



پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری

دوره ۷، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۱، صص ۱-۲۶

نوع مقاله: پژوهشی

مدل‌سازی و تجزیه کارایی در سیستم‌های دوبخشی چنددوره‌ای با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها

رضا سلیمانی دامنه*

استادیار گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، کرمان، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۲۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۳/۲۷

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها از پرکاربردترین روش‌های ارزیابی عملکرد محسوب می‌شود. در مدل‌های اولیه تحلیل پوششی داده‌ها، ساختار داخلی و اثرات زمان در سیستم‌های دوبخشی چنددوره‌ای مورد توجه قرار نمی‌گیرد. مدل‌های شبکه‌ای ساختار داخلی را بررسی می‌کنند اما ایستا هستند و کارایی پویا را محاسبه نمی‌کنند. از طرف دیگر، مدل‌های پویا در هر دوره واحد را به صورت جعبه‌سیاه در نظر می‌گیرند. بنابراین مدل‌های شبکه‌ای و پویا به تنهایی برای ارزیابی کافی نیستند، اما مدل‌های شبکه‌ای پویا هر دو مزیت را همزمان دارا هستند. در این پژوهش با در نظر گرفتن یک ساختار دو بخشی چنددوره‌ای جامع، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویای مضربی در دو حالت ورودی‌محور و خروجی‌محور جهت محاسبه وزن‌های بهینه متغیرهای ورودی، خروجی، میانی و بین‌زمانی ارائه می‌شود. سپس با استفاده از وزن‌های به‌دست‌آمده، نحوه تجزیه کارایی کل و محاسبه کارایی شبکه‌ای پویای هر بخش و دوره بیان می‌شود. مدل پیشنهادی برای حالت جواب بهینه چندگانه و شرایط بازده به مقیاس متغیر نیز توسعه داده شد و روابط کارایی‌ها بیان گردید. در مدل‌های پیشنهادی تنها در صورتی یک واحد کارایی کل می‌شود که در همه مراحل و دوره‌ها کارا باشد. در نهایت به منظور توصیف عملکرد مدل‌های پیشنهادی، داده‌های مدیریت‌های استانی شعب بانک کشاورزی مورد استفاده قرار گرفت و نتایج کارایی‌ها در دو شرایط بازده به مقیاس ثابت و متغیر مقایسه شد.

کلیدواژه‌ها: تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویا، مدل‌های مضربی، کارایی، سیستم‌های دوبخشی چنددوره‌ای



۱- مقدمه و بیان مسئله

کارایی به عنوان انجام درست کارها تعریف می‌شود. تعریف علمی‌تر آن حداکثر خروجی مطلوب از منابع (ورودی‌های) مصرف شده است [۱]. تعیین حداکثر خروجی از یک مجموعه مشخص ورودی تنها با داشتن تابع تولید امکان‌پذیر است؛ از طرفی دستیابی به تابع تولید در اغلب موارد غیرممکن است. تحلیل پوششی داده‌ها (DEA^۱) با تعریف مجموعه امکان تولید (PPS^۲) به جای تابع تولید، یک مرز کارایی مشخص می‌کند و بر مبنای آن به ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌پردازد. مدل‌های DEA در دو فرم پوششی و مضرپی ارائه شده‌اند. در فرم مضرپی بهترین وزن‌های ممکن برای خروجی‌ها و ورودی‌های واحد تحت ارزیابی محاسبه می‌شود و کارایی نسبی به صورت مجموع موزون خروجی‌ها به مجموع موزون ورودی‌ها تعریف می‌شود [۲].

مدل‌های کلاسیک DEA دو عیب اساسی در محاسبه کارایی دارند. اول اینکه بر مبنای دیدگاه جعبه سیاه هستند یعنی تنها ورودی‌ها و خروجی‌های کلی واحد را در نظر می‌گیرند. بنابراین درون یک واحد و فرایند تبدیل ورودی‌ها به خروجی‌ها را مدلسازی و بررسی نمی‌کنند و تنها ساختارهای با یک مرحله را می‌توانند ارزیابی کنند [۳]. فار و گراسکوف (۱۹۹۶، ۲۰۰۰) بر محدودیت فوق با در نظر گرفتن فرایندهای داخلی غلبه کردند [۴، ۵]. رویکرد آن‌ها تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای (NDEA^۳) نام گرفت که قادر به ارزیابی ساختارهایی با بیش از یک مرحله بود. سپس محققان دیگر با دیدگاه‌های مختلف به توسعه این مدل‌ها پرداختند. عمده‌ترین ساختار مورد بررسی در این مطالعات، ساختار دویبخشی متوالی است [۶]. در این ساختار قسمتی از خروجی‌های مرحله اول به عنوان ورودی به مرحله دوم وارد می‌شوند (متغیرهای میانی). مدل‌های سنتی امکان بررسی این متغیرها را ندارند. عیب دیگر مدل‌های اولیه DEA این است که فرض می‌کنند ورودی‌های یک دوره به طور کامل برای تولید خروجی‌های همان دوره استفاده می‌شود. در ارزیابی یک واحد نمی‌توان یک دوره خاص آن را مجزا و مستقل از سایر دوره‌ها ارزیابی کرد، چرا که عملکرد سازمان‌ها در دوره‌های متوالی به یکدیگر مرتبط است. تصمیمات فعلی و گذشته، عملکرد آینده را تحت تأثیر قرار می‌دهد و ورودی‌ها و خروجی‌های یک دوره بر ورودی‌ها و خروجی‌های بعدی اثر می‌گذارد [۷]. برای غلبه بر این نقص، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های پویا (DDEA^۴) توسعه یافتند. این مدل‌ها عامل زمان

^۱ Data Envelopment Analysis
^۲ Production Possibility Set

^۳ Network DEA
^۴ Dynamic DEA



را در ارزیابی واحدها در نظر می‌گیرند. اولین بار فار و گراسکوپف (۱۹۹۷) مدل‌های پویا را معرفی کردند [۴] و سپس توسط نموتو و گوتو (۱۹۹۹، ۲۰۰۳) توسعه پیدا کردند [۹،۸]. در مدل‌های پویا ارتباط بین دوره‌های متوالی از طریق متغیرهای بین‌زمانی در نظر گرفته می‌شود. در این مدل‌ها، قسمتی از متغیرهای خروجی یک دوره (t)، به عنوان ورودی دوره بعد ($t+1$)، در نظر گرفته می‌شوند.

