



پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری

دوره ۷، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۱، صص ۵۷-۸۸

نوع مقاله: پژوهشی

تخمین‌کشش مقیاس جهتی فرایندهای دو مرحله‌ای در حضور خروجی‌های نامطلوب

رقیه عزیزی یوسف‌وند^۱، سهراب کردستمی^{۲*}، علیرضا امیر تیموری^۳،
مریم دانشمند مهر^۴

- ۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران
- ۲- استاد، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران
- ۳- استاد، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران
- ۴- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، واحد لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی، لاهیجان، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۲/۲۸

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۲/۰۴

چکیده

با توجه به پیچیدگی فرایندها، تحلیل عملکرد سیستم‌ها و بررسی تغییر مقیاس عملیات به‌منظور بهبود بهره‌وری از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. بنابراین در این تحقیق یک روش تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای جهت‌دار به‌منظور تخمین کارایی کلی و کارایی هر مرحله از فرایندهای دو مرحله‌ای پیشنهاد می‌شود، در حالی که خروجی‌های نامطلوب علاوه بر خروجی‌های مطلوب تولید می‌شوند. تکنولوژی مطرح شده بر مبنای اصل دسترسی‌پذیری ضعیف خروجی‌های نامطلوب و بازده به مقیاس متغیر می‌باشد. به‌علاوه پس از ارائه تابع پاسخ، روش‌هایی به‌منظور تخمین کشش مقیاس راست و چپ فرایندهای دو مرحله‌ای کارایی کلی مطرح می‌شوند. به‌منظور بررسی اعتبار روش پیشنهادی، مجموعه داده‌ای از ۷۸ شعبه یکی از بانک‌های ایران به‌کار می‌رود و کارایی و کشش مقیاس آن‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. نتایج نشان می‌دهد روش پیشنهادی به‌منظور تحلیل عملکرد و تخمین کشش مقیاس سیستم‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای در حضور خروجی‌های نامطلوب مفید و پرکاربرد خواهد بود.

کلیدواژه‌ها: تحلیل پوششی داده‌ها، کشش مقیاس، خروجی نامطلوب، فرایند دو مرحله‌ای.

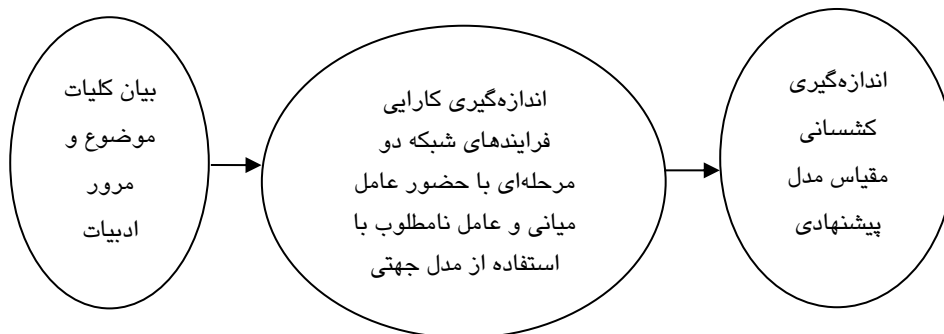


۱- مقدمه

ظهور فناوری‌های نوین و پیچیدگی محیط کسب‌وکار، وجود مدیریت زنجیره تأمین را بیش از پیش ضروری ساخته است. به طوری که مدیریت زنجیره تأمین امروزه به یکی از پایه‌ای‌ترین فرآیندهای کسب‌وکار تبدیل شده است. در این میان سازمان‌های مختلف برای ایجاد و حفظ موقعیت خود در بازار رقابتی، ناگزیر به انجام ارزیابی عملکرد زنجیره می‌باشند. ارزیابی کارایی زنجیره یکی از جنبه‌های مختلف ارزیابی عملکرد آن است که تأثیر عوامل بر روی کارایی واحد تصمیم‌گیری زنجیره از مهم‌ترین کارکردهای آن می‌باشد. روش‌های گوناگونی به منظور اندازه‌گیری کارایی این واحدها وجود دارد که در حالت کلی به دو دسته پارامتری و غیرپارامتری تقسیم می‌گردند. روش‌های پارامتری به دلیل داشتن چند ایراد اساسی، کمتر مورد استفاده قرار گرفته‌اند. یکی از مهم‌ترین مشکلات آن‌ها این است که تنها برای واحدهایی که یک خروجی تولید می‌نمایند، کاربرد دارند. بنابراین برای واحدهایی با خروجی‌های چندگانه قابل استفاده نمی‌باشند. مشکل دیگر این روش‌ها آن است که شکل تابع تولید آن‌ها باید از قبل معلوم باشد. شایان ذکر است که تابع تولید تابعی است که بیشترین خروجی را از ترکیب ورودی‌ها به دست می‌آورد. بنابراین در استفاده از روش‌های پارامتری با محدودیت مواجه هستیم. در کنار این مشکل، با توجه به وجود روش‌های مختلف برای یافتن پارامترها، توابع تولید مختلفی حاصل می‌گردند که انتخاب بهترین آن‌ها ممکن نیست. مشکل دیگر روش‌های پارامتری آن است که منحنی تابع بیشتر تمایل به سمت مشاهده‌های انباشته شده دارد. در نتیجه مشاهده‌های پرت، نقش زیادی در تعیین پارامترها ندارند. با توجه به ایرادات مذکور، توجه‌ها به سمت روش‌های غیرپارامتری می‌باشد [۱]. روش تحلیل پوششی داده‌ها^۱، روشی ناپارامتریک به منظور ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده^۲ متجانس است که توسط چارنز و همکاران در سال ۱۹۷۸ معرفی شد. این روش اجازه استفاده از چندین ورودی و خروجی در مدل برنامه‌ریزی خطی را می‌دهد [۲]. در تحلیل کارایی واحدهای تولیدی یا شرکت‌ها، مفهوم رشد بهره‌وری به طور گسترده در مقالات بسیاری مورد مطالعه قرار گرفته و منابع این رشد عمدتاً به علت بازده به مقیاس^۳ است [۳]. در واقع بازده به مقیاس یعنی تأثیر عوامل تولید بر تولید که به سه صورت افزایشی، کاهش و ثابت بیان می‌شود. بازده به مقیاس مفهومی کیفی است و بررسی کمی آن مفهوم جدیدی به نام کشسانی مقیاس^۴ را وارد مباحث تولید می‌کند. کشسانی مقیاس، اندازه کمی مشخصه بازده به مقیاس، روی مرز تولید است که برای توصیف ارتباط



بین مقیاس و کارایی استفاده شده است. در واقع با اندازه‌گیری کشسانی مقیاس از اندازه بهینه واحدهای کارا اطلاعات درستی به دست آمده که در تعیین رشد و زوال واحدهای کارا، با استفاده از تغییر اندازه مقیاس عملگرها، مفید خواهد بود. در این بررسی با در نظر گرفتن شبکه دومرحله‌ای و وجود عامل نامطلوب با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی زنجیره محاسبه خواهد شد و در نهایت تأثیر تغییر هر کدام از شاخص‌ها بر مقدار کارایی با استفاده از کشسانی مقیاس بررسی خواهد شد. در این مقاله ارتباط بین کارایی زنجیره با ساختار دومرحله‌ای در حضور خروجی نامطلوب نهایی و عامل میانی بررسی می‌شود. همچنین به مباحث مربوط به زنجیره در حالت متمرکز هم توجه گردیده که چگونه بر کارایی و در نهایت عملکرد زنجیره مؤثر خواهد بود. از طرفی این تحقیق در تلاش است تا مفهوم کشسانی مقیاس برای فرآیندهای دومرحله‌ای با وجود خروجی نامطلوب و عامل میانی و با اعمال دیدگاه مشارکتی مورد بررسی قرار دهد. در بخش بعدی مقاله، مروری اجمالی بر مباحث مرتبط خواهد داشت. مدل پیشنهادی در بخش سوم ارائه می‌شود. یک مطالعه کاربردی از صنعت بانکداری در بخش چهارم ارائه می‌شود. این بررسی با نتیجه‌گیری در بخش پنجم به پایان می‌رسد. در شکل ۱، فلوجارت تحقیق مذکور بیان می‌شود.



شکل ۱. فلوجارت تحقیق

۲- مرور ادبیات

افزایش رقابت در بازارهای جهانی، شرکت‌ها و سازمان‌ها را برآن داشت تا به منظور حفظ بقاء در چنین عرصه رقابتی از ابزارها و رویکردهای نوینی جهت بهبود عملکرد و کارایی استفاده نمایند. یکی از این روش‌ها، روش تحلیل پوششی داده‌هاست. تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)،



تکنیکی ناپارامتریک است که اساساً کارایی داده‌های متجانس موردنظر را اندازه‌گیری می‌کند و در نهایت، امکان شناسایی بهترین عوامل استفاده‌کننده از منابع را با اشاره به مکان ایجاد منافع بالقوه از بهبودهای ممکن در کارایی را می‌دهد [۴].

۲-۱- پیشینه استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها در زنجیره دو مرحله‌ای

فار و گروسکوف در سال ۲۰۰۰ از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به منظور ارزیابی کارایی فرایندهای چندمرحله عمومی استفاده کردند. پس از آن مدل‌ها و روش‌های متفاوتی برای ارزیابی کارایی سیستم‌ها با ساختارهای متفاوت ارائه شده است [۵]. چن و همکاران [۶] مدل بازی تحلیل پوششی داده‌ها را برای ارزیابی کارایی زنجیره‌های تأمین با دو مؤلفه به کار گرفته و روشی برای انتخاب و ارزیابی تأمین‌کنندگان در یک زنجیره عرضه ارائه دادند. علاوه بر این، مدل‌های ارزیابی کارایی زنجیره‌های تأمین در [۷-۹] ارائه شدند. در پژوهشی [۸]، روشی مبتنی بر ترکیب مدل‌های کارایی چندمتغیره، بر اساس مفاهیم تئوری بازی، و روش‌های برنامه‌ریزی خطی ارائه شد. روش ابتکاری در تحلیل پوششی داده‌های نادقیق (IDEA) برای انتخاب بهترین تأمین‌کننده در حضور هر دو داده‌های اصلی و ترتیبی، ارائه شد [۹]. همچنین در پژوهش دیگری [۱۰]، از روش تحلیل پوششی داده‌ها به منظور ارزیابی پایداری در شبکه‌های زنجیره تأمین استفاده شد. متولی حقیقی در مقاله خود یک چهارچوب ترکیبی از BSC-DEA^۵ برای ارزیابی عملکرد در زنجیره تأمین پایدار را پیشنهاد می‌کند. مدل DEA مذکور قادر به در نظر گرفتن داده‌های کیفی و کمی و شاخص‌های مطلوب و نامطلوب است [۱۱]. جهانی و همکاران (۲۰۱۹) به تحلیل عملکرد زنجیره‌های تأمین در حضور خروجی‌های نامطلوب و جریان‌های معکوس پرداختند. آن‌ها یک روش مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها ارائه و دسترسی‌پذیری ضعیف را برای دربرگیری خروجی‌های نامطلوب را به‌کار بردند [۱۲]. همچنین در پژوهش دیگری [۱۳]، علاوه بر تعمیم مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به ارزیابی کارایی زنجیره‌های تأمین حلقه بسته در حضور شاخص‌های دونقشی پرداخته شد. تحلیل عملکرد زنجیره‌های تأمین تصادفی با جریان‌های معکوس نیز توسط امیرتیموری و همکاران (۲۰۲۱) بررسی و روش‌هایی مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌های دومرحله‌ای تصادفی ارائه شده است [۱۴]. کردرستمی و همکاران کارایی هزینه زنجیره‌های تأمین با سه مؤلفه، تأمین‌کننده، تولیدکننده و تعمیر و بازیافت و همچنین جریان‌های روبه‌جلو و عقب ارزیابی می‌شود، در حالی



که عوامل دونقشی و خروجی نامطلوب در سیستم مشاهده می‌شوند و فرض دسترسی‌پذیری ضعیف برای خروجی‌های نامطلوب در نظر گرفته شده است [۱۵].

