتباطات در شرکت انرون سطح ارتباطات بعد از نوساناتی به صفر نزدیک می‌شود (*شکل ۱۱*).



شکل ۱۱ –نمودارهای اعضای شبکه و سطح ارتباطات برای پارامترهای اولیه داده‌های شرکت انرون (ادامه وضع موجود)

۴-۹-۲- سناریو دوم: افزایش در متغیر نرخ تماس

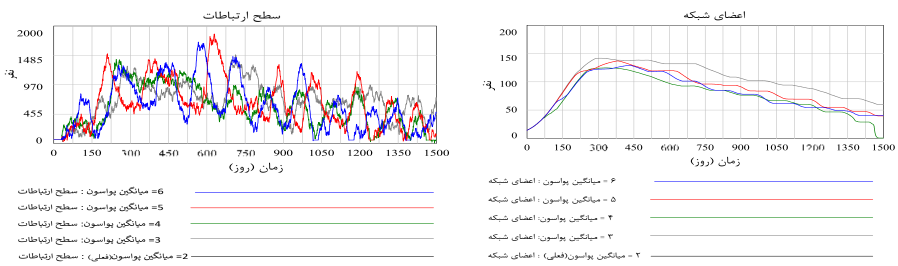
سطح فعلی نرخ تماس برابر با ۳ است با افزایش نرخ تماس به ۱۰، اعضای بالقوه زودتر به شبکه ملحق شده و بر پویایی سطح ارتباطات اثر می‌گذارند (*شکل ۱۲*).



شکل ۱۲ – نمودارهای اعضای شبکه و سطح ارتباطات برای مقادیر مختلف نرخ تماس به ترتیب:۴ ، ۵، ۶، ۱۰ و مقدار اولیه آن (۳) (سناریو دوم)

۴-۹-۳- سناریو سوم: افزایش در پارامتر میانگین متغیر تصادفی پواسون

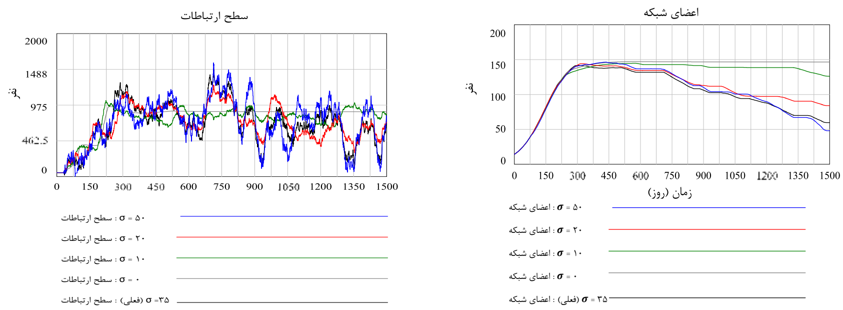
افزایش در این پارامتر فاصله از میزان بهینه سطح ارتباطات را شدیدتر می‌کند. (*شکل ۱۳*).



شکل ۱۳ – نمودارهای اعضای شبکه و سطح ارتباطات برای مقادیر مختلف میانگین متغیر تصادفی پواسون به ترتیب: ۳، ۴،۵ و مقدار اولیه آن (۲) (سناریو سوم)

۴-۹-۴- سناریو چهارم: افزایش در میزان σ

انتظار می‌رود با افزایش تلاطم در شبکه اختلاف از سطح بهینه ارتباطات بیشتر شود و به تبع آن اعضای شبکه و سطح ارتباطات زودتر به صفر برسد. (*شکل ۱۴*) این نتیجه طبیعی است زیرا افزایش تلاطم عملکرد شبکه را مختل کرده و موجب حذف تعداد بیشتری از افراد، از شبکه می‌شود. نمودار این سناریوها تاییدی بر این نتیجه است.



شکل ۱۴ – نمودار اعضای شبکه و سطح ارتباطات برای مقادیر مختلف نرخ تلاطم به ترتیب: ۰، ۱۰، ۲۰، ۵۰ و مقدار اولیه آن (۳۵) (سناریو چهارم)

۴-۱۰- تحلیل و مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی سناریوها

با توجه به نقاط اهرمی و سناریوهای مختلفی که در قسمت قبل بررسی شد، ملاحظه می‌شود که بیشترین تأثیرپذیری متغیر سطح ارتباطات در کنار عوامل دیگر، متغیر تلاطم یا همان σ بوده و افزایش این متغیر بر اکثر متغیرهای سطح وابسته به متغیر سطح ارتباطات تأثیرگذار

است. این بدان معنی است که در شبکه‌ای با تلاطم بالا احتمال خارج شدن از کنترل بیشتر و محتمل‌تر است. مشخص است در شبکه پرتلاطمی مثل انرون با وجود σ بالا فروپاشی شبکه مورد انتظار بود. بنابراین هر عاملی که موجب ایجاد فاصله از سطح تعادلی شبکه یعنی همان تابع بهینه شود، عاملی برای از بین رفتن کنترل شبکه خواهد بود.