بنابراین مدل‌های اولیه DEA به دلیل عدم بررسی فرایندهای داخلی و اثرات زمانی، نتایج همراه با خطا و اریب ارائه می‌دهند [۱۰]. مدل‌های شبکه‌ای علی‌رغم بررسی ساختارهای داخلی یک واحد، همانند مدل‌های سنتی ایستا هستند و قادر به ارزیابی دوره‌ای نیستند. از طرف دیگر ساختارهای مورد بررسی در مدل‌های پویا در هر دوره همانند مدل‌های سنتی تک مرحله‌ای هستند. در بسیاری از واحدها مانند بانک‌ها، ساختارهایی با بیش از یک مرحله و مرتبط در طول دوره‌های زمانی وجود دارد، بنابراین برای ارزیابی آن‌ها به مدل‌هایی با توانایی بررسی دوره‌ای ساختارهای چندبخشی نیاز است. مدل‌های شبکه‌ای پویا (DNDEA) این مزیت دوگانه را دارند. این مدل‌ها قادر به محاسبه کارایی بخشی، دوره‌ای و کل یک واحد هستند. هدف این مقاله توسعه یک مدل شبکه‌ای پویای مضربی جهت تعیین وزن‌های بهینه انواع متغیرهای آن از جمله ورودی‌ها، خروجی‌ها، میانی‌ها و بین‌زمانی‌ها است، که با استفاده از آن‌ها کارایی شبکه‌ای پویای هر مرحله، دوره و کل محاسبه می‌شود.

۲- تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای

به دلیل اینکه مدل‌های اولیه تحلیل پوششی داده‌ها امکان بررسی درون یک واحد تصمیم‌گیرنده با فرایندهای چندگانه را نداشتند، مدل‌های شبکه‌ای ارائه شدند [۱۱]. کائو و هوانگ (۲۰۰۸) یک مدل مضربی و چن و همکاران (۲۰۰۹) یک مدل جمعی جهت ارزیابی ساختارهای دومرحله‌ای ارائه کردند [۱۳،۱۲]. چن و ژو (۲۰۱۸) به بحث کارایی مقیاس در ساختارهای دومرحله‌ای با مدل DEA شبکه‌ای پرداختند و نشان دادند که کارایی مقیاس کل در این ساختارها سازگار با کارایی مقیاس در DEA سنتی است [۱۴]. یین و همکاران (۲۰۲۰) با مدل‌سازی عملکرد هتل به صورت یک ساختار دومرحله‌ای، از روش DEA شبکه‌ای جهت ارزیابی آن بهره بردند [۱۵]. لی و همکاران (۲۰۲۰) با بیان اینکه در مدل‌های سنتی رتبه‌بندی واحدها بر مبنای وزن‌های بدست‌آمده، سایر وزن‌های ممکن مانند وزن‌های بهینه چندگانه را نادیده می‌گیرد، برای ساختار دومرحله‌ای یک روش رتبه‌بندی فاصله‌ای پیشنهاد دادند [۱۶]. ژانگ و همکاران (۲۰۱۹) جهت



ارزیابی فرودگاه‌ها و سعیدی و همکاران (۲۰۱۹) جهت ارزیابی زنجیره حمل و نقل هوایی مدل‌های NDEA را توسعه دادند [۱۸،۱۷]. حاتمی و ساعتی (۲۰۲۰) یک مدل NDEA جهت محاسبه وزن‌ها به منظور تعیین کارایی همزمان کل سیستم تولیدی و فرایندهای سیستم پیشنهاد دادند [۱۹].

بلوری و همکاران (۲۰۱۶) مدل‌های DEA پوششی و مضربی را برای ارزیابی کارایی نسبی واحدهای دارای ساختار شبکه‌ای مطرح کردند [۲۰]. ژای و همکاران (۲۰۱۹) کارایی زنجیره تأمین انرژی ۱۶ شهر چین را با توسعه یک مدل دومرحله‌ای اندازه‌گیری کردند [۲۱]. پاتریزی (۲۰۲۰) مدل تحلیل پوششی داده‌های دومرحله‌ای در شرایط بازده به مقیاس متغیر را با دیدگاهی متفاوت توسعه دادند [۲۲]. فخر موسوی و همکاران (۲۰۲۲) یک مدل اندازه دامنه تنظیم‌شده کاملاً فازی با شرایط مکمل زائد قوی برای یافتن سیستم‌های دومرحله‌ای کارا در یک مجموعه مرجع ارائه دادند [۲۳]. مورنو و لوزانو (۲۰۱۶) با هدف شناسایی عدم کارایی در مدیریت مالی خدمات عمومی، یک ساختار DEA شبکه‌ای دومرحله‌ای شامل تخصیص بودجه عمومی و انتقال در نظر گرفتند و جهت ارزیابی آن از معیارهای عدم کارایی مبتنی بر متغیرهای کمبود استفاده کردند [۲۴]. سالاری و زندیه (۲۰۱۶) با تفکیک عملکرد فروشگاه‌های اینترنتی به دو مرحله عرضه‌پذیری و سودآوری از یک مدل تحلیل پوششی داده‌های دومرحله‌ای جهت ارزیابی ۳۷ فروشگاه اینترنتی استفاده کردند [۲۵]. گالاگدریا و همکاران (۲۰۱۸) یک مدل DEA شبکه‌ای جدید برای ارزیابی عملکرد شرکت‌های سهامی آمریکا در سطوح مختلف ریسک توسعه و یک شاخص ارزیابی ارتباطی به منظور افزایش قدرت تمایز عملکرد معرفی و با کاربردهای مختلف آن را بیان کردند [۲۶]. لوزانو و خضری (۲۰۱۹) از رویکرد کمترین بهبود در DEA جهت ارزیابی ساختارهای شبکه‌ای استفاده کردند [۲۷]. آن‌ها دو رویکرد همکارانه و غیرهمکارانه را بررسی کردند. برای حالت همکارانه نشان دادند که عدم کارایی کل محاسبه شده می‌تواند به مجموع عدم کارایی مراحل تجزیه شود و برای سناریوی غیرهمکارانه یک روش تجزیه بر مبنای عدم کارایی محصولات میانی مختلف ارائه کردند.