۲-۲- پیشینه بازده به مقیاس در تحلیل پوششی داده‌ها

فار و گروسکوف (۱۹۹۴) مدل‌های شعاعی DEA را برای تعیین بازده به مقیاس به کار بردند [۱۶]. چن و همکاران (۲۰۰۹) نشان دادند مدل DEA دومرحله‌ای کائو و هوانگ، فقط برای فرض بازده به مقیاس ثابت استفاده می‌شود و افزایشی کاهشی و ثابت بودن آن را مشخص نمی‌کند [۱۷]. خدابخشی و همکاران (۲۰۱۰) از رویکرد مدل جمعی برای برآورد بازده به مقیاس در تحلیل پوششی داده‌های احتمالی استفاده کردند [۱۸]. ساهو و همکاران (۲۰۱۴) روش شعاعی به‌منظور تخمین کشش مقیاس در شبکه دو مرحله‌ای ارائه کردند [۱۹]. ژانگ و یانگ (۲۰۱۵) دو روش جهت اندازه‌گیری بازده به مقیاس در زنجیره دو مرحله‌ای ارائه نمودند [۲۰]. ژو و همکاران (۲۰۱۶) در مقاله خود برای ارزیابی تأمین‌کننده پایدار با استفاده از مدل DEA فازی روشی کاربردی ارائه نمودند [۲۱]. توانا و همکاران (۲۰۱۸) در مدل‌های DEA فازی دومرحله‌ای با استفاده از روش بازه‌ای کارایی را اندازه‌گیری و تجزیه و تحلیل کردند [۲۲]. حسین‌زاده و رحیمی (۱۳۹۸) در مقاله‌ای تحت عنوان "ارزیابی کارایی و بازده به مقیاس زنجیره تأمین صنایع زرین ایران با مدل تحلیل پوششی داده‌های قطعی و فازی" کارایی و بازده به مقیاس مدیریت زنجیره‌تأمین شرکت‌های تولید زرین را در چهارچوب مدل‌های DEA شبکه‌ای محاسبه نمودند [۲۳]. امیرمحمدی و همکاران (۲۰۲۱) به بررسی کشش مقیاس در حضور داده‌های صحیح مقدار پرداخته و روش ارائه‌شده را بر روی شرکت‌های توزیع برق به‌کاربردند [۲۴]. جهانی و همکاران (۲۰۲۱) به سنجش پایداری واحدها و بررسی بهره‌ورترین اندازه مقیاس با در نظر گرفتن مرزهای خوش‌بینانه و بدبینانه و داده‌های تصادفی پرداخته‌اند [۲۵]. به‌علاوه به‌منظور نمایش سهم این تحقیق با وضوح بیشتر، جدول ۱ ارائه شده است.



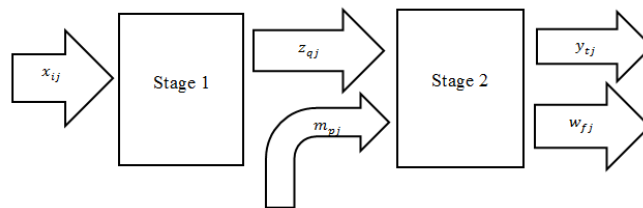
جدول ۱. مقالات منتخب مطالعه شده

نام نویسنده	سال انتشار	تحلیل پوششی داده‌ها		داده‌ها			بازده به مقیاس		
		چندمرحله‌ای	تک مرحله	قطعی	فازی	احتمالی	ثابت	کاهشی	افزایشی
Färe, & Grosskopf	۱۹۹۴		شعاعی	*			*	*	*
.Liu et al.	۲۰۰۰	*		*					
Easton et al.	۲۰۰۲	*		*					
Chen et al.	۲۰۰۶	*		*					
Liang et al.	۲۰۰۶	*		*					
Talluri & Narasimhan	۲۰۰۶	*				*			
Chen et al.	۲۰۰۹	*		*			*		
Khodabakhshi et al.	۲۰۱۰		جمعی				*		
Farzi saen et al.	۲۰۱۰	*		*					
Sahoo et al.	۲۰۱۴	*		*				*	*
Zhang & Yang	۲۰۱۵	*		*			*		
Tajbakhsh & hosseini	۲۰۱۵	*							
Zhou et al.	۲۰۱۶	*			*				
Azadeh et al.	۲۰۱۶	*		*					
Motevali Haghighi et al.	۲۰۱۶		BSC-DEA	*					
Charles & Cornillier	۲۰۱۷		*			*			
Kordrostami et al.	۲۰۱۷	*		*					
Tavana et al.	۲۰۱۸		شبکه دو مرحله‌ای		*				
Hosseinzadeh & Rahimi	۲۰۱۸	*		*			*	*	*
Azizi et al.	۲۰۲۲	*		*	-	*	*	*	*



۳- مدل پیشنهادی

هدف تحلیل پوششی داده‌ها ارائه اندازه‌ای برای کارایی واحدهای تصمیم‌گیری و بر پایه یک نوع برنامه‌ریزی ریاضی است. مسأله حائز اهمیت آن است که بدانیم تا چه حد یک واحد تحت ارزیابی می‌تواند خروجی‌ها را افزایش یا ورودی‌ها را کاهش دهد، به طوری که در کارایی کل سیستم به حداکثر برسد. در این تحقیق سیستم دومرحله‌ای در نظر گرفته شده است. مرحله اول شامل بردار ورودی‌های نامنفی است. شاخص‌های میانی نیز حضور دارند که برای مرحله اول خروجی و برای مرحله دوم ورودی هستند. هدف مرحله اول افزایش خروجی‌ها (شاخص‌هایی میانی) و هدف مرحله دوم کاهش این اندازه به عنوان ورودی است. این که عامل میانی با کدام هدف در نظر گرفته شود، بستگی به نوع و جنس این عامل دارد که در بخش مطالعه موردی با توجه به جنس عامل معرفی شده که منابع نمونه مطالعاتی (بانک) هستند به آن پرداخته خواهد شد. همچنین مرحله دوم ورودی مازاد به نام m_{pj} را نیز شامل می‌شود. خروجی نهایی سیستم که خروجی مرحله دوم است، در واقع خروجی مطلوب y_{tj} و خروجی نامطلوب w_{fj} است. شکل ۲ سیستم دو مرحله‌ای مورد نظر را نشان می‌دهد.



شکل ۲. سیستم دو مرحله‌ای مورد بررسی

$$x_{ij} = \text{ورودی‌های مرحله اول}$$

$$z_{qj} = \text{خروجی‌های مرحله اول و ورودی‌های مرحله دوم (شاخص میانی)}$$

$$m_{pj} = \text{ورودی‌های مرحله دوم}$$

$$y_{tj} = \text{خروجی‌های مطلوب مرحله دوم}$$

$$w_{fj} = \text{خروجی‌های نامطلوب مرحله دوم}$$

با در نظر گرفتن اصول موضوعه زیر، مجموعه امکان تولید برای ارزیابی کارایی سیستم تحت بررسی ایجاد می‌شود.



۱- شمول مشاهدات:

$$(x_{ij}, Z_{qj}, M_{pj}, Y_{tj}, W_{fj}) \in pps$$

۲- بی کرانی اشعه:

$$(X_{ij}, Z_{qj}, M_{pj}, Y_{tj}, W_{fj}) \in pps \Rightarrow (\lambda X_{ij}, \lambda Z_{qj}, \mu M_{pj}, \mu Y_{tj}, \mu W_{fj}) \in pps$$

۳- اصل تحدب:

$$(X_{ij}, Z_{qj}, M_{pj}, Y_{tj}, W_{fj}) \in pps$$

$$(\lambda X_{ij} + (1 - \lambda)X_{ij}, \lambda Z_{qj} + (1 - \lambda)Z_{qj}, \mu M_{pj} + (1 - \mu)M_{pj}, \mu Y_{tj} + (1 - \mu)Y_{tj}, \mu W_{fj} + (1 - \mu)W_{fj}) \in pps$$

۴- اصل امکان پذیری:

$$(x_{ij}, z_{qj}, m_{pj}, y_{tj}, w_{fj}) \in pps \Rightarrow (x_{ij} \geq x'_{ij}, z'_{qj} \geq z_{qj}, m_{pj} \geq m'_{pj}, y_{tj} \geq y'_{tj}, w'_{fj} = w_{fj}) \in pps$$

با در دست داشتن اصول موضوعه برای نوشتن مدل ارزیابی کارایی سیستم دو مرحله‌ای، ابتدا تکنولوژی تولید مرحله اول را با فرض بازده به مقیاس متغیر محاسبه کرده، سپس تکنولوژی مرحله دوم محاسبه می‌شود. بنابراین برای مرحله اول داریم:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} \leq x_{io}(1 - \beta) \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

$$\sum_{q=1}^N \lambda_j z_{qj} \geq z_{qo} \Rightarrow \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} + s_j^- = z_{qo} \quad j = 1, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad j = 1, \dots, N$$

$$\lambda_j \geq 0$$

همان‌طور که از تکنولوژی مرحله اول معلوم است، فرض بازده به مقیاس متغیر با قید

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad \text{وارد شده و ضریب انقباض } (1 - \beta) \text{ برای کاهش ورودی‌ها اعمال شده است. در}$$



مرحله دوم با در دست داشتن اصول موضوعه ۱ تا ۴ و افزودن فرض دسترسی‌پذیری ضعیف برای خروجی‌های نامطلوب، داریم:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \mu_j z_{qj} \geq z_{qo} &\Rightarrow \sum_{j=1}^N \mu_j z_{qj} + s_j^- = z_{qo} & j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \mu_j m_{pj} \leq m_{po} & & j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \varphi^j \mu_j y_{tj} \geq y_{to} & & j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \varphi^j \mu_j w_{fj} = w_{of} & & j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \mu_j = 1 & & j = 1, \dots, N \\ \mu_j \geq 0 & & 0 \leq \varphi^j \leq 1 \end{aligned}$$

(۲)

در این مدل متغیر میانی z_{qj} در مدل مرحله اول به عنوان خروجی و در مدل مرحله دوم به عنوان ورودی در نظر گرفته شده است. همچنین فرض بازده به مقیاس متغیر در این مدل نیز اعمال شده است. همچنین ضریب انقباض φ^j برای کاهش تا حد امکان خروجی نامطلوب در مدل نیز در نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه متغیر میانی در مرحله اول به عنوان خروجی و در مرحله دوم به عنوان ورودی در نظر گرفته شده است و با توجه به رابطه (۱) و (۲)، فرضی را می‌توان در مدل اعمال کرد به این صورت که تمام خروجی‌های میانی حاصل از مرحله اول به عنوان ورودی در مرحله دوم مصرف شوند. به عبارت دیگر:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} + s_j^- = z_{qo} \\ \sum_{j=1}^N \mu_j z_{qj} + s_j^- = z_{oq} \end{cases} \Rightarrow \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} + s_j^- = \sum_{j=1}^N \mu_j z_{qj} + \quad (3)$$

$$s_j^- \Rightarrow \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} = \sum_{j=1}^N \mu_j z_{qj} \quad j = 1, \dots, N$$



با توجه به رابطه (۳) تمام خروجی‌های میانی مرحله اول به عنوان ورودی در مرحله دوم استفاده می‌شود اما شامل ضرایب تأثیر متفاوتی است. در مرحله اول ضریب تأثیر آن μ_j و در مرحله دوم با توجه به نقش خروجی آن ضریب تأثیر آن μ_j می‌باشد.