۵- بحث و نتیجه‌گیری

این تحقیق به‌منظور ارائه مدلی پویا برای مدل‌سازی شبکه‌های اجتماعی پویا نظیر انرون، برای اولین بار با استفاده از پویایی‌شناسی سیستم‌ها ارائه شد. در ابتدا لازم بود تا وجه تمایز این مدل نسبت به مدل‌های موجود مشخص شود. متغیرهای اصلی از ادبیات موضوع شناسایی شدند و با توجه به تصادفی بودن شبکه‌های اجتماعی از رویکرد معادلات دیفرانسیل تصادفی استفاده شد. به منظور یافتن متغیرهای اهرمی، ۴ سناریو بر روی مدل ارزیابی و نتایج اجرای آن‌ها شبیه‌سازی گردید. با توجه به نتایج اجرای این سناریوها مشخص شد یک عامل مهم در پایش شبکه انرون، تلاطم یا انحراف استاندارد تغییرات لگاریتمی داده‌ها بوده است. تلاطم بالا در شبکه انرون موجب شد تا سطح ارتباطات از سطح بهینه آن فاصله زیادی گرفته و حالت خارج از کنترل برای آن ایجاد کند. این موضوع در رابطه با دیگر شرکت‌هایی که به نوعی مشابه ورشکست شدند، نظیر: بلاکباستر[۳۳] ، تاور رکوردز[۳۴]، ای. اف. هاتن[۳۵] و... نیز صادق است. بنابراین پایش روند تغییرات این متغیر به کشف حالت‌های غیرطبیعی شبکه به کارشناسان و برنامه‌ریزان سازمان‌ها کمک کننده است. این نتیجه‌ای قابل انتظار است چرا که خارج شدن سیستم‌ها در حالت‌هایی که تلاطم و عدم قطعیت بسیار زیاد وجود داشته باشد، محتمل است. با توجه به شناخت حاصل شده از مسئله، اهرمی‌ترین و اصلی‌ترین متغیرهای اثرگذار بر شبکه را می‌توان به ترتیب متغیر تلاطم و تابع بهینه دانست.

برخلاف مدل‌های مبتنی بر گراف که رویکردی ایستا به مدل‌سازی دارند، در این تحقیق از رویکردی پویا برای بازنمایی پویایی شبکه‌های اجتماعی پویا استفاده شد. ماهیت تصادفی شبکه‌های اجتماعی پویا توسط معادله دیفرانسیل تصادفی خطی مدل‌سازی شد. نشان داده شد که چگونه پارامترها، روابط و ارقام برآورد شده می‌توانند بر روی نرخ‌های تلاطم و رانش تأثیر گذاشته و منجر به مسیرهای نمونه متفاوتی شوند. علاوه بر این، معادلات دیفرانسیل تصادفی نه تنها مسیر نمونه میانگین را مشخص می‌کند، بلکه اطلاعاتی در مورد تغییرپذیری در این مسیرها و توزیع احتمالی آن برای استفاده در بازه‌های اطمینان نیز ارائه می‌کند. چنین اطلاعاتی

در معادلات دیفرانسیل معمولی به‌دست نمی‌آید.

تطبیق رویکرد و نتایج این تحقیق با پژوهش انجام شده توسط ویلسون و همکاران[۳۶] [۲۸] نشان دهنده این است که انعطاف‌پذیری مدل‌هایی که تشکیل ارتباطات را با استفاده از متغیر تصادفی پواسون نشان می‌دهند، نسبت به مدل‌هایی که از متغیر تصادفی برنولی در مدل‌سازی ارتباطات استفاده می‌کنند، بیشتر است. با وجود استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی و توابع عایدی برای تشکیل ارتباط، این تحقیق رویکرد متفاوت‌تری را نسبت به مدل‌های بازیگرمحور تصادفی همچون نایزینک و همکاران ارائه کرده است [۱۲]. مفروضاتی مثل تجانس گره‌ها و بازه‌های اطمینان در معادلات دیفرانسیل تصادفی نتایج متفاوتی را بین این دو تحقیق نشان می‌دهد.

پیشنهاد می‌شود از مجموعه داده‌های دیگری که در آن داده‌های مربوط به نحوه ورود اعضای شبکه وجود داشته باشد، استفاده شود. وجود این مجموعه‌ها به بررسی دقیق‌تر اثرگذاری سناریو سوم کمک می‌کند.