۳- تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویا

اغلب مطالعات کارایی مرتبط با کارایی ایستا است. محاسبه کارایی ایستا به دلیل عدم در نظر گرفتن عامل زمان در ارزیابی ناقص است. ارزیابی کارایی دوره‌ای یک موضوع جذاب در DEA با نام تحلیل پوششی داده‌های پویا است. DDEA عملکرد واحدها را از یک دیدگاه بلندمدت با



استفاده از متغیرهای بین‌زمانی ارزیابی می‌کند. سنگوپتا (۱۹۹۵) مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های پویا را با در نظر گرفتن ارتباط هر واحد با خودش در دوره‌های متوالی، معرفی کردند [۲۸]. نمودتو گوتو (۱۹۹۹، ۲۰۰۳) با تعریف مجموعه امکان تولید پویا، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های پویا را توسعه دادند [۹، ۸]. کائو (۲۰۱۳) یک مدل شعاعی مضربی پویا و تن و تسوتسوی (۲۰۱۰) یک مدل پویای غیرشعاعی مبتنی بر متغیرهای کمیود (SBM) ارائه کردند [۳۰، ۲۹]. لو و همکاران (۲۰۱۹) کارایی پویای انرژی محیطی ۴۸ شرکت با درآمد بالا در چین را طی سال‌های ۲۰۱۰ تا ۲۰۱۴ با مدل DDEA ارزیابی کردند [۳۱]. کیانی و کیانی (۲۰۲۱) نوآوری زیست‌محیطی ۲۷ کشور عضو اتحادیه اروپا را در دوره ۲۰۱۱-۲۰۱۳ با معرفی یک مدل تحلیل پوششی داده‌های پویای مبتنی بر برنامه‌ریزی آرمانی بررسی کردند [۳۲].

مدل‌های DDEA معرفی شده عمدتاً DMU را در هر دوره زمانی به صورت تک مرحله‌ای در نظر می‌گیرند، در حالی که در بسیاری از کاربردها، واحدها ساختار چندبخشی دارند و نیازمند مدل‌های شبکه‌ای پویا جهت ارزیابی هستند. تن و تسوتسوی (۲۰۱۴) مدل SBM پویا را به مواردی که هر دوره ساختار شبکه‌ای داشته باشد و در آن متغیرهای بین زمانی تأثیر مثبت یا منفی بر تولیدات دوره بعد داشته باشند، تعمیم دادند [۳۳]. آن‌ها یک مثال کاربردی از ۲۱ شرکت الکتریکی آمریکا با سه مرحله متوالی در طول ۵ سال را برای تشریح مدلشان، بیان کردند. منگ و پانگ (۲۰۲۲) کارایی دوره‌ای سه مرحله تولید، انتقال و توزیع صنایع برق کشور چین را با یک مدل تحلیل پوششی داده‌های سه مرحله‌ای پویا ارزیابی کردند [۳۴]. نتایج آن‌ها نشان داد که بازده عملیاتی مرحله تولید کمتر از مرحله انتقال و توزیع می‌باشد. تن و همکاران (۲۰۱۹) عملکرد شبکه‌ای پویای ۳۰ شرکت بیمه در مالزی را طی سال‌های ۲۰۰۸ تا ۲۰۱۶ ارزیابی کردند [۳۵]. آن‌ها در هر دوره یک ساختار دومرحله‌ای شامل مدیریت منابع و سرمایه‌گذاری را در نظر گرفتند. وانگ و همکاران (۲۰۱۹) یک مدل شبکه‌ای پویا را جهت ارزیابی شاخص‌های حسابداری و مالی در عملکرد بانک به کار بردند [۳۶]. باریو و همکاران (۲۰۲۱) با مدل‌سازی عملکرد کتابخانه‌های عمومی کلمبیا به یک سیستم دویبخشی پویا به ارزیابی عملکرد آن‌ها و بررسی تأثیر متغیرهای زمینه‌ای بر عملکرد طی سال‌های ۲۰۱۵ تا ۲۰۱۸ با استفاده از یک مدل شبکه‌ای پویا مبتنی بر متغیرهای کمیود پرداختند [۳۷].

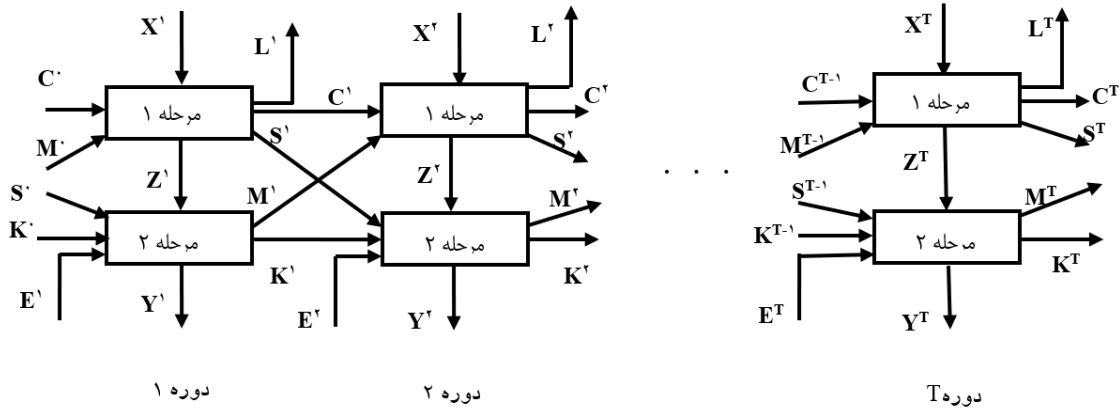
چن (۲۰۰۹) بیان کرد که یک شبکه تولید یک مجموعه از فرایندهای تولید است که به وسیله چندین گروه مستقل از واحدهای فرعی در داخل یک واحد عمل می‌کند و اثرات پویا به موقعیتی اشاره دارد که خروجی‌های میانی مصرف‌شده بوسیله یک واحد فرعی بر سطح تولید آینده