با توجه به این که تحلیل پوششی داده‌ها به منظور رسیدن به بهینه‌ترین مدل بر پایه داده‌های موجود است و در ارزیابی‌های کلی و واقعی ناگزیر از پذیرش عواملی مانند ضایعات، انتشار گاز دی‌اکسیدکربن ناشی از سوخت زغال سنگ و... به عنوان خروجی‌های نامطلوب هستیم، هایللو و ویمن خروجی‌های نامطلوب را به عنوان ورودی در نظر گرفته و شرط دسترسی آزاد را در نظر گرفتند [۲۶]. آن‌ها ورودی و خروجی نامطلوب برای یک واحد تولیدی را به عنوان هزینه مطرح نمودند؛ بنابراین در شرط دسترسی آزاد تساوی را جایگزین نامساوی نمودند، که در مقالات بعدی به علت‌هایی این شرط تساوی را مناسب ندانستند؛ زیرا این امر سبب کوچک شدن مجموعه امکان تولید و به تبع آن با کاهش تعداد واحدهای مرجع عدد کارایی بزرگ‌شده و تأثیر خروجی‌های نامطلوب بر کارایی مشخص نمی‌گردد و قیمت‌های سایه مثبت و منفی هر دو در نظر گرفته می‌شوند [۲۷]. بنا بر (فار و کراسکوف، ۲۰۰۳)، خروجی‌ها دسترسی‌پذیری ضعیف دارند اگر کاهش یکنواخت خروجی‌های شدنی کماکان شدنی باشد؛ یعنی با در نظر گرفتن v به صورت خروجی‌های مطلوب و w به عنوان خروجی‌های نامطلوب اگر $(v, w) \in P(X)$ ، $0 \leq \theta \leq 1$ آنگاه $(\theta v, \theta w) \in P(X)$. در مدل‌بندی فار و کراسکوف، در کنترل خروجی تنها یک فاکتور یکنواخت انقباض برای همه DMUها در نظر گرفته شد [۲۸]. اما در ادامه کاسمانن کاسمانن^۱ (۲۰۰۵) از فاکتور انقباضی غیریکنواخت در مدل خود استفاده نمود. ایراد اصلی مدل کاسمانن غیرخطی بودن مدل بود که با اعمال فرایند خطی‌سازی برطرف گردید. در این روش می‌توان علاوه بر ضریب انقباضی از ضرایب کاهش یا افزایشی استفاده نمود که در نهایت با افزایش یک متغیر در خروجی همزمان یک کاهش در ورودی اتفاق می‌افتد [۲۹]. ما در تحقیق حاضر از اصل دسترسی‌پذیری ضعیف با روش کاسمانن استفاده نموده و به خطی‌سازی مدل به صورت زیر می‌پردازیم:

Stage ۱

^۱Kuosmanen



$$\sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} \leq x_{io} \quad j = 1, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^Q \lambda_j z_{qj} \geq z_{qo} \Rightarrow \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} + s_j^- = z_{qo} \quad j = 1, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad j = 1, \dots, N$$

$$\lambda_j \geq 0$$

Stage ۲

$$\mu_j^g = \gamma_j^g + \alpha_j^g \Rightarrow \begin{cases} \alpha_j^g = (1 - \varphi^N) \mu_j^g \\ \gamma_j^g = \varphi^N \mu_j^g \end{cases} \Rightarrow \varphi^N = \frac{\gamma_j^g}{\gamma_j^g + \alpha_j^g}$$

$$\sum_{j=1}^{N_g} (\gamma_j^g + \alpha_j^g) z_{qj} \geq z_{oq} \Rightarrow \sum_{j=1}^{N_g} (\gamma_j + \alpha_j) z_{qj} + s_j^- = z_{oq} \dots \dots ۲$$

$$\sum_{j=1}^{N_g} (\gamma_j^g + \alpha_j^g) m_{pj} \leq m_{op}$$

$$\sum_{j=1}^{N_g} \gamma_j^g y_{tj} \geq y_{to}$$

$$\sum_{j=1}^{N_g} \gamma_j^g w_{fj} = w_{of}$$

$$0 \leq \varphi^N \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^{N_g} (\gamma_j^g + \alpha_j^g) = 1$$

$$(\gamma_j + \alpha_j) \geq 0$$

$$\gamma_j^g \geq 0, \quad \alpha_j^g \geq 0$$

به منظور تخمین عملکرد فرایند دومرحله‌ای تحت بررسی، تابع فاصله جهت‌دار را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:



$$\begin{aligned} \vec{D}(X_{ij}, Z_{qj}, M_{pj}, Y_{tj}, W_{fj}, g) \\ = \sup\{\beta + \alpha \\ : (X_{ij} - \beta g_{xi}, Z_{qj}, M_{pj} - \alpha g_{mp}, Z_{qj}, Y_{tj} + \alpha g_{ty}, W_{fj} \\ - \alpha g_{fw}) \in T\} \end{aligned}$$

همچنین با در نظر گرفتن خروجی‌های نامطلوب به‌طور ضعیف در دسترس، مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای جهت‌دار زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Max } \beta + \alpha \\ \text{st: } \sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} \leq x_{io} - \beta g_{xi} \quad j = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} \geq z_{qo} \quad j = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad j = 1, 2, \dots, N \\ \lambda_j \geq 0 \\ \sum_{j=1}^N \mu_j z_{qj} \leq z_{qo} \quad j = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \mu_j m_{pj} \leq m_{po} - \alpha g_{mp} \quad j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \varphi^j \mu_j y_{tj} \geq Y_{to} + \alpha g_{ty} \quad j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \varphi^j \mu_j w_{fj} = W_{fo} - \alpha g_{fw} \quad j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} = \sum_{j=1}^N \mu_j z_{qj} \quad j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \mu_j = 1 \quad j = 1, \dots, N \\ 0 \leq \varphi^j \leq 1 \quad \mu_j \geq 0 \end{aligned}$$

(۴)



که g نشان‌دهنده جهت می‌باشد. در ادامه فرض می‌شود g در x ها به سمت x_{io} ، در m ها در جهت m_{po} ، در y ها در جهت y_{to} و در w ها در جهت w_{fo} باشد. با این مفروضات مدل (۴) به مدل (۵) تبدیل می‌شود.

Max $\beta + \alpha$

st:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} &\leq x_{io}(1 - \beta) & j = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} &\geq z_{qo} & j = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \lambda_j &= 1 & j = 1, 2, \dots, N \\ \lambda_j &\geq 0 \\ \sum_{j=1}^N \mu_j z_{qj} &\leq z_{qo} & j = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \mu_j m_{pj} &\leq m_{po}(1 - \alpha) & j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \varphi^j \mu_j y_{tj} &\geq y_{to}(1 + \alpha) & j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \varphi^j \mu_j w_{fj} &= w_{fo}(1 - \alpha) & j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} &= \sum_{j=1}^N \mu_j z_{qj} & j = 1, \dots, N \\ \sum_{j=1}^N \mu_j &= 1 & j = 1, \dots, N \\ \mu_j &\geq 0, \quad 0 \leq \varphi^j \leq 1 \end{aligned}$$

(۵)

توجه نمایید مدل‌های (۴) و (۵) غیرخطی هستند و با در نظر گرفتن روش خطی‌سازی ارائه شده توسط کاسمانن که پیش از این نیز بیان شده بود مدل (۵) خطی‌سازی شده و مدل تحلیل



پوششی داده‌های دومرحله‌ای جهت‌دار خطی زیر به منظور تخمین کارایی کلی و مراحل سیستم دومرحله‌ای تحت بررسی با خروجی‌های نامطلوب تعریف می‌شود:

$$I^* = \text{Max } \beta + a$$

st:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} \leq x_{io}(1 - \beta) \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} \geq z_{qo} \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N (\gamma_j + \theta_j) m_{pj} \leq m_{po} \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N (\gamma_j + \theta_j) z_{qj} \leq z_{qo} \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N \gamma_j y_{tj} \geq (1 + \alpha)y_{to} \quad j = 1, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N \gamma_j w_{fj} = (1 - \alpha)w_{fo} \quad j = 1, \dots, N$$

$$\sum_{q=1}^N \lambda_j z_{qj} = \sum_{q=1}^N (\gamma_j + \theta_j) z_{qj} \quad j = 1, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1 \quad j = 1, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N (\gamma_j + \theta_j) = 1 \quad j = 1, \dots, N$$

$$(\gamma_j + \theta_j) \geq 0, \quad \gamma_j \geq 0, \quad \theta_j \geq 0, \quad \lambda_j \geq 0 \quad (6)$$

با استفاده از مدل (۶) کارایی کلی و هر مرحله از سیستم تحت بررسی به‌طور همزمان محاسبه می‌شود. مقدار بهینه تابع هدف میزان ناکارایی واحد تحت بررسی را نشان می‌دهد که اگر برابر صفر باشد بدین معنی است که واحد به‌طور کلی کارا است و میزان ناکارایی برابر صفر است.



همچنین مقادیر بهینه α^* و β^* به ترتیب میزان ناکارایی مرحله اول و دوم را نشان می‌دهند. بنابراین مقادیر کارایی مرحله اول و دوم به صورت $1 - \beta^*$ و $1 - \alpha^*$ تعریف می‌شوند. مقدار کارایی کلی سیستم دو مرحله‌ای به صورت زیر

$$E^{Overall} = \frac{(1 - \beta^*) + (1 - \alpha^*)}{2} \quad (7)$$

تعریف می‌شود و واحد به طور کلی کارا است اگر مقدار $E^{Overall}$ برابر یک باشد یعنی در مرحله یک و دو کارا باشد. در ادامه به ارزیابی کشش مقیاس در سیستم‌های شبکه‌ای تحت بررسی خواهیم پرداخت.

۳-۱- اندازه‌گیری کشسانی مقیاس

بازده به مقیاس یک مفهوم اقتصادی و مهم در تحلیل پوششی داده‌هاست که میزان حداکثر افزایش خروجی به ازای افزایش ورودی را نشان می‌دهد. تشخیص بازده به مقیاس می‌تواند در مورد توسعه DMU ها اطلاعات مناسبی را ارائه کند [۳۰]. با توجه به اینکه علت به وجود آمدن مدیریت زنجیره افزایش رقابت‌پذیری و تلاش برای بقای سازمان‌هاست، لذا بحث بازده به مقیاس می‌تواند در جهت به‌کارگیری بهترین سیاست در روند امکان توسعه و ارزیابی عملکرد زنجیره‌های تأمین در بحث مدیریتی آن نقش بسزایی ایفا کند که در آن هر زنجیره تأمین با توجه به ماهیت و عملکردش می‌تواند بازده به مقیاس ثابت یا متغیر داشته باشد [۳۱]. در این بخش هدف محاسبه کشش مقیاس یعنی تخمین بیشترین افزایش خروجی‌های مطلوب به ازای توسعه متناسب ورودی‌ها و خروجی‌های نامطلوب می‌باشد. بدین منظور با در نظر گرفتن ساختار شکل ۲، تکنولوژی (۸) را مدنظر قرار می‌دهیم. بدین منظور با در نظر گرفتن ساختار شکل ۲، تکنولوژی (۸) را مدنظر قرار می‌دهیم.

$$T_{NRS}^{DEA} = \left\{ \begin{array}{l} (x_{ij}, z_{qj}, m_{pj}, y_{tj}, w_{fj}) : \sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} \leq x_{io}, \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} \geq z_{qo}, \sum_{j=1}^N (\gamma_j + \theta_j) m_{pj} \leq m_{po}, \\ \sum_{j=1}^N (\gamma_j + \theta_j) z_{qj} \leq z_{qo}, \sum_{j=1}^N \gamma_j y_{tj} \geq y_{to}, \sum_{j=1}^N \gamma_j w_{fj} = w_{fo}, \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1, \sum_{j=1}^N (\gamma_j + \theta_j) = 1, \lambda_j, \gamma_j, \theta_j \geq 0 \end{array} \right. \quad (8)$$