پیشنهاد می‌گردد در قسمت تشکیل شبکه ابتدایی از مدل‌های دیگری همچون SIRS استفاده شود تا پویایی ورود مجدد اعضا به شبکه بررسی شود

پیشنهادات کاربردی پژوهش به شرح زیر است:

پیشنهاد می‌شود این شبیه‌سازی بر روی مجموعه داده شبکه‌های تعامل رو در رو، نظیر شبکه بازی مقاومت[۳۷] اجرا شود. بررسی مقادیر نرخ‌های تلاطم و رانش در این شبکه‌ها به تشخیص بحران در شبکه‌های اجتماعی واقعی در شرایط اضطراری مانند همه‌گیری کووید-۱۹ کمک کننده است.

پیشنهاد می‌گردد از نرخ‌های تلاطم و رانش مدل ارائه شده در تحقیق برای پایش شبکه‌های حاصل از رسانه‌های اجتماعی استفاده گردد. از جمله مجموعه داده‌های حاصل از رسانه‌های اجتماعی می‌توان به مجموعه داده پوکک[۳۸] با بیش از ۳۰ میلیون ارتباط اشاره کرد. بررسی رسانه‌های اجتماعی با استفاده از چنین روش‌های به تشخیص روندهای نوظهور و تشخیص ناهنجاری‌ها کمک می‌کند.

۶- پی‌نوشت‌ها

۱. Enron
۲. Heterogenous
۳. High centrality
٤. Differential Equation
٥. Markov chain
٦. Multi-agent

۷. Statistical models
۸. Sanil and Banks
۹. Pedersen and Ritter
۱۰. PANDA
۱۱. COVID-۱۹
۱۲. Karaivanov
۱۳. Sucepitble-Infected-Removed
۱٤. Wang et al.
۱٥. Fisher and Pinter-wollman
۱٦. Niezink et al.
۱۷. Groviec et al.
۱۸. Erdős–Rényi-Gilbert
۱۹. Stochastic Differential Equation
۲۰. Wiener Process
۲۱. Karadoğan, and Karcı
۲۲. Petri nets
۲۳. Marked social networks
۲٤. Vensim
۲٥. Drift rate
۲٦. Volatility rate
۲۷. Poisson
۲۸. Six degrees of separation
۲۹. Brownian process
۳۰. Natural logarithm
۳۱. Kolmogrov-Smirnov test
۳۲. Log-Normal distribution
۳۳. Blockbuster
۳٤. Tower Records
۳٥. E. F. Hutton
۳٦. Wilson et al.
۳۷. Resistance game
۳۸. Pokec

۷- منابع

[۱] I. McCulloh, "Detecting Changes in a Dynamic Social Network," *Institute for Software Research School of Computer Science Carnegie Mellon University Pittsburgh*, pp. ۱-۱۰, ۲۰۰۹.

[۲] T. Snijders, "Models for Longitudinal Network Data.," *Models and Methods in Social Network Analysis.*, vol. ۱, ۲۰۰٥.

[۳] C. Joslyn and L. Rocha, "Towards semiotic agent-based models of socio-technical organizations, Proc.," *AI, Simulation and Planning in High Autonomy Systems (AIS 2000) Conference, Tucson, Arizona,*, pp. ۷۰-۷۹, ۲۰۰۰.

[٤] A. Sanil, D. Banks and K. Carley, "Models for evolving fixed node networks: Model fitting and model testing," *Social Networks*, vol. ۱۷, pp. ۱-۲٦, ۱۹۹٥.

[٥] S. Feld, "Structural embeddedness and stability of interpersonal relations," *Social Networks*, vol. ۱۹, pp. ۹۱-۹٥, ۱۹۹۷.

[٦] C. Lund Pedersen and T. Ritter, "The market-shaping potential of a crisis," *inudstrial Marketing Management*, vol. ۱۰۳, pp. ۱٤٦-۱٥۳, ۲۰۲۲.

[۷] M. Gouse Galety, C. Al Atroshi, B. K. Balabantaray and S. Nandan Mohanty, Social Network Analysis: Theory and Applications, New Jersey: Wiley, ۲۰۲۲.

[۸] m. azizi, A. Azar and m. Dehghan nayeri, "Applying PANDA Decision Making Strategy in Crisis: Focusing on the Corona Crisis in Iran," *Management Research in Iran*, vol. ۲٤, no. ۳, pp. ۲۷-٤۹, ۱۳۹۹.

[۹] A. Karaivanov, "A social network model of COVID-۱۹," *PLoS ONE*, vol. ۱٥, no. ۱۰, ۲۰۲۰.