تأثیر داشته باشد [۳۸]. آن‌ها با بیان اینکه عدم در نظر گرفتن اثرات پویا، منجر به نتایج و ارائه اطلاعات گمراه‌کننده به تصمیم‌گیرندگان می‌شود، یک مدل DEA شبکه‌ای که با اثرات پویا در شبکه تولید مطابقت دارد، ارائه کردند و همچنین ویژگی‌های بازگشت به مقیاس واحدهای فرعی را بررسی کردند. باریو و هررو (۲۰۲۲) عملکرد موزه‌ها را با رویکرد ترکیبی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویا و شاخص بهره‌وری مالک‌کوئیسیت پویا ارزیابی کردند [۳۹]. اوکیران (۲۰۱۵) با معرفی یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویا، بیان کرد که تحلیل کارایی بخش‌ها در طول زمان اصل اساسی یادگیری سازمانی و یک منبع مزیت رقابتی می‌باشد [۴۰]. لیو و همکاران (۲۰۱۱)، یک رویکرد ارزیابی دومارحله‌ای برای DEA شبکه‌ای پویا ارائه کردند [۴۱]. در مرحله اول ماتریس کارایی شبکه‌ای پویا تشکیل می‌شود و در مرحله دوم یک واحد DEA ورودی-خروجی جدید ساخته می‌شود تا کارایی ترکیبی DEA شبکه‌ای پویا را ارزیابی کند. وو و همکاران (۲۰۱۶) با ارائه یک مدل شبکه‌ای پویا مبتنی بر متغیرهای کمبود به ارزیابی اثر مدیریت درآمد بر عملکرد دو مرحله مدیریتی و سودآوری بانک‌های ASEAN پرداختند [۴۲]. فوکویاما و وبر (۲۰۱۶) با معرفی یک ساختار شبکه‌ای پویا برای بانک‌های ژاپنی، مدل‌های شبکه‌ای پویا را برای آن‌ها توسعه دادند [۴۳، ۴۴]. ژو و همکاران (۲۰۱۸) با یک مدل DEA سه‌مرحله‌ای دوره‌ای، عملکرد بانک‌های تجاری چین را طی سال‌های ۲۰۱۴-۲۰۱۶ ارزیابی کردند [۴۴]. لو و همکاران (۲۰۲۲) ارزیابی عملکرد مراحل تولید و بازاریابی صنایع تولید مدار تایوان را با رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویای مبتنی بر متغیرهای کمبود انجام دادند [۴۵]. نتایج کاهش قابل توجه کارایی مرحله تولید را طی سال‌های ۲۰۱۰ تا ۲۰۱۴ نشان می‌دهد.

۴- مدل‌های پژوهش

جهت ساختن مدل فرض می‌کنیم n واحد تصمیم‌گیرنده ($j=1, \dots, n$) با ساختار دوبخشی متوالی در طول T دوره زمانی ($t=1, \dots, T$) مطابق شکل ۱ موجود است.



شکل ۱. ساختار دوبخشی چنددوره‌ای جامع

تلاش شده است تا ساختاری با تمام متغیرهای ممکن در نظر گرفته شود تا مدل‌های ارائه شده جامع باشند. مرحله اول هر دوره علاوه بر ورودی مختص خودش (X^t)، دارای ورودی از مرحله اول دوره قبل (C^{t-1}) و مرحله دوم دوره قبل (M^{t-1}) است. خروجی‌های مرحله اول هر دوره شامل چهار بخش است: بخشی از خروجی از سیستم خارج می‌شود (L^t)، بخشی وارد مرحله دوم همین دوره می‌شود (Z^t)، بخشی به مرحله اول دوره بعد (C^t) و قسمتی به مرحله دوم دوره بعد (S^t) می‌رود. مرحله دوم هر دوره نیز علاوه بر ورودی از بیرون سیستم (E^t) و ورودی از مرحله اول (Z^t)، دارای ورودی از مرحله اول دوره قبل (S^{t-1}) و مرحله دوم دوره قبل (K^{t-1}) است. خروجی‌های این مرحله سه قسمت می‌شوند که قسمتی از سیستم خارج می‌شود (Y^t)، قسمتی به مرحله اول دوره بعد (M^t) و قسمتی به مرحله دوم دوره بعد (K^t) می‌رود. بنابراین متغیر Z^t متغیر شبکه است که بین دو مرحله در هر دوره ارتباط برقرار می‌کند (متغیر میانی) و متغیرهای C^t ، S^t ، M^t و K^t متغیرهای پویا هستند که بین دوره‌ها ارتباط برقرار می‌کنند (متغیرهای بین‌زمانی). جدول ۱ متغیرهای مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۱. متغیرهای مدل

متغیر	شرح
X_{ij}^t	ورودی i ($i=1, \dots, I$) ام مرحله ۱ واحد ($j=1, \dots, n$) زام در دوره t ($t=1, \dots, T$)
C_{ij}^{t-1}	ورودی f ($f=1, \dots, F$) ام (متغیر بین‌زمانی) مرحله ۱ واحد زام در دوره t
M_{gj}^{t-1}	ورودی g ($g=1, \dots, G$) ام (متغیر بین‌زمانی)، مرحله ۱ واحد زام در دوره t
L_{dj}^t	خروجی d ($d=1, \dots, D$) ام مرحله ۱ واحد زام در دوره t



متغیر	شرح
C_{fj}^t	خروجی $f(1, \dots, F)$ ام (متغیر بین زمانی) مرحله ۱ واحد زام در دوره t
S_{aj}^t	خروجی $a(1, \dots, A)$ ام (متغیر بین زمانی) مرحله ۱ واحد زام در دوره t
Z_{hj}^t	متغیر میانی $h(1, \dots, H)$ ام واحد زام در دوره t
E_{pj}^t	ورودی $p(1, \dots, P)$ ام مرحله ۲ واحد زام در دوره t
K_{qj}^{t-1}	ورودی $q(1, \dots, Q)$ ام (متغیر بین زمانی) مرحله ۲ واحد زام در دوره t
S_{aj}^{t-1}	ورودی $a(1, \dots, A)$ ام (متغیر بین زمانی) مرحله ۲ واحد زام در دوره t
Y_{rj}^t	خروجی $r(1, \dots, R)$ ام مرحله ۲ واحد زام در دوره t
M_{gj}^t	خروجی $g(1, \dots, G)$ ام (متغیر بین زمانی)، مرحله ۱ واحد زام در دوره t
K_{qj}^t	خروجی $q(1, \dots, Q)$ ام (متغیر بین زمانی) مرحله ۲ واحد زام در دوره t

در یک ساختار تک مرحله ای ایستا (مدل CCR) وزن های بهینه ورودی ها و خروجی ها به گونه ای بدست می آید که کارایی واحد مورد بررسی حداکثر شود به شرط اینکه کارایی هیچ واحدی از ۱ بیشتر نشود. در اینجا وزن های بهینه ورودی ها، خروجی ها، متغیرهای میانی و متغیرهای بین زمانی برای هر واحد به گونه ای تعیین می شود که کارایی کل ساختار حداکثر شود به شرط اینکه کارایی مراحل، دوره ها و کارایی کل همه واحدها کمتر مساوی ۱ باشد. مدل (۱) بر همین مبنا برای واحد مورد بررسی (واحد 0) ارائه شده است.



$$\text{مدل (۱)} \quad \text{Max} \quad \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{go}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t}{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \nu_i^t X_{io}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bo}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{f0}^0 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{g0}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{a0}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{q0}^0}$$

s.t.