تابع پاسخ خروجی متناسب با در نظر گرفتن تکنولوژی (۸) به صورت زیر تعریف می‌شود:



$$\beta'(\alpha') = \max\{(\varphi: \alpha'x, z, \alpha'm, \alpha'w, \varphi y) \in T_{NVRs}^{DEA}\} \quad (9)$$

که در واقع بیشترین نسبت خروجی‌های مطلوب در T_{NVRs}^{DEA} به ازای بردارهای $(\alpha'x, z, \alpha'm, \alpha'w)$ مفروض می‌باشد. واضح است که کارایی فنی ماهیت خروجی سیستم دومرحله‌ای تحت بررسی با به‌کارگیری مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر حاصل می‌شود:

$$D_{i,q,p,t,f}(x_o, z_o, m_o, y_o, w_o) = \beta'(\alpha') \\ = \max\{(\varphi: \alpha'x, z, \alpha'm, \alpha'w, \varphi y) \in T_{NVRs}^{DEA}, \alpha' = 1\} \quad (10)$$

به عبارت دیگر تابع پاسخ به صورت زیر خواهد بود که به ازای $\alpha' = 1$ برابر با تخمین کارایی ماهیت خروجی سیستم دومرحله‌ای مورد نظر می‌باشد.

$$\beta'(\alpha') = \text{Max}\varphi \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \text{s. t.} \\ & \sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} \leq (\alpha') x_{io}, j = 1, 2, \dots, N, \\ & \sum_{j=1}^N \lambda_j z_{qj} \geq z_{qo}, q = 1, \dots, Q, \\ & \sum_{j=1}^N (\gamma_j + \theta_j) m_{pj} \leq (\alpha') m_{po}, p = 1, \dots, P, \\ & \sum_{j=1}^N (\gamma_j + \theta_j) z_{qj} \leq z_{qo}, q = 1, \dots, Q, \\ & \sum_{j=1}^N \gamma_j y_{tj} \geq \varphi y_{to}, t = 1, \dots, T, \\ & \sum_{j=1}^N \gamma_j w_{fj} = (\alpha') w_{fo}, f = 1, \dots, F, \\ & \sum_{q=1}^N \lambda_j z_{qj} = \sum_{q=1}^N (\gamma_j + \theta_j) z_{qj}, \\ & \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1, \end{aligned}$$



$$\sum_{j=1}^N (\gamma_j + \theta_j) = 1, \\ \gamma_j \geq 0, \theta_j \geq 0, \lambda_j \geq 0.$$

با توسعه ورودی‌ها به‌طور متناسب با α' ، توسعه متناسب بیشینه خروجی‌ها پذیرفته‌شده با تابع تبدیل

$$F(\beta'(\alpha', X, Z, M, Y, W)Y, \alpha'X, \alpha'M, \alpha'W) = 1.$$

می‌تواند انتخاب شود که $\beta'(\alpha', X, Z, M, Y, W) = \beta'$.

یک تابع از شاخص‌ها در هر نقطه مرزی $(y, \alpha'x, z, \alpha'm, \alpha'w, \beta'(\alpha'))$ دارای کشش مقیاس می‌باشد که با $\mathcal{E}(x_0, z_0, m_0, y_0, w_0)$ نشان داده می‌شود.

$$\mathcal{E}(x_0, z_0, m_0, y_0, w_0) = \frac{\bar{\beta}'(\alpha')}{\beta'(\alpha')} \alpha' \quad (12)$$

که بنا بر پودینوفسکی و همکاران (۲۰۰۹)، $\bar{\beta}'(\alpha')$ بهره‌وری حاشیه‌ای و $\frac{\beta'(\alpha')}{\alpha'}$ بهره‌وری متوسط است. واضح است در یک نقطه کارا $\beta'(\alpha') = \alpha' = 1$ و داریم $\mathcal{E}(x_0, z_0, m_0, y_0, w_0) = \bar{\beta}'(\alpha')$ اما در نقاط کاملاً کارا $\bar{\beta}'(\alpha')$ مشتق‌پذیر نمی‌باشد. بنابراین به‌منظور تخمین کشش مقیاس سیستم‌های دومرحله‌ای کاملاً کارا یعنی واحدهایی که هم تحت مدل (۶) و هم مدل‌های شبکه‌ای ماهیت ورودی و خروجی کارا هستند، دوگان مدل (۱۱) را محاسبه کرده که به‌صورت مدل (۱۲) می‌باشد.



$$\text{Min} \sum_{i=1}^m \rho_{1i} x_{io} - \sum_{q=1}^Q \rho_{2q} z_{qo} + \sum_{p=1}^P \rho_{3p} m_{po} + \sum_{q=1}^Q \rho_{4q} z_{qo} - \sum_{t=1}^T \rho_{5t} y_{to} + \sum_{f=1}^F \rho_{6f} w_{fo} + \rho_{8+} \rho_9$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m \rho_{1i} x_{ij} - \sum_{q=1}^Q \rho_{2q} z_{qj} + \sum_{q=1}^Q \rho_{7q} z_{qj} + \rho_8 \geq 0,$$

$$\sum_{p=1}^P \rho_{3p} m_{pj} + \sum_{q=1}^Q \rho_{4q} z_{qj} - \sum_{t=1}^T \rho_{5t} y_{tj} + \sum_{f=1}^F \rho_{6f} w_{fj} - \sum_{q=1}^Q \rho_{7q} z_{qj} + \rho_9 \geq 0,$$

$$\sum_{p=1}^P \rho_{3p} m_{pj} + \sum_{q=1}^Q \rho_{4q} z_{qj} - \sum_{q=1}^Q \rho_{7q} z_{qj} + \rho_9 \geq 0,$$

$$\sum_{i=1}^m \rho_{1i} x_{oi} = 1,$$

$$\sum_{p=1}^P \rho_{3p} m_{pj} + \sum_{f=1}^F \rho_{6f} w_{fj} + \sum_{t=1}^T \rho_{5t} y_{ot} = 1,$$

$$\rho_{1i} \geq 0, \rho_{2q} \geq 0, \rho_{3p} \geq 0, \rho_{4q} \geq 0, \rho_{5t} \geq 0, \rho_{6f}, \rho_{7q}, \rho_9, \rho_8 : \text{free in sign.}$$

(۱۳)

بنابراین کشش مقیاس راست و چپ واحدهای کاملاً کارا به ترتیب از روابط زیر یافت می‌شوند:

$$\mathcal{E}_+(x_0, z_0, m_0, y_0, w_0) = \bar{\beta}_+(1) \quad (۱۴)$$

$$\mathcal{E}_-(x_0, z_0, m_0, y_0, w_0) = \bar{\beta}'(1) \quad (۱۵)$$

که $\bar{\beta}_+(1) = 1 - \rho'_{min}$ و $\bar{\beta}'(1) = 1 - \rho'_{max}$ به علاوه ρ'_{min} و ρ'_{max} از مدل‌های (۱۵) و (۱۶) حاصل می‌شوند. توجه شود برای واحدهای ناکارا کشش مقیاس باید به‌ازای نقاط تصویر محاسبه شود.



(۱۶)

$$\rho_{max}' = \max \rho_8' + \rho_9'$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m \rho_{1i}' x_{ij} - \sum_{q=1}^Q \rho_{2q}' z_{qj} + \sum_{q=1}^Q \rho_{7q}' z_{qj} + \rho_8' \geq 0,$$

$$\sum_{p=1}^P \rho_{3p}' m_{pj} + \sum_{q=1}^Q \rho_{4q}' z_{qj} - \sum_{t=1}^T \rho_{5t}' y_{tj} + \sum_{f=1}^F \rho_{6f}' w_{fj} - \sum_{q=1}^Q \rho_{7q}' z_{qj} + \rho_9' \geq 0,$$

$$\sum_{p=1}^P \rho_{3p}' m_{pj} + \sum_{q=1}^Q \rho_{4q}' z_{qj} - \sum_{q=1}^Q \rho_{7q}' z_{qj} + \rho_9' \geq 0,$$

$$\sum_{i=1}^m \rho_{1i}' x_{oi} = 1,$$

$$\sum_{p=1}^P \rho_{3p}' m_{pj} + \sum_{f=1}^F \rho_{6f}' w_{fj} + \sum_{t=1}^T \rho_{5t}' y_{ot} = 1,$$

$$\sum_{i=1}^m \rho_{1i}' x_{io} - \sum_{q=1}^Q \rho_{2q}' z_{qo} + \sum_{p=1}^P \rho_{3p}' m_{po} + \sum_{q=1}^Q \rho_{4q}' z_{qo} - \sum_{t=1}^T \rho_{5t}' y_{to} + \sum_{f=1}^F \rho_{6f}' w_{fo} + \rho_8' + \rho_9' = 1,$$

$$\rho_{1i}' \geq 0, \rho_{2q}' \geq 0, \rho_{3p}' \geq 0, \rho_{4q}' \geq 0, \rho_{5t}' \geq 0, \rho_{6f}', \rho_{7q}', \rho_9', \rho_8' : \text{free in sign.}$$



(۱۷)

$$\rho'_{min} = \min \rho'_8 + \rho'_9$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m \rho'_{1i} x_{ij} - \sum_{q=1}^Q \rho'_{2q} z_{qj} + \sum_{q=1}^Q \rho'_{7q} z_{qj} + \rho'_8 \geq 0,$$

$$\sum_{p=1}^P \rho'_{3p} m_{pj} + \sum_{q=1}^Q \rho'_{4q} z_{qj} - \sum_{t=1}^T \rho'_{5t} y_{tj} + \sum_{f=1}^F \rho'_{6f} w_{fj} - \sum_{q=1}^Q \rho'_{7q} z_{qj} + \rho'_9 \geq 0,$$

$$\sum_{p=1}^P \rho'_{3p} m_{pj} + \sum_{q=1}^Q \rho'_{4q} z_{qj} - \sum_{q=1}^Q \rho'_{7q} z_{qj} + \rho'_9 \geq 0,$$

$$\sum_{i=1}^m \rho'_{1i} x_{oi} = 1,$$

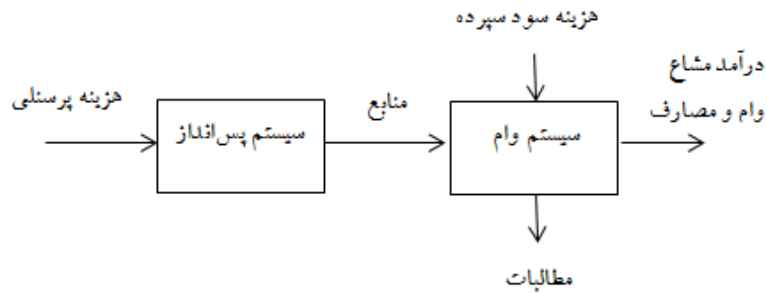
$$\sum_{p=1}^P \rho'_{3p} m_{pj} + \sum_{f=1}^F \rho'_{6f} w_{fj} + \sum_{t=1}^T \rho'_{5t} y_{ot} = 1,$$

$$\sum_{i=1}^m \rho'_{1i} x_{io} - \sum_{q=1}^Q \rho'_{2q} z_{qo} + \sum_{p=1}^P \rho'_{3p} m_{po} + \sum_{q=1}^Q \rho'_{4q} z_{qo} - \sum_{t=1}^T \rho'_{5t} y_{to} + \sum_{f=1}^F \rho'_{6f} w_{fo} + \rho'_8 + \rho'_9 = 1,$$

$$\rho'_{1i} \geq 0, \rho'_{2q} \geq 0, \rho'_{3p} \geq 0, \rho'_{4q} \geq 0, \rho'_{5t} \geq 0, \rho'_{6f}, \rho'_{7q}, \rho'_{9}, \rho'_{8} : \text{free in sign.}$$

۴- مطالعه کاربردی

تحلیل عملکرد، کسب اطلاعات در مورد مقیاس عملیات و ارزیابی اثرات توسعه و محدود کردن فعالیت‌های تولیدی از مباحث حیاتی برای سازمان‌ها از جمله بانک‌ها می‌باشند. به‌علاوه با توجه به پیچیدگی فرایندها و عملیات، ارزیابی عملکرد سیستم‌ها با ساختارهای شبکه‌ای به مدیران و تصمیم‌گیرندگان اطلاعات مفیدتر و بیشتری را خواهد داد. بنابراین در این بخش به تحلیل عملکرد و تخمین کشش مقیاس ۷۸ شعبه یک بانک ایرانی با درجه‌های دو و سه پرداخته می‌شود. ساختار تحت بررسی در شکل ۳ نشان داده شده است و آمار مربوط به سال ۱۳۹۹ می‌باشد.