[۱۰] W.-K. Wang, W.-M. Lu, I. Wei Kiong Ting and Y.-H. Chen, "Social Networks and Dynamic Firm Performance: Evidence from the," *REVISTA DE CONTABILIDAD SPANISH ACCOUNTING REVIEW*, vol. ۲٤, no. ۱, pp. ٦۲-۷٤, ۲۰۲۱.

[۱۱] D. N. Fisher and N. PINTER-WOLLMAN, "Using multilayer network analysis to explore," *Current Zoology*, vol. ٦۷, no. ۱, pp. ۷۱-۸۰, ۲۰۲۱.

[۱۲] n. M. Niezink, T. A. Sniders and M. A. Van Duijn, "NO LONGER DISCRETE: MODELING THE DYNAMICS OF SOCIAL NETWORKS AND CONTINUOUS BEHAVIOR," *Sociological Methodology*, vol. ٤۹, pp. ۲۹٥-۳٤۰, ۲۰۱۹.

[۱۳] Snijders, "Statistical methods for network dynamics, In S. R. Luchini et al.," *Proceedings of the XLIII Scientific Meeting, Italian Statistical Society*, pp. ۲۸۱-۲۹٦, ۲۰۰٦.

[۱٤] Growiec, J. Growiec and B. Kamiński, "Social Network Structure and The Trade-Off Between Social Utility and Economic Performance," *Social Networks*, vol. ٥٥, pp. ۳۱-٤٦, ۲۰۱۸.

[۱٥] H. Rahmanseresht, A. Tayebi Abolhasani and S. Rouhani Rad, "Analysis of Scientific Collaboration Networks of Researchers in the Field of Strategic Management in Iran," *Management Research in Iran*, vol. ۲۳, no. ۳, pp. ۱-۲۷, ۱۳۹۸.

[۱٦] m. sabet sarvestani, A. Moghbel BaArz and a. azar, "Investigating the relationship between supply network structure and production efficiency: social network analysis and data envelopment analysis," *Modern Researches in Decision Making*, vol. ٤, no. ۲, pp. ۱۷٥-۱۹۷, ۱۳۹۸.

[۱۷] m. sabet sarvestani, a. moghbel baarz and A. Afsar, "Comparative analysis of the structural attributes of supply network firms in auto industry (social network analysis approach)," *Modern Researches in Decision Making*, vol. ٤, no. ٤, pp. ٥۹-۸۰, ۱۳۹۸.

[۱۸] P. a. R. A. Erdos, "On random graphs.," *Publicationes Mathematicae Debrecen*,

vol. ٦, pp. ٢٩٠-٢٩٧, ١٩٥٩.

[١٩] E. Gilbert, "Random graphs," *Annals of Mathematical Statistics*, vol. ٣٠, no. ٤, pp. ١١٤١-١١٤٤, ١٩٥٩.

[٢٠] T. Snijders, Discussion of M.S. Handcock, A. Raftery and J. Tantrum, "Model-based," *Journal of Royal Statistical Society*, vol. A١٧٠, pp. ٣٢٢-٣٢٤, ٢٠٠٧.

[٢١] Øksendal and Bernt., Stochastic Differential Equations. An Introduction with Applications, New York, ٢٠٠٠.

[٢٢] A. Karadoğan and A. Karcı, "Marked social networks: A new model of social networks based on dynamic behaviors," *Engineering Science and Technology, an International Journal*, pp. ١-٧, ٢٠٢٢.

[٢٣] Sterman, Business Dynamics, Massachusett: McGrowhill, ٢٠٠٠.

[٢٤] W. Kermack and A. McKendrick, "Contributions to the mathematical theory of epidemics," *Proceedings of the Royal Society*, vol. ١١٥A, pp. ٧٠٠-٧٢١, ١٩٩١.

[٢٥] L. I. Andrade, "Análisis dinámico del comportamiento de las redes sociales," Universidad de Los Lagos; Chile, ٢٠١٠. [Online]. Available: http://www.dinamica-de-sistemas.com/revista/١٢١٠a.htm, ٢٠١٠.

[٢٦] Travers, Jeffrey, Milgram and Stanley, "An Experimental Study of the Small World Problem," *Sociometry*, vol. ٣٢, no. ٤, pp. ٤٢٥-٤٤٣, ١٩٦٩.

[٢٧] A. R. Benson, R. Adebe, M. T. Schaub, A. Jaldbabaie and J. Kleinberg, "Simplicial closure and higher-order link prediction," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. ١١٥, no. ٤٨, pp. ١١٢٢١-١١٢٣٠, ٢٠١٨.

[٢٨] J. D. Wilson, N. T. Stevens and W. H. Woodall, "Modeling and detecting change in temporal networks via the degree corrected stochastic block model," *Qual Reliab Engng Int*, pp. ١-١٦, ٢٠١٩.