$$(1) \quad \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \nu_i^t X_{ij}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fj}^0 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{gj}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{aj}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qj}^0} \leq 1 \quad j=1, \dots, n$$

$$(2) \quad \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t}{\sum_{i=1}^I \nu_i^t X_{ij}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1}} \leq 1 \quad j=1, 2, \dots, n; \quad t=1, 2, \dots, T$$

$$(3) \quad \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1}} \leq 1 \quad j=1, 2, \dots, n; \quad t=1, 2, \dots, T$$

$$(4) \quad \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{i=1}^I \nu_i^t X_{ij}^t + \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1}} \leq 1, \quad j=1, 2, \dots, n; \quad t=1, 2, \dots, T$$

$$\mu_r^t, \gamma_b^t, \varepsilon_q^0, \varepsilon_q^t, \beta_a^t, \beta_a^0, \omega_h^t, \tau_g^0, \tau_g^t, \zeta_f^0, \zeta_f^t, \eta_d^t, \nu_i^t \geq 0; \quad t=1, 2, \dots, T$$

تابع هدف حداکثرسازی مجموع موزون خروجی‌های سیستم به مجموع موزون ورودی‌های آن است. با توجه به اینکه علاوه بر خروجی‌ها و ورودی‌های محض مختص هر دوره، خروجی‌های دوره آخر (T) و ورودی‌های دوره اول نیز خروجی و ورودی کل ساختار هستند، بنابراین در تابع هدف آورده شدند. محدودیت (۱) اجازه نمی‌دهد کارایی شبکه‌ای پویای هیچ واحدی از ۱ بیشتر شود و بیانگر n محدودیت به ازای هر واحد است. محدودیت (۲) که مرتبط با مرحله ۱ هر دوره است اجازه نمی‌دهد وزن‌های بهینه به گونه‌ای به دست آید که کارایی



مرحله اول هیچ واحدی در هیچ دوره‌ای از یک بیشتر نشود و نماینده $n \times T$ محدودیت است که باز شده آن به این صورت است. n محدودیت مرتبط با مرحله اول دوره ۱:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^1 L_{d1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^1 C_{f1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^1 S_{a1} + \sum_{h=1}^H \omega_h^1 Z_{h1}}{\sum_{i=1}^I v_i^1 X_{i1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{g1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{f1}} \leq 1$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^1 L_{d2} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^1 C_{f2} + \sum_{a=1}^A \beta_a^1 S_{a2} + \sum_{h=1}^H \omega_h^1 Z_{h2}}{\sum_{i=1}^I v_i^1 X_{i2} + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{g2} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{f2}} \leq 1$$

...

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^1 L_{dn} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^1 C_{fn} + \sum_{a=1}^A \beta_a^1 S_{an} + \sum_{h=1}^H \omega_h^1 Z_{hn}}{\sum_{i=1}^I v_i^1 X_{in} + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{gn} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fn}} \leq 1$$

n محدودیت مربوط به مرحله اول دوره دوم:

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^2 L_{d1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^2 C_{f1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^2 S_{a1} + \sum_{h=1}^H \omega_h^2 Z_{h1}}{\sum_{i=1}^I v_i^2 X_{i1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^1 M_{g1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^1 C_{f1}} \leq 1$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^2 L_{d2} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^2 C_{f2} + \sum_{a=1}^A \beta_a^2 S_{a2} + \sum_{h=1}^H \omega_h^2 Z_{h2}}{\sum_{i=1}^I v_i^2 X_{i2} + \sum_{g=1}^G \tau_g^1 M_{g2} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^1 C_{f2}} \leq 1$$

...

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^2 L_{dn} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^2 C_{fn} + \sum_{a=1}^A \beta_a^2 S_{an} + \sum_{h=1}^H \omega_h^2 Z_{hn}}{\sum_{i=1}^I v_i^2 X_{in} + \sum_{g=1}^G \tau_g^1 M_{gn} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^1 C_{fn}} \leq 1$$

و به همین ترتیب محدودیت‌های مربوط به دوره سوم تا دوره آخر (T) را برای n واحد می‌توان نوشت. محدودیت (۳) مربوط به مرحله دوم هر واحد در هر دوره است که نماینده $n \times T$ محدودیت است و می‌توان آن را همانند محدودیت (۲) بسط داد. محدودیت (۴) بیانگر این است



که در هیچ دوره‌ای نباید نسبت خروجی‌های موزون آن دوره به نسبت ورودی‌های موزون آن برای هیچ واحدی از یک بیشتر باشد و نماینده $n \times T$ محدودیت است. با حل مدل (۱) و با استفاده از وزن‌های بهینه بدست آمده، کارایی شبکه‌ای پویای کل واحد 0 از رابطه (۱) بدست می‌آید:

کارایی هر دوره مطابق رابطه ۲ محاسبه می‌شود:

$$\frac{\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{go}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t}{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I v_i^t X_{io}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bo}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{go}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t} \\ \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{go}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t}{\sum_{i=1}^I v_i^t X_{io}^t + \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bo}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fo}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{go}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{ao}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qo}^{t-1}}$$

کارایی مرحله اول هر دوره (رابطه ۳):

$$\frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{ho}^t}{\sum_{i=1}^I v_i^t X_{io}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{go}^{t-1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fo}^{t-1}}$$

کارایی مرحله دوم هر دوره (رابطه ۴):

$$\frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{go}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t}{\sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bo}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{ho}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{ao}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qo}^{t-1}}$$

اگر مدل (۱) دارای جواب بهینه چندگانه باشد، مشخص نیست که از کدام وزن‌ها باید برای محاسبه کارایی‌ها در رابطه (۱) تا (۴) استفاده کرد. در این صورت با توجه به اینکه دوره آخر (دوره T) دارای اولویت می‌باشد از مدل (۲) جهت محاسبه کارایی دوره T استفاده می‌شود. E^* مقدار بهینه تابع هدف مدل (۱) می‌باشد.



$$\text{Max} \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^T Y_{ro}^T + \sum_{d=1}^D \eta_d^T L_{do}^T + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fo}^T + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{ao}^T + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{go}^T + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qo}^T}{\sum_{i=1}^I v_i^T X_{io}^T + \sum_{b=1}^B \gamma_b^T E_{bo}^T + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{T-1} C_{fo}^{T-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{T-1} M_{go}^{T-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{T-1} S_{ao}^{T-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{T-1} K_{qo}^{T-1}} \quad \text{مدل (۲)}$$

s.t.