شکل ۳. ساختار شعب بانک تحت بررسی

همان‌طور که در شکل ۳ مشخص است هزینه پرسنلی یعنی تعداد کارکنان استخدامی اعم از استخدام رسمی، قراردادی و شرکتی که در دفتر منابع انسانی در سال منتهی به اسفند ۹۹ ثبت بوده و حقوق و مزایا دریافت نموده‌اند، به‌عنوان ورودی مرحله اول در نظر گرفته شده است. منابع که شامل منافع کسب شده از طریق سپرده‌ها و پس‌اندازها در سال منتهی به اسفند ۹۹ می‌باشد، به‌عنوان شاخص میانی در نظر گرفته شده است. هزینه‌ای که بابت سود سپرده‌ها پرداخت می‌رود، به‌عنوان ورودی مرحله دوم در نظر گرفته می‌شود. درآمد مشاع که درآمد حاصل از سود تسهیلات و غیره است و همچنین تسهیلات پرداختی و وام‌ها به‌عنوان خروجی‌های مطلوب مرحله دوم تعریف شده‌اند. مطالبات نیز شامل انواع مطالبات جاری، غیرجاری و سررسیدگذشته و... است که به‌عنوان خروجی نامطلوب مرحله دوم قلمداد می‌شود. شاخص‌ها و ساختار در نظر گرفته شده پس از بررسی ادبیات موضوع و مشورت با مدیران و مسئولین بانک‌ها و با توجه به دسترسی به داده‌ها لحاظ شدند. خلاصه آماری شعب بانک در جدول ۲ ارائه شده است. به‌منظور تخمین کارایی کلی و مراحل شعب بانک مدل پیشنهادی (۶) استفاده می‌شود. نتایج در جدول ۳ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود شعب ۲۲، ۲۶، ۳۰، ۵۶ و ۵۸ در هر دو مرحله کارا هستند یعنی به‌طور کلی کارا هستند و میزان ناکارایی آنها برابر با صفر است (میزان کارایی برابر با یک است). اما شعب ۳۷، ۴۹، ۶۱، ۶۸، ۷۷ و ۷۸ در مرحله دو کارا هستند، در حالی که در مرحله یک ناکارا هستند؛ بنابراین مدیران و تصمیم‌گیرندگان این شعب باید توجه ویژه‌ای به عملکرد در مرحله یک به‌منظور بهبود کارایی داشته باشند. توجه نمایید شعب ۲۲، ۲۶، ۳۰، ۵۶ و ۵۸ تحت مدل شبکه جهت‌دار، مدل شبکه با ماهیت ورودی و مدل شبکه تحت بررسی با ماهیت خروجی کارا هستند. اگر واحد تحت بررسی در یکی از این مدل‌ها ناکارا باشد کشش مقیاس باید در نقطه تصویر آن واحد تخمین زده شود.



جدول ۲. خلاصه آماری شعب بانک

مطالبات	وام و مصارف	درآمدها	هزینه سود سپرده	منابع	هزینه پرسنلی	شاخص
۰	۹۵۳۱۳	۱۰۶۳۲	۱۸۳۱۵	۳۱۸۹۸۳	۸۹۵۶	مینیم
۴۰۳۵۵۶	۴۵۲۴۱۵۷	۶۱۳۲۷۳	۳۱۳۰۲۷۰	۱۸۰۹۳۱۹۴	۷۱۳۷۲	ماکسیم
۱۷۰۲۷	۴۹۲۷۸۰	۵۹۶۸۴	۸۶۲۲۲	۱۱۶۰۵۳۶	۱۶۴۹۰	میانگین
۴۸۵۷۱/۵۵۹۸۵	۵۸۲۷۲۵/۶	۷۹۸۶۸/۷۳۵۵	۳۳۷۷۵۹/۵۶۰۵	۱۹۹۳۳۶/۸۱۸	۸۲۵۳/۱۶۸ ۵۲۷	انحراف از معیار

جدول ۳. نتایج کارایی کلی و مراحل شعب بانک

شعبه	I^*	β^*	کارایی مرحله اول	α^*	کارایی مرحله دوم	کارایی نهایی
۱	۰.۹۲۸۰۶	۰.۶۶۱۹۱	۰.۳۳۸۰۹	۰.۲۶۶۱۵	۰.۷۳۳۸۵	۰.۵۳۵۹۷
۲	۱.۳۲۶۹۶	۰.۵۳۳۶	۰.۴۶۷۴	۰.۷۹۴۳۶	۰.۲۰۵۶۴	۰.۳۳۶۵۲
۳	۰.۸۳۰۰۱	۰.۵۱۴۰۲	۰.۴۸۵۹۸	۰.۳۱۵۹۹	۰.۶۸۴۰۱	۰.۵۸۴۹۹۵
۴	۱.۳۲۶۳۱	۰.۴۳۸۶	۰.۵۶۱۴	۰.۸۸۷۷۱	۰.۱۱۲۲۹	۰.۳۳۶۸۴۵
۵	۱.۴۵۲۹۷	۰.۶۴۴۸۴	۰.۳۵۵۱۶	۰.۸۰۸۱۳	۰.۱۹۱۸۷	۰.۳۷۳۵۱۵
۶	۱.۴۳۵۳۹	۰.۶۴۵۲۶	۰.۳۵۴۷۴	۰.۷۹۰۱۳	۰.۲۰۹۸۷	۰.۲۸۳۳۰۵
۷	۱.۴۳۵۷۷	۰.۶۱۹۰۴	۰.۳۸۰۹۶	۰.۸۱۶۷۳	۰.۱۸۳۲۷	۰.۲۸۲۱۱۵
۸	۰.۷۰۴۷۱	۰.۲۱۶۵۵	۰.۷۸۳۴۵	۰.۴۸۸۱۶	۰.۵۱۱۸۴	۰.۶۴۷۶۴۵
۹	۱.۴۳۱۵	۰.۶۱۰۳	۰.۳۸۹۷	۰.۸۲۱۲	۰.۱۷۸۸	۰.۲۸۴۲۵
۱۰	۱.۱۶۴۷۸	۰.۴۵۹۳۲	۰.۵۴۰۶۸	۰.۷۰۵۴۵	۰.۲۹۴۵۵	۰.۴۱۷۶۱۵
۱۱	۱.۰۱۴۷۴	۰.۵۵۰۱۶	۰.۴۴۹۸۴	۰.۴۶۴۵۸	۰.۵۳۵۴۲	۰.۴۹۲۶۳
۱۲	۰.۹۵۵۵۴	۰.۴۹۳۲۱	۰.۵۰۶۷۹	۰.۴۶۲۳۴	۰.۵۳۷۶۶	۰.۵۲۲۲۲۵
۱۳	۱.۰۴۳۷۳	۰.۳۴۴۳۴	۰.۶۵۵۶۶	۰.۶۹۹۳۹	۰.۳۰۰۶۱	۰.۴۷۸۱۳۵
۱۴	۰.۸۴۱۵۴	۰.۱۸۷۳۵	۰.۸۱۲۶۵	۰.۶۵۴۱۹	۰.۳۴۵۸۱	۰.۵۷۹۲۳
۱۵	۱.۲۱۲۷۲	۰.۵۸۲۷۲	۰.۴۱۷۲۸	۰.۶۳	۰.۳۷	۰.۳۹۳۶۴
۱۶	۰.۶۳۱۹۶	۰.۴۰۹۴۸	۰.۵۹۰۵۲	۰.۲۲۲۴۸	۰.۷۷۷۵۲	۰.۶۸۴۰۲
۱۷	۱.۰۶۶۵۹	۰.۵۰۴۴۹	۰.۴۹۵۵۱	۰.۵۶۲۱۱	۰.۴۳۷۸۹	۰.۴۶۶۷
۱۸	۰.۷۴۷۱	۰.۲۴۵۰۴	۰.۷۵۴۹۶	۰.۵۰۲۰۶	۰.۴۹۷۹۴	۰.۶۲۶۴۵
۱۹	۰.۷۹۵۹۸	۰.۴۵۵۴۳	۰.۵۴۴۵۷	۰.۳۴۰۵۵	۰.۶۵۹۴۵	۰.۶۰۲۰۱
۲۰	۰.۹۹۸۰۲	۰.۴۳۴۳۵	۰.۵۶۵۶۵	۰.۵۶۳۶۷	۰.۴۳۶۳۳	۰.۵۰۰۹۹