$$(1) \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{go}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t}{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I v_i^t X_{io}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bo}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fo}^0 + \sum_{t=1}^T \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{go}^0 + \sum_{t=1}^T \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{ao}^0 + \sum_{t=1}^T \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qo}^0} = E^*$$

$$(2) \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fj}^0 + \sum_{t=1}^T \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{gj}^0 + \sum_{t=1}^T \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{aj}^0 + \sum_{t=1}^T \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qj}^0} \leq 1 \quad j=1, \dots, n$$

$$(3) \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t}{\sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1}} \leq 1 \quad j=1, 2, \dots, n ; t=1, 2, \dots, T$$

$$(4) \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1}} \leq 1 \quad j=1, 2, \dots, n ; t=1, 2, \dots, T$$

$$(5) \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1}} \leq 1, j=1, 2, \dots, n; t=1, 2, \dots, T$$

$$\mu_r^t, \gamma_b^t, \varepsilon_q^0, \varepsilon_q^t, \beta_a^t, \beta_a^0, \omega_h^t, \tau_g^0, \tau_g^t, \zeta_f^t, \zeta_f^0, \eta_d^t, v_i^t \geq 0 ; t=1, 2, \dots, T$$

مدل (۲) با حفظ کارایی کل در سطح بهینه بدست آمده از مدل (۱) (محدودیت ۱)، از بین وزن‌های چندگانه، اوزانی را انتخاب می‌کند که کارایی دوره T را حداکثر کند. با استفاده از وزن‌های بهینه حاصل از آن و رابطه (۳) و (۴) کارایی مرحله اول و دوم دوره T بدست می‌آید. در گام بعدی با استفاده از مدل (۳) کارایی و اوزان دوره T-۱ محاسبه می‌شود.



$$\text{Max} \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^T Y_{ro}^{T-1} + \sum_{d=1}^D \eta_d^T L_{do}^{T-1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fo}^{T-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{ao}^{T-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{go}^{T-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qo}^{T-1}}{\sum_{i=1}^I \nu_i^T X_{io}^{T-1} + \sum_{b=1}^B \gamma_b^T E_{bo}^{T-1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fo}^{T-2} + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{go}^{T-2} + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{ao}^{T-2} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qo}^{T-2}}$$

(۳) مدل

s.t.

$$(1) \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^T Y_{ro}^T + \sum_{d=1}^D \eta_d^T L_{do}^T + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fo}^T + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{ao}^T + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{go}^T + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qo}^T}{\sum_{i=1}^I \nu_i^T X_{io}^T + \sum_{b=1}^B \gamma_b^T E_{bo}^T + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fo}^{T-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{go}^{T-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{ao}^{T-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qo}^{T-1}} = E^{T^*}$$

$$(2) \frac{\sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^I \mu_r^T Y_{ri}^t + \sum_{d=1}^D \sum_{i=1}^I \eta_d^T L_{di}^t + \sum_{f=1}^F \sum_{i=1}^I \zeta_f^T C_{fi}^t + \sum_{a=1}^A \sum_{i=1}^I \beta_a^T S_{ai}^t + \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^I \tau_g^T M_{gi}^t + \sum_{q=1}^Q \sum_{i=1}^I \varepsilon_q^T K_{qi}^t}{\sum_{i=1}^I \sum_{i=1}^I \nu_i^T X_{ii}^t + \sum_{b=1}^B \sum_{i=1}^I \gamma_b^T E_{bi}^t + \sum_{f=1}^F \sum_{i=1}^I \zeta_f^T C_{fi}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^I \tau_g^T M_{gi}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \sum_{i=1}^I \beta_a^T S_{ai}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \sum_{i=1}^I \varepsilon_q^T K_{qi}^{t-1}} = E^*$$

$$(3) \frac{\sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^I \mu_r^T Y_{ri}^t + \sum_{d=1}^D \sum_{i=1}^I \eta_d^T L_{di}^t + \sum_{f=1}^F \sum_{i=1}^I \zeta_f^T C_{fi}^t + \sum_{a=1}^A \sum_{i=1}^I \beta_a^T S_{ai}^t + \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^I \tau_g^T M_{gi}^t + \sum_{q=1}^Q \sum_{i=1}^I \varepsilon_q^T K_{qi}^t}{\sum_{i=1}^I \sum_{i=1}^I \nu_i^T X_{ij}^t + \sum_{b=1}^B \sum_{i=1}^I \gamma_b^T E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \sum_{i=1}^I \zeta_f^T C_{fj}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^I \tau_g^T M_{gj}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \sum_{i=1}^I \beta_a^T S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \sum_{i=1}^I \varepsilon_q^T K_{qj}^{t-1}} \leq 1 \quad j=1, \dots, n$$

$$(4) \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t}{\sum_{i=1}^I \nu_i^t X_{ij}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1}} \leq 1 \quad j=1, 2, \dots, n ; t=1, 2, \dots, T$$

$$(5) \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1}} \leq 1 \quad j=1, 2, \dots, n ; t=1, 2, \dots, T$$

$$(6) \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{i=1}^I \nu_i^t X_{ij}^t + \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1}} \leq 1, j=1, 2, \dots, n; t=1, 2, \dots, T$$

$$\mu_r^t, \gamma_b^t, \varepsilon_q^t, \varepsilon_q^0, \beta_a^t, \beta_a^0, \omega_h^t, \tau_g^t, \tau_g^0, \zeta_f^t, \zeta_f^0, \eta_d^t, \nu_i^t \geq 0 ; t=1, 2, \dots, T$$



به همین ترتیب کارایی سایر دوره‌ها تا دوره (۱) را می‌توان بدست آورد. مدل تعیین کارایی دوره ۱ (مدل ۴):

$$\text{Max} \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^1 Y_{ro}^1 + \sum_{d=1}^D \eta_d^1 L_{do}^1 + \sum_{f=1}^F \zeta_f^1 C_{fo}^1 + \sum_{a=1}^A \beta_a^1 S_{ao}^1 + \sum_{g=1}^G \tau_g^1 M_{go}^1 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^1 K_{qo}^1}{\sum_{i=1}^I v_i^1 X_{io}^1 + \sum_{b=1}^B \gamma_b^1 E_{bo}^1 + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fo}^0 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{go}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{ao}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qo}^0} \quad \text{مدل (۴)}$$

s.t.

$$(1) \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{go}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t}{\sum_{i=1}^I v_i^t X_{io}^t + \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bo}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fo}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{go}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{ao}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qo}^{t-1}} = E^t, \quad t = 2, 3, \dots, T-1, T$$

$$(2) \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^T Y_{ro}^T + \sum_{d=1}^D \eta_d^T L_{do}^T + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fo}^T + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{ao}^T + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{go}^T + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qo}^T}{\sum_{i=1}^I v_i^T X_{io}^T + \sum_{b=1}^B \gamma_b^T E_{bo}^T + \sum_{f=1}^F \zeta_f^1 C_{fo}^1 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{go}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{ao}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qo}^0} = E^*$$

$$(3) \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fj}^0 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{gj}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{aj}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qj}^0} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n$$

$$(4) \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t}{\sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$(5) \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$(6) \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t}{\sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$\mu_r^t, \gamma_b^t, \varepsilon_q^0, \varepsilon_q^t, \beta_a^0, \beta_a^t, \omega_h^t, \tau_g^0, \tau_g^t, \zeta_f^0, \zeta_f^t, \eta_d^t, v_i^t \geq 0; \quad t = 1, 2, \dots, T$$



مدل‌های ارائه شده کسری هستند که با تبدیلات چارنز-کوپر می‌توان آن‌ها را تبدیل به حالت خروجی محور و ورودی محور کرد. مدل (۵) بیانگر مدل خروجی محور برای مدل (۱) است:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I v_i^t X_{io}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bo}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fo}^0 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{go}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{ao}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qo}^0 \quad \text{مدل (۵)}$$

s.t.

$$(1) \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fo}^T + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{ao}^T + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{go}^T + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qo}^T = 1$$

$$(2) \left(\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fj}^0 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{gj}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{aj}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qj}^0 \right) - \left(\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fo}^T + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{ao}^T + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{go}^T + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qo}^T \right) \leq 0, j=1, \dots, n$$

$$(3) \left(\sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t \right) - \left(\sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t \right) \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n; t=1, 2, \dots, T$$

$$(4) \left(\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t \right) - \left(\sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1} \right) \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n; t=1, 2, \dots, T$$

$$(5) \left(\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t \right) - \left(\sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1} \right) \leq 0, j=1, \dots, n; t=1, \dots, T$$

$$\mu_r^t, \gamma_b^t, \varepsilon_q^0, \varepsilon_q^t, \beta_a^0, \beta_a^t, \omega_h^t, \tau_g^0, \tau_g^t, \zeta_f^0, \zeta_f^t, \eta_d^t, v_i^t \geq 0; t=1, 2, \dots, T$$



مدل (۶) حالت ورودی محور را برای واحد 0 نشان می دهد.

$$\text{Max} \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{go}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t \quad \text{مدل (۶)}$$

s.t.

$$(1) \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I v_i^t X_{io}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bo}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fo}^0 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{go}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{ao}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qo}^0 = 1$$

$$(2) \left(\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fj}^0 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{gj}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{aj}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qj}^0 \right) - \left(\sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{go}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t \right) \leq 0, j=1, \dots, n$$

$$(3) \left(\sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t \right) - \left(\sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t \right) \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n ; t=1, 2, \dots, T$$

$$(4) \left(\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t \right) - \left(\sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{hj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1} \right) \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n ; t=1, 2, \dots, T$$

$$(5) \left(\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{rj}^t + \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{dj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fj}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{aj}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{gj}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qj}^t \right) - \left(\sum_{i=1}^I v_i^t X_{ij}^t + \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bj}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1} \right) \leq 0, j=1, \dots, n; t=1, \dots, T$$

$$\mu_r^t, \gamma_b^t, \varepsilon_q^0, \varepsilon_q^t, \beta_a^0, \beta_a^t, \omega_h^t, \tau_g^0, \tau_g^t, \zeta_f^0, \zeta_f^t, \eta_d^t, v_i^t \geq 0 ; t=1, 2, \dots, T$$

مدل های بیان شده در شرایط بازده به مقیاس ثابت (CRS) هستند. در این شرایط فرض بر این است که اصل بی کرانی اشعه وجود دارد یعنی با افزایش ورودی ها به یک نسبت مشخص،



خروجی‌ها هم به همان نسبت افزایش پیدا می‌کنند. در کاربردهای مختلف لزوماً این اصل وجود ندارد. مدل خروجی‌محور شبکه‌ای پویا در شرایط بازده به مقیاس متغیر (VRS) به صورت مدل (۷) می‌شود:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^T \sum_{i=1}^I v_i' X_{io}' + \sum_{i=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b' E_{bo}' + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fo}^0 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{go}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{ao}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qo}^0 - \sum_{t=1}^T U_1' - \sum_{t=1}^T U_2' \quad \text{مدل (۷)}$$

s.t.

$$(1) \sum_{i=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r' Y_{ro}' + \sum_{i=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d' L_{do}' + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fo}^T + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{ao}^T + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{go}^T + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qo}^T = 1$$

$$(2) \left(\sum_{i=1}^T \sum_{i=1}^I v_i' X_{ij}' + \sum_{i=1}^T \sum_{b=1}^B \gamma_b' E_{bj}' + \sum_{f=1}^F \zeta_f^0 C_{fj}^0 + \sum_{g=1}^G \tau_g^0 M_{gj}^0 + \sum_{a=1}^A \beta_a^0 S_{aj}^0 + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^0 K_{qj}^0 \right) - \left(\sum_{i=1}^T \sum_{r=1}^R \mu_r' Y_{ro}' + \sum_{i=1}^T \sum_{d=1}^D \eta_d' L_{do}' + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fo}^T + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{ao}^T + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{go}^T + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qo}^T - \sum_{t=1}^T U_1' - \sum_{t=1}^T U_2' \right) \leq 0, j=1, \dots, n$$

$$(3) \left(\sum_{d=1}^D \eta_d' L_{dj}' + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fj}^T + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{aj}^T + \sum_{h=1}^H \omega_h' Z_{hj}' \right) - \left(\sum_{i=1}^I v_i' X_{ij}' + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{gj}^T + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fj}^T - U_1' \right) \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n; \quad t=1, 2, \dots, T$$

$$(4) \left(\sum_{i=1}^R \mu_i' Y_{ij}' + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{gj}^T + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qj}^T \right) - \left(\sum_{b=1}^B \gamma_b' E_{bj}' + \sum_{h=1}^H \omega_h' Z_{hj}' + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1} - U_2' \right) \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n; \quad t=1, 2, \dots, T$$

$$(5) \left(\sum_{i=1}^R \mu_i' Y_{ij}' + \sum_{d=1}^D \eta_d' L_{dj}' + \sum_{f=1}^F \zeta_f^T C_{fj}^T + \sum_{a=1}^A \beta_a^T S_{aj}^T + \sum_{g=1}^G \tau_g^T M_{gj}^T + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^T K_{qj}^T \right) - \left(\sum_{i=1}^I v_i' X_{ij}' + \sum_{b=1}^B \gamma_b' E_{bj}' + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fj}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{gj}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{aj}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qj}^{t-1} - U_1' - U_2' \right) \leq 0, j=1, \dots, n; t=1, \dots, T$$

$$\mu_i', \gamma_b', \varepsilon_q^0, \varepsilon_q^t, \beta_a^0, \beta_a^t, \omega_h', \tau_g^0, \tau_g^t, \zeta_f^0, \zeta_f^t, \eta_d', v_i' \geq 0, U_1', U_2' \text{ free}, t=1, 2, \dots, T$$