شعبه	I^*	β^*	کارایی مرحله اول	α^*	کارایی مرحله دوم	کارایی نهایی
۲۱	۰.۹۹۸۶۲	۰.۴۰۹۱	۰.۵۹۰۹	۰.۵۸۹۵۲	۰.۴۱۰۴۸	۰.۵۰۰۶۹
۲۲	۰	۰	۱	۰	۱	۱
۲۳	۱.۲۴۷۴۲	۰.۵۴۹۹۳	۰.۴۵۰۰۷	۰.۶۹۷۴۸	۰.۳۰۲۵۲	۰.۳۷۶۲۹۵
۲۴	۰.۸۱۴۳۹	۰.۵۰۵۲۹	۰.۴۹۴۷۱	۰.۳۷۹۱	۰.۶۲۰۹	۰.۵۵۷۸۰۵
۲۵	۱.۰۱۴۲۹	۰.۵۲۱۶۴	۰.۴۷۸۳۶	۰.۴۹۲۶۵	۰.۵۰۷۳۵	۰.۴۹۲۸۵۵
۲۶	۰	۰	۱	۰	۱	۱
۲۷	۰.۴۶۵۰۶	۰.۲۹۱۱۳	۰.۹۷۰۸۷	۰.۴۳۵۹۳	۰.۵۶۴۰۷	۰.۷۶۷۴۷
۲۸	۰.۸۲۵۴۷	۰.۳۸۴۱۲	۰.۶۱۵۸۸	۰.۴۴۱۳۶	۰.۵۵۸۶۴	۰.۵۸۱۲۶
۲۹	۱.۱۴۰۷۱	۰.۵۲۳۹۱	۰.۴۷۶۰۹	۰.۶۱۶۸	۰.۳۸۳۲	۰.۴۲۹۶۴۵
۳۰	۰	۰	۱	۰	۱	۱
۳۱	۰.۷۱۸۵۶	۰.۲۹۶۱۲	۰.۷۰۳۸۸	۰.۴۲۲۴۵	۰.۵۷۷۵۵	۰.۶۴۰۷۱۵
۳۲	۰.۴۱۶۵۴	۰.۳۰۹۰۹	۰.۶۹۰۹۱	۰.۱۰۷۴۵	۰.۸۹۲۵۵	۰.۷۹۱۷۳
۳۳	۰.۸۴۱۸۲	۰.۲۶۱۲۹	۰.۷۳۸۷۱	۰.۵۸۰۵۳	۰.۴۱۹۴۷	۰.۵۷۹۰۹
۳۴	۱.۰۱۹۱۶	۰.۳۰۹۶۵	۰.۶۹۰۳۵	۰.۷۰۹۵	۰.۲۹۰۵	۰.۴۹۰۴۲۵
۳۵	۰.۷۶۵۸۳	۰.۳۵۵۹۵	۰.۶۴۴۰۵	۰.۴۰۹۸۸	۰.۵۹۰۱۲	۰.۶۱۷۰۸۵
۳۶	۰.۵۳۱۰۸	۰.۳۲۹۹۵	۰.۶۷۰۰۵	۰.۲۰۱۱۲	۰.۷۹۸۸۸	۰.۷۳۴۴۶۵
۳۷	۰.۲۴۱۳۵	۰.۲۴۱۳۵	۰.۷۵۸۶۵	۰	۱	۰.۸۷۹۳۲۵
۳۸	۰.۳۷۰۰۹	۰.۰۴۳۴۷	۰.۹۵۶۵۳	۰.۳۲۶۶۲	۰.۶۷۳۳۸	۰.۸۱۴۹۵۵
۳۹	۱.۰۹۶۴۴	۰.۵۰۰۹	۰.۴۹۹۱	۰.۵۹۵۵۴	۰.۴۰۴۴۶	۰.۴۵۱۷۸
۴۰	۰.۹۳۹۶۱	۰.۳۰۱۴۱	۰.۶۹۸۵۹	۰.۶۳۸۲	۰.۳۶۱۸	۰.۵۳۰۱۹۵
۴۱	۰.۷۵۹۲	۰.۲۶۰۵۸	۰.۷۳۹۴۲	۰.۴۹۸۶۲	۰.۵۰۱۳۸	۰.۶۲۰۴
۴۲	۱.۳۰۲۳۱	۰.۶۰۳۲۸	۰.۳۹۶۷۲	۰.۶۹۹۰۳	۰.۳۰۰۹۷	۰.۳۴۸۸۴۵
۴۳	۱.۰۹۲۳۵	۰.۴۶۰۵۹	۰.۵۳۹۴۱	۰.۶۳۱۷۶	۰.۳۶۸۲۴	۰.۴۵۳۸۲۵
۴۴	۱.۰۹۸۳۱	۰.۴۳۴۴	۰.۵۶۵۶	۰.۶۶۳۹۲	۰.۳۳۶۰۸	۰.۴۵۰۸۴
۴۵	۰.۷۳۴۶۹	۰.۳۵۷۵۶	۰.۶۴۲۴۴	۰.۳۶۷۱۴	۰.۶۳۲۸۶	۰.۶۳۷۶۵
۴۶	۰.۷۷۲۸۴	۰.۳۲۶۹۱	۰.۶۷۳۰۹	۰.۴۴۵۹۴	۰.۵۵۴۰۶	۰.۶۱۳۵۷۵
۴۷	۰.۸۲۸۷۵	۰.۳۴۹۰۱	۰.۶۵۰۹۹	۰.۴۷۹۷۵	۰.۵۲۰۲۵	۰.۵۸۵۶۲
۴۸	۱.۴۲۱۵۲	۰.۶۱۵۱۶	۰.۳۸۴۸۴	۰.۸۰۶۳۶	۰.۱۹۳۶۴	۰.۲۸۹۲۴
۴۹	۰.۵۲۵۳	۰.۵۲۵۳	۰.۴۷۴۷	۰	۱	۰.۷۳۷۳۵
۵۰	۰.۹۳۳۸۶	۰.۳۵۲۰۵	۰.۶۴۷۹۵	۰.۵۸۱۸۱	۰.۴۱۸۱۹	۰.۵۳۳۰۷



شعبه	I^*	β^*	کارایی مرحله اول	α^*	کارایی مرحله دوم	کارایی نهایی
۵۱	۱.۳۰۳۶۲	۰.۵۷۵۱۱	-۰.۴۲۴۸۹	۰.۷۲۸۵۱	۰.۲۷۱۴۹	۰.۳۴۸۱۹
۵۲	۰.۲۴۰۲۴	۰.۰۴۸۰۴	-۰.۹۵۱۹۶	۰.۱۹۲۲	۰.۸۰۷۸	۰.۸۷۹۸۸
۵۳	۰.۶۲۰۸۱	۰.۳۳۳۵۸	-۰.۶۶۶۴۲	۰.۲۸۷۲۳	۰.۷۱۲۷۷	۰.۶۸۹۵۹۵
۵۴	۰.۴۶۱۳۱	۰.۲۴۷۵۹	-۰.۷۵۲۴۱	۰.۲۱۳۷۲	۰.۷۸۶۲۸	۰.۷۶۹۳۴۵
۵۵	۰.۵۱۰۴۲	۰.۰۸۷۸۶	-۰.۹۱۲۱۴	۰.۴۲۲۵۷	۰.۵۷۷۴۲	۰.۷۴۴۷۸۵
۵۶	۰	۰	۱	۰	۱	۱
۵۷	۰.۹۴۲۸	۰.۳۵۳۶۳	-۰.۶۴۶۳۷	۰.۵۸۹۱۶	۰.۴۱۰۸۴	۰.۵۲۸۶۰۵
۵۸	۰	۰	۱	۰	۱	۱
۵۹	۰.۸۰۳۶۳	۰.۴۳۰۹۲	-۰.۵۶۹۰۸	۰.۳۷۲۷۱	۰.۶۲۷۲۹	۰.۵۹۸۱۸۵
۶۰	۱.۲۷۴۲۵	۰.۵۶۳۵۱	-۰.۴۳۶۴۹	۰.۷۱۰۸۴	۰.۲۸۹۱۶	۰.۳۶۲۸۲۵
۶۱	۰.۰۹۲۸۳	۰.۰۹۲۸۳	-۰.۹۰۷۱۷	۰	۱	۰.۹۵۳۵۸۵
۶۲	۱.۰۶۸۰۲	۰.۳۶۳۳۶	-۰.۶۳۶۶۴	۰.۷۰۴۶۶	۰.۲۹۵۳۴	۰.۴۶۵۹۹
۶۳	۰.۸۹۵۶۲	۰.۲۵۸۱۶	-۰.۷۴۱۸۴	۰.۶۳۷۴۶	۰.۳۶۲۵۴	۰.۵۵۲۱۹
۶۴	۰.۹۵۱۳۸	۰.۴۳۴۳۹	-۰.۵۶۵۶۱	۰.۵۱۶۹۹	۰.۴۸۳۰۱	۰.۵۲۴۳۱
۶۵	۱.۲۳۱۷۱	۰.۵۴۶۶۴	-۰.۴۵۵۳۶	۰.۶۸۷۰۷	۰.۳۱۲۹۳	۰.۳۸۴۱۴۵
۶۶	۰.۷۰۰۲۴	۰.۳۵۸۳۱	-۰.۶۴۱۶۹	۰.۳۴۱۹۳	۰.۶۵۸۰۷	۰.۶۴۹۸۸
۶۷	۰.۶۳۷۷۸	۰.۲۱۷۴	۰.۷۸۲۶	۰.۴۱۰۳۸	۰.۵۸۹۶۲	۰.۶۸۶۱۱
۶۸	۰.۴۴۵۶۱	۰.۴۴۵۶۱	-۰.۵۵۴۳۹	۰	۱	۰.۷۷۷۱۹۵
۶۹	۰.۹۸۰۸۳	۰.۴۰۰۵۷	-۰.۵۹۹۴۳	۰.۵۸۰۳۶	۰.۴۱۹۷۴	۰.۵۰۹۵۸۵
۷۰	۰.۸۲۱۷۶	۰.۲۵۴۵۹	-۰.۷۴۵۴۱	۰.۵۶۷۱۷	۰.۴۳۲۸۳	۰.۵۸۹۱۲
۷۱	۰.۵۶۰۰۲	۰.۲۱۱۷۸	-۰.۷۸۸۲۲	۰.۳۴۸۲۴	۰.۶۵۱۷۶	۰.۷۱۹۹۹
۷۲	۰.۹۳۸۳۷	۰.۵۱۵۲۳	-۰.۴۸۴۷۷	۰.۴۲۳۲۴	۰.۵۷۶۷۶	۰.۵۳۰۷۶۵
۷۳	۱.۰۸۵۶۸	۰.۳۲۰۸۵	-۰.۶۷۹۱۵	۰.۷۶۴۸۳	۰.۲۳۵۱۷	۰.۴۵۷۱۶
۷۴	۰.۶۲۱۷۶	۰.۳۰۴۳۲	-۰.۶۹۵۶۸	۰.۳۱۷۴۳	۰.۶۸۲۵۷	۰.۶۸۹۱۲۵
۷۵	۰.۹۰۹۱۱	۰.۲۹۹۸۲	-۰.۷۰۰۱۸	۰.۶۰۹۳۹	۰.۳۹۰۷۱	۰.۵۴۵۴۴۵
۷۶	۰.۶۵۴۶۷	۰.۲۰۰۵	-۰.۷۹۹۵	۰.۴۵۴۱۷	۰.۵۴۵۸۳	۰.۶۷۲۶۶۵
۷۷	۰.۰۷۶۱۶	۰.۰۷۶۱۶	-۰.۹۲۳۸۴	۰	۱	۰.۹۶۱۹۲
۷۸	۰.۴۴۱۳	۰.۴۴۱۳	-۰.۵۵۸۷	۰	۱	۰.۷۷۹۳۵



در این قسمت کشتش مقیاس چپ و راست این شعب کارا با استفاده از مدل‌های مطرح شده محاسبه شده و نتایج در جدول ۴ ارائه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود کشتش مقیاس برای سیستم شبکه‌ای کارا و شعب کارای در هر دو مرحله یک و دو ارائه شده‌اند. برای توضیح بیشتر به عنوان نمونه شعبه کارای ۲۲ را در نظر بگیرید که به ازای سیستم شبکه‌ای کلی، کشتش مقیاس چپ و راست به ترتیب عبارت‌اند از ۱۱۹ و ۹/۳۵۵۹. همچنین کشتش مقیاس چپ و راست حاصل در مرحله اول ۲۵/۵۸۷۳ و ۱/۹۹۲ می‌باشد. همچنین ۹۴/۳۹ و ۸/۳۶۳۹ کشتش مقیاس چپ و راست در مرحله دو می‌باشد. به ازای واحد ۲۶ به صورت سیستم شبکه‌ای دو مرحله‌ای و همچنین مرحله ۱ و ۲ کشتش مقیاس راست تعریف نشده است. در حالی کشتش مقیاس چپ به ازای سیستم کلی، مرحله ۱ و ۲ به ترتیب برابر با ۰/۶۹ و ۱/۱۳۲۴ هستند. کشتش مقیاس چپ و راست واحد ۵۶ تعریف نشده است (به طور کلی و به ازای هر مرحله). به طور مشابه کشتش مقیاس چپ و راست سایر شعب کارا را می‌توان تحلیل و بررسی کرد. به علاوه به ازای مقادیر متفاوت α نتایج حاصل از تابع پاسخ در جدول ۵ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تابع پاسخ به ازای مقادیر α' بزرگ‌تر از یک همواره شدنی است که بدین معنی است که با افزایش ورودی‌های دو مرحله، نقطه شدنی نتیجه می‌شود. اما به ازای تغییرات α' کوچک‌تر از یک تابع پاسخ برای برخی واحدها نشدنی است. همان‌طور که واضح است به ازای تغییرات α' کمتر از یک مورد بررسی یعنی ۰/۷ و ۰/۸، هیچ تغییری در واحد ۲۲ امکان‌پذیر نمی‌باشد؛ در حالی برای این واحد $\beta'(1,0,2)=1$ و $\beta'(1,0,2)=1$ است. اما تابع پاسخ برای برخی شعب مثل ۱۵ به ازای مقادیر مختلف α' تحت بررسی همواره تعریف شده و شدنی می‌باشد.