تابع هدف حداقل‌سازی مجموع موزون ورودی‌هاست که عکس کارایی کل را نشان می‌دهد و با وزن‌های بهینه، کارایی مراحل و دوره‌ها برابر است با:

$$E^t = \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{go}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t}{\sum_{i=1}^I \nu_i^t X_{io}^t + \sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bo}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fo}^{t-1} + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{go}^{t-1} + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{ao}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qo}^{t-1} - U_1^{t*} - U_2^{t*}}$$

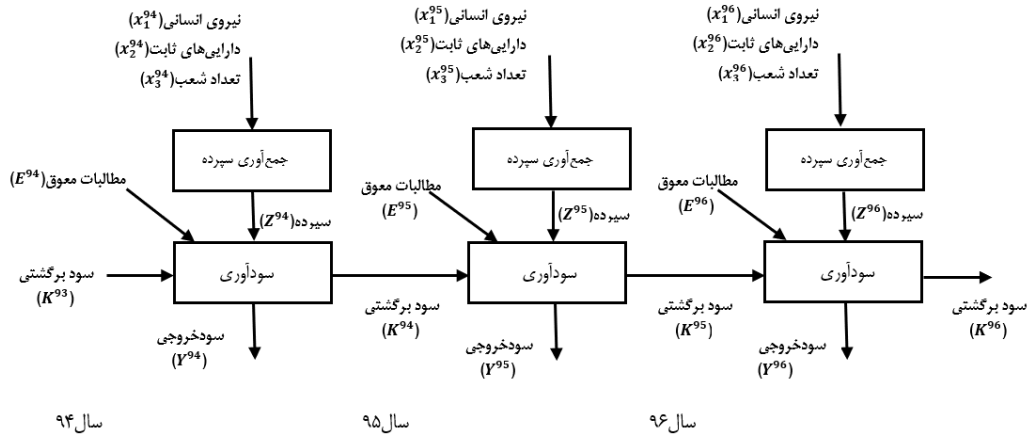
$$E_1^t = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d^t L_{do}^t + \sum_{f=1}^F \zeta_f^t C_{fo}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^t S_{ao}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{ho}^t}{\sum_{i=1}^I \nu_i^t X_{io}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^{t-1} M_{go}^{t-1} + \sum_{f=1}^F \zeta_f^{t-1} C_{fo}^{t-1} - U_1^{t*}}$$

$$E_2^t = \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r^t Y_{ro}^t + \sum_{g=1}^G \tau_g^t M_{ro}^t + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^t K_{qo}^t}{\sum_{b=1}^B \gamma_b^t E_{bo}^t + \sum_{h=1}^H \omega_h^t Z_{ho}^t + \sum_{a=1}^A \beta_a^{t-1} S_{ao}^{t-1} + \sum_{q=1}^Q \varepsilon_q^{t-1} K_{qo}^{t-1} - U_2^{t*}}$$

به همین ترتیب می‌توان مدل ورودی‌محور تحت شرایط VRS و نحوه محاسبه کارایی‌ها را نوشت. همچنین برای حالت جواب بهینه چندگانه هم می‌توان همانند شرایط CRS برای هر دوره مدل مجزایی نوشت که به دلیل مشابه بودن از بیان آن‌ها خودداری می‌شود. در همه این مدل‌ها تنها در صورتی واحدی کارا می‌شود که در همه دوره‌ها و مراحل کارا باشد.

۵- مطالعه کاربردی

از مدل‌های ارائه‌شده برای ارزیابی مدیریت‌های استانی شعب بانک کشاورزی استفاده شد. برای بانک در هر دوره زمانی با توجه به ادبیات تحقیق می‌توان دو مرحله جمع‌آوری سپرده و سودآوری را در نظر گرفت [۴۸، ۴۷، ۴۶، ۴۳]. شکل ۲، ساختار دویخشی دوره‌ای بانک را با در نظر گرفتن خروجی نامطلوب (مطالبات معوق) به عنوان ورودی، برای مدیریت استانی شعب با نماد ریاضی هر یک از متغیرهای آن برای سه سال متوالی نشان می‌دهد.



شکل ۲. ساختار شبکه‌ای پویا مدیریت استانی شعب بانک

داده‌های مورد نیاز مدیریت‌های استانی بانک کشاورزی با مراجعه حضوری به مدیریت مرکزی بانک در تهران بدست آمد و با توجه به ناقص بودن برخی داده‌ها در نهایت ۲۲ مدیریت استانی مورد ارزیابی قرار گرفت. جدول (۲) نتایج تحلیل داده‌ها را با مدل (۵) و در شرایط CRS با کدنویسی آن در نرم‌افزار LINGO نشان می‌دهد.

جدول ۲. نتایج تحلیل داده‌ها (شرایط CRS)

واحد	سال ۹۴			سال ۹۵			سال ۹۶			E کل
	E _{۱۹۴}	E _{۲۹۴}	E _{۳۹۴}	E _{۱۹۵}	E _{۲۹۵}	E _{۳۹۵}	E _{۱۹۶}	E _{۲۹۶}	E _{۳۹۶}	
۱	۰/۶۰۲	۱	۰/۷۹۳	۰/۷۱۴	۱	۰/۵۰۵	۰/۷۹۳	۱	۰/۹۹۷	
۲	۰/۳۳۲	۰/۸۷۷	۰/۸۶۷	۰/۷۳۳	۰/۸۱۹	۰/۳۴۱	۰/۸۶۷	۰/۸۷۷	۰/۷۵۴	
۳	۰/۳۰۱	۰/۴۹۲	۰/۴۸۷	۰/۶۸۳	۰/۸۵۹	۰/۳۱۱	۰/۴۸۷	۰/۴۹۲	۰/۴