جدول ۴. کشتش مقیاس چپ و راست شعب کارای بانک

شعبه کارا	ρ'_{\min}	$\beta'_-(1)$	ρ'_{\max}	$\beta'_+(1)$
۲۲	-۱.۱۸E+۰۲	۱.۱۹E+۰۲	-۸.۳۵۵۹	۹.۳۵۵۹
۲۶	۰.۳۱۰۴	۶.۹۰E-۰۱	Undefined	Undefined
۳۰	Undefined	Undefined	-۱۴.۰۳۰۰	۱۵.۰۳
۵۶	Undefined	Undefined	Undefined	Undefined
۵۸	-۱۱.۰۶۱۸	۱.۲۱E+۰۱	-۹.۱۱۶۰	۱۰.۱۱۶



شعبه کارا مرحله اول	$\rho'_{1\min}$	$\beta'_{1-}(1)$	$\rho'_{1\max}$	$\beta'_{1+}(1)$
۲۲	-۲۴.۵۸۷۳	۲۵.۵۸۷۳	-۰.۹۹۲	۱.۹۹۲
۲۶	-۰.۱۳۲۴	۱.۱۳۲۴	Undefined	Undefined
۳۰	Undefined	Undefined	-۰.۷۴۳۲	۱.۷۴۳۲
۵۶	Undefined	Undefined	Undefined	Undefined
۵۸	-۱.۷۵۵۶	۲.۷۵۵۶	-۱.۰۶۴	۲.۰۶۴
شعبه کارا مرحله دوم	$\rho'_{2\min}$	$\beta'_{2-}(1)$	$\rho'_{2\max}$	$\beta'_{2+}(1)$
۲۲	-۹۳.۳۹	۹۴.۳۹	-۷.۳۶۳۹	۸.۳۶۳۹
۲۶	۰.۴۴۲۸	۰.۵۵۷۲	Undefined	Undefined
۳۰	Undefined	Undefined	-۱۳.۲۸۶۸	۱۴.۲۸۶۸
۵۶	Undefined	Undefined	Undefined	Undefined
۵۸	-۹.۳۰۶۲	۱۰.۳۰۶۲	-۸.۰۵۲	۹.۰۵۲

جدول ۵. نتایج تابع پاسخ به ازای مقادیر مختلف α'

شعبه	$\beta'(\alpha'=۰,۷)$	$\beta'(\alpha'=۰,۸)$	$\beta'(\alpha'=۱,۰۲)$	$\beta'(\alpha'=۱,۲)$
۱	۱.۳۹۹۶	۱.۳۹۹۶	۱.۳۹۹۶	۱.۳۹۹۶
۲	۳.۰۱۷۴	۳.۰۱۷۴	۳.۰۱۷۴	۳.۰۱۷۴
۳	۱.۵۳۳۹	۱.۷۰۸۸	۱.۷۰۸۸	۱.۷۰۸۸
۴	۱.۶۲۵	۱.۸۳۹۱	۱.۸۹۱۸	۱.۸۹۱۸
۵	۳.۴۲۰۴	۳.۴۲۰۴	۳.۴۲۰۴	۳.۴۲۰۴
۶	-۰.۸۵۸۹	-۰.۹۰۵۹	۱	۱
۷	۲.۵۴۰۴	۲.۵۸۵۲	۲.۵۸۵۲	۲.۵۸۵۲
۸	infeasible	-۰.۹۹۹۷	۳.۶۷۳۱	۳.۶۷۳۱
۹	۲.۸۰۹۲	۲.۸۴۷۹	۲.۸۴۷۹	۲.۸۴۷۹
۱۰	۴.۸۴۹۷	۵.۲۷۴۸	۵.۲۷۴۸	۵.۲۷۴۸
۱۱	۲.۶۱۷۶	۲.۶۱۷۶	۲.۶۱۷۶	۲.۶۱۷۶
۱۲	۱.۵۹۶۱	۱.۸۸۴۱	۱.۹۱۰۹	۱.۹۱۰۹
۱۳	۱.۱۳۴۸	۱.۹۴۰۳	۲.۹۴۴۹	۲.۹۴۴۹
۱۴	infeasible	infeasible	۹.۰۳۹۲	۱۰.۲۲۰۶



شعبه	$\beta'(\alpha'=0,7)$	$\beta'(\alpha'=0,8)$	$\beta'(\alpha'=1,02)$	$\beta'(\alpha'=1,2)$
۱۵	۳.۶۱۹۵	۴.۰۰۰۷	۴.۱۲۲۷	۴.۱۹۴۵
۱۶	۱.۹۳۷۵	۱.۹۳۷۵	۱.۹۳۷۵	۱.۹۳۷۵
۱۷	۶.۱۹۳	۶.۱۹۳	۶.۱۹۳۰	۶.۱۹۳
۱۸	infeasible	۳.۸۰۱۸	۴.۹۴۶۱	۴.۹۴۶۱
۱۹	۱.۱۲۳۱	۱.۴۸۹۲	۱.۵۰۲۴	۱.۵۰۲۴
۲۰	۱.۸۲۰۳	۲.۳۶۷۴	۲.۵۳۹۳	۲.۵۳۹۳
۲۱	۱.۸۲۱	۲.۳۷۳	۲.۴۴۳۲	۲.۴۴۳۲
۲۲	infeasible	infeasible	۱	۱
۲۳	۴.۴۰۹	۴.۴۰۹	۴.۴۰۹۰	۴.۴۰۹
۲۴	۱.۷۶۰۱	۱.۷۷۰۳	۱.۷۸۶۰	۱.۷۹۲۸
۲۵	۱.۷۱۸۳	۱.۸۸۷۷	۱.۹۰۳۵	۱.۹۰۳۵
۲۶	infeasible	infeasible	۱	۱
۲۷	infeasible	infeasible	۱.۱۱۹۶	۱.۶۵۲۱
۲۸	۱.۱۰۱۱	۱.۸۶۵۵	۲.۲۲۹۷	۲.۲۲۹۷
۲۹	۵.۰۳۰۵	۵.۰۳۰۵	۵.۰۳۰۵	۵.۰۳۰۵
۳۰	infeasible	infeasible	۱	۱
۳۱	infeasible	۳.۸۳۰۴	۴.۱۸۴۶	۴.۱۸۴۶
۳۲	-۰.۴۶۸۳	-۰.۸۲۴۱	۱.۱۵۵۶	۱.۱۷۳۶
۳۳	infeasible	۱.۴۲۲۵	۲.۵۶۹۶	۲.۸۰۳۴
۳۴	-۰.۶۱۱۷	۳.۴۶۲۱	۴.۴۶۷۱	۴.۵۲۱۸
۳۵	۱.۳۴۶۷	۲.۲۹۵۸	۲.۳۱۸۳	۲.۳۲۰۴
۳۶	-۰.۶۷۲۷	۱.۴۰۲	۱.۹۷۹۲	۲.۰۹۵۴
۳۷	infeasible	-۰.۲۲۷۱	۱	۱
۳۸	infeasible	infeasible	۲.۰۴۲۳	۲.۴۶۸۱
۳۹	۱.۷۹۵۸	۲.۰۸۰۳	۲.۰۸۰۳	۲.۰۸۰۳
۴۰	infeasible	۱.۲۷۱۶	۲.۳۸۵۳	۲.۶۱۷۱
۴۱	infeasible	۶.۴۲۹۶	۷.۲۹۵۰	۷.۲۹۵
۴۲	۲.۱۳۳۳	۲.۱۸	۲.۲۰۴۲	۲.۲۰۴۲
۴۳	۲.۴۶۵۹	۲.۹۹۱۷	۳.۰۳۷۶	۳.۰۳۷۶
۴۴	۵.۹۳۶۹	۶.۶۹۸۵	۶.۶۹۸۵	۶.۶۹۸۵



شعبه	$\beta'(\alpha'=0,7)$	$\beta'(\alpha'=0,8)$	$\beta'(\alpha'=1,02)$	$\beta'(\alpha'=1,2)$
۴۵	۱.۱۶۳۶	۲.۶۵۲۵	۲.۷۸۸۰	۲.۸۰۳۳
۴۶	infeasible	۱.۶۵۱۵	۲.۵۸۹۵	۲.۵۸۹۵
۴۷	۵.۰۹۵۳	۶.۴۲۹۷	۶.۴۳۷۴	۶.۴۳۷۴
۴۸	۸.۳۹۷۲	۸.۳۹۷۲	۸.۳۹۷۲	۸.۳۹۷۲
۴۹	-۰.۸۹۲۳	-۰.۹۷۲۵	۱	۱
۵۰	۲.۱۸۵۸	۲.۷۵۱۵	۳.۷۱۳۷	۳.۷۱۳۷
۵۱	۶.۱۶۷۶	۶.۱۶۷۶	۶.۱۶۷۶	۶.۱۶۷۶
۵۲	infeasible	infeasible	۱.۸۲۳۲	۱.۸۲۳۲
۵۳	infeasible	-۰.۷۶۶۶	۱.۵۶۵۴	۱.۵۷۳
۵۴	infeasible	-۰.۴۵۶۳	۱.۴۳۷۵	۱.۴۵۶۸
۵۵	infeasible	infeasible	۱.۹۴۳۸	۲.۳۳۷۲
۵۶	infeasible	infeasible	۱	۱
۵۷	۱.۲۴۷۳	۱.۷۷۳۳	۲.۲۷۳۳	۲.۲۸۵۸
۵۸	infeasible	infeasible	۱	۱
۵۹	۲.۰۵۹۵	۲.۵۰۳۶	۲.۵۱۸۱	۲.۵۱۸۱
۶۰	۳.۵۴۱۳	۳.۵۴۱۳	۳.۵۴۱۳	۳.۵۴۱۳
۶۱	infeasible	infeasible	۱	۱
۶۲	۲.۱۱۸۲	۳.۰۷۳۳	۳.۳۲۶۹	۳.۳۲۶۹
۶۳	infeasible	۲.۴۸۳۶	۳.۸۹۶۱	۳.۹۲۱۲
۶۴	۹.۶۳۲۷	۹.۶۳۲۷	۹.۶۳۲۷	۹.۶۳۲۷
۶۵	۸.۰۹۷۵	۸.۰۹۷۵	۸.۰۹۷۵	۸.۰۹۷۵
۶۶	-۰.۷۱۷۴	۱.۶۰۰۹	۱.۷۱۱۹	۱.۷۲۳۱
۶۷	infeasible	infeasible	۱.۷۷۹۷	۱.۸۶۴۸
۶۸	infeasible	infeasible	۱	۱
۶۹	۱.۶۲۷۷	۲.۲۲۹۲	۲.۴۲۸۶	۲.۴۲۸۶
۷۰	infeasible	۴.۳۸۰۲	۵.۳۴۷۹	۵.۳۴۷۹
۷۱	infeasible	infeasible	۲.۹۵۸۰	۲.۹۵۸
۷۲	۱.۷۲۸۲	۱.۸۷۸	۱.۸۷۸۰	۱.۸۷۸
۷۳	-۰.۳۱۲۳	۱.۰۰۶۵	۱.۴۴۸۶	۱.۷۹۱۵
۷۴	infeasible	-۰.۲۷۰۷	۱.۳۲۳۲	۱.۹۵۸۳



شعبه	$\beta'(\alpha'=0,7)$	$\beta'(\alpha'=0,8)$	$\beta'(\alpha'=1,02)$	$\beta'(\alpha'=1,2)$
۷۵	infeasible	۱.۷۶۰۵	۲.۴۵۷۶	۲.۴۵۷۶
۷۶	infeasible	۰.۱۲۷۸	۲.۸۵۴۲	۲.۸۵۴۲
۷۷	infeasible	infeasible	۱	۱
۷۸	۰.۵۹۸۴	۰.۷۰۲۵	۱	۱

۵- نتیجه‌گیری

در بسیاری مسائل دنیای واقع، با سیستم‌های پیچیده‌ای مواجه هستیم که در آن‌ها علاوه بر خروجی‌های مطلوب، خروجی‌های نامطلوب نیز تولید می‌شوند. به‌علاوه تحلیل کشش مقیاس از موضوعات مهم به‌منظور تحلیل عملکرد فرایندها می‌باشد. بنابراین در تحقیق حاضر، مدل‌های جهت‌دار مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها ارائه شده است، به‌منظور تحلیل عملکرد کلی و مراحل سیستم دو مرحله‌ای تحت بررسی در حالی که خروجی‌های نامطلوب حضور دارند. مدل جهت‌دار دو مرحله‌ای ارائه‌شده مبتنی بر فرض بازده به مقیاس متغیر بوده و خروجی‌های نامطلوب به‌طور ضعیف در دسترس در مدل گنجانده شده‌اند. با به‌کارگیری مدل پیشنهادی کارایی کلی و مراحل یک و دو به‌طور هم‌زمان محاسبه شده است. به‌علاوه کشش مقیاس جهتی در سیستم شبکه‌ای تحت بررسی مورد مطالعه قرار گرفته است و روش‌هایی به‌منظور تخمین کشش مقیاس چپ و راست واحدهای کارا به‌صورت شبکه‌ای و در هر یک از مراحل ارائه شده است. در ادامه عملکرد و کشش مقیاس ۷۸ شعبه یک بانک ایرانی با به‌کارگیری روش پیشنهادی تخمین زده می‌شوند. در واقع کارایی هر شعبه به‌طور کلی و عملکرد آن در زیرسیستم پس‌انداز و زیرسیستم وام مورد تحلیل قرار گرفته است. علاوه بر این کشش مقیاس در زیرسیستم‌های پس‌انداز و وام و همچنین سیستم‌های دو مرحله‌ای کلی که کارا هستند، محاسبه شده است. یافته‌ها نشان می‌دهد روش پیشنهادی به‌منظور تحلیل کارایی واحدهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای در حضور خروجی‌های نامطلوب و همچنین تخمین کشش مقیاس واحدهای کارایی شبکه‌ای مفید و شامل اطلاعات سودمندی خواهد بود. بنابراین در تحقیقات آتی روش پیشنهادی می‌تواند به‌منظور تخمین کارایی و کشش مقیاس فرایندها با ساختارهای شبکه‌ای متفاوت توسعه یابد. همچنین تخمین بازده به مقیاس جهتی ساختار شبکه‌ای و بررسی آن در حضور ورودی‌های نامطلوب موضوعات جالبی برای مطالعات آتی می‌باشند.



۶- پی نوشتها:

- ^۱- Data envelopment analysis (DEA)
- ^۲- Decision making unit (DMU)
- ^۳- Returns to scale
- ^۴- Scale Elasticity
- ^۵- BSC-DEA: Balanced Scorecard and Data envelopment analysis

۷- منابع

- [۱]. Seyhani, F., ۲۰۲۰. "Undesirable factors in nonparametric production processes", PH.D Thesis in applied mathematic, faculty of science, Lahijan Islamic Azad University, Autumn.
- [۲]. Azizi Usefvand, R., Nahavandi, N., Farzandi, G.H., ۲۰۱۷. "The Role of Supply Chain Risk Management on the Efficiency of the Pharmaceutical Distribution Companies" International Journal of Industrial Engineering & Production Management, Volume ۲۸, Number ۱, pp ۱۱۹- ۱۳۷.
- [۳]. Mehdizadeh, S., ۲۰۱۹. "Efficiency analysis in network process with stochastic data", PH.D Thesis in applied mathematic, faculty of science, Rasht Islamic Azad University, Autumn.
- [۴]. Charles, V., Cornillier, F., ۲۰۱۷. "Value of the stochastic efficiency in data envelopment analysis". Expert Systems with Applications. Volume ۸۱, ۱۵ September ۲۰۱۷, Pages ۳۴۹-۳۵۷.
- [۵]. Färe, R., & Grosskopf, S. (۲۰۰۰). "Network DEA", Socio-Economic Planning Sciences, ۳۴, ۳۵-۴۹.
- [۶]. Chen, Y., Liang, L., Yang, F., "A DEA game model approach to supply chain efficiency," Annals of Operations Research, vol. ۱۴۵, pp. ۵-۱۳, ۲۰۰۶. View at Publisher • View at Google Scholar • View at Zentralblatt MATH
- [۷]. Liang, L., Yang, F. Cook, W. D and Zhu, J. "DEA models for supply chain efficiency evaluation," Annals of Operations Research, vol. ۱۴۵, pp. ۳۵-۴۹, ۲۰۰۶. View at Publisher • View at Google Scholar • View at Zentralblatt MATH
- [۸]. Talluri, S., R. Narasimhan, A. Nair, ۲۰۰۶. "Vendor performance with supply risk: a chance-constrained DEA approach", International Journal of Production Economics, ۱۰۰(۲), ۲۱۲-۲۲۲.
- [۹]. Farzipoor Saen, R., ۲۰۱۰. "Restricting weights in supplier selection decisions in the presence of dual-role factors", Applied Mathematical Modeling, ۳۴, PP ۲۸۲۰-۲۸۳۰.
- [۱۰]. Tajbakhsh, A., Hassini, E., ۲۰۱۵. "A data envelopment analysis approach to evaluate sustainability in supply chain networks", Journal of Cleaner Production ۱۰۵, ۷۴-۸۵



- [۱۱]. Motevali Haghghi, S., Torabi, S.A., Ghasemi, R., ۲۰۱۶. "An integrated approach for performance evaluation in sustainable supply chain networks (with a case study)", *Journal of Cleaner Production*, Volume ۱۳۷, ۲۰, Pages ۵۷۹-۵۹۷.
- [۱۲]. Jahani Sayyad Noveiri, M., Kordrostami, S., Wu, J., Amirteimoori, A., ۲۰۱۹. "Supply chains performance with undesirable factors and reverse flows: A DEA-based approach". *Journal of the Operational Research Society* ۷۰ (۱), ۱۲۵-۱۳۵.
- [۱۳]. Jahani Sayyad Noveiri, M., Kordrostami, S., Amirteimoori, A., ۲۰۲۰. "Efficiency evaluation of closed-loop supply chains with proportional dual-role measures". *Kybernetika* ۵۶ (۴), ۶۹۵-۷۲۱.
- [۱۴]. Amirteimoori, A., Khoshandam, L., Kordrostami, S., Jahani Sayyad Noveiri, M., ۲۰۲۱. "Performance analysis in a stochastic supply chain with reverse flows: a DEA-based approach". *IMA Journal of Management Mathematics*.
- [۱۵]. Jahani Seyyed Noveiri, M., Kordrostami, S., Amirteimoori, A., ۲۰۱۷. "Cost Efficiency Of Closed-Loop Supply Chain In The Presence Of Dual-Role And Undesirable Factors". *Journal of new researches in mathematics*. Volume ۳, Number ۹; Page(s) ۵ To ۱۶.
- [۱۶]. Färe, R., & Grosskopf, S. (۱۹۹۴). "Estimation of returns to scale using data envelopment analysis": A comment. *Journal of Operational Research*, ۷۹, ۳۷۹-۳۸۲.
- [۱۷]. Chen, Y., Chen, W. D., Cook x, N., & Zhu, J. ۲۰۰۹. "Additive efficiency decomposition in twostage DEA". *European Journal of Operational Research*, ۱۹۶(۳), ۱۱۷۰-۱۱۷۶.
- [۱۸]. Khodabakhshi, M., Gholami, Y., & Kheirollahi, H. ۲۰۱۰. "An additive model approach for estimating returns to scale in imprecise data envelopment analysis". *Applied Mathematical Modelling*, ۳۴, ۱۲۴۷-۱۲۵۷.
- [۱۹]. Sahoo, B. K., Zhu, J., & Tone, K. ۲۰۱۴. "Decomposing efficiency and returns to scale in two-stage network systems". In *Data Envelopment Analysis* (pp. ۱۳۷-۱۶۴). Springer, Boston, MA.
- [۲۰]. Zhang, Q., & Yang, Z. ۲۰۱۵. "Returns to scale of two-stage production process". *Computers & Industrial Engineering*. ۹۰, ۲۵۹-۲۶۸.
- [۲۱]. Zhou, X., Zhang, Zh., Pedrycz, W., & Kuang, Y. ۲۰۱۶. "Type-۲ Fuzzy Multi-Objective DEA Model: An Application to Sustainable Supplier Evaluation". *Applied Soft Computing*, ۱-۲۷.
- [۲۲]. Tavana, M., Kalili_Damghani, K., Arteaga, F., Mahmoudi, R., & Kafezal Kotob, A. ۲۰۱۸. "Efficiency Decomposition and Measurement in Two-Stage Fuzzy DEA Models Using a Bargaining Game Approach". *Computers & Industrial Engineering*, ۱-۳۶.
- [۲۳]. Hosseinzadeh Saljooghi, F., & Rahimi, A., ۲۰۱۹. "Evaluation Of Efficiency And Returns To Scale Of Resin Chemical Industry Supply Chain Using Crisp And Fuzzy Data Envelopment". *Production and operations managment*. Volume ۱۰, Number ۱ (۱۸); Page(s) ۴۷ To ۶۳.



- [۲۴]. Amirmohammadi, H., Amirteimoori, A. A., Kordrostami, S., & Vaez-Ghasemi, M. (۲۰۲۱). "Scale elasticity in the presence of integer data: An application to electricity distribution companies". *Studies of Applied Economics*, ۳۹(۲).
- [۲۵]. Jahani Sayyad Noveiri, M., Kordrostami, S., Amirteimoor, A., ۲۰۲۱. "Sustainability Assessment and Most Productive Scale Size: a Stochastic DEA Approach with Dual Frontiers". *Environmental Modeling & Assessment* ۲۶ (۵), ۷۲۳-۷۳۵.
- [۲۶]. Hailu, A., & Veeman, T. S. ۲۰۰۱. "Non-parametric productivity analysis with undesirable outputs: an application to the Canadian pulp and paper industry". *American Journal of Agricultural Economics*, ۸۳(۳), ۶۰۵-۶۱۶.
- [۲۷]. Matin R.K., ۲۰۱۱. "A Review On Using Weak Disposability Axiom In Modeling Undesirable Outputs In Non-Parametric Activity Analysis ". *Journal of operational research and ITS applications (JOURNAL OF APPLIED MATHEMATICS)*, Volume ۸ , Number ۳ (۳۰); Page(s) ۵۳ To ۶۹.
- [۲۸]. Färe, R., & Grosskopf, S. (۲۰۰۳). "Nonparametric productivity analysis with undesirable outputs". *American Journal of Agricultural Economics*, ۸۵(۴), ۱۰۷۰-۱۰۷۴.
- [۲۹]. Kuosmanen, T. ۲۰۰۵. *Weak Disposability in Nonparametric Productivity Analysis with Undesirable Outputs*. *American Journal of Agricultural Economics* , ۸۷ , ۱۰۷۷-۱۰۸۲.
- [۳۰]. Nasirian, H., ۲۰۱۵. "Return to scale and losses scale in data envelopment analysis". M.S Thesis in applied mathematic, faculty of science, Sistan University.
- [۳۱]. Darvish Motevally, M.H., Hosseinzadeh Lotfi, F., Shoja, N., Abri, AGH., ۲۰۱۹. *Calculating The Sustainable Supply Chain Performance In The Cement Industry (Application Of Network Data Envelopment Analysis Model)*. *Economic Modeling*. Volume ۱۳ , Number ۲ (۴۶) ; Page(s) ۷۳ To ۹۹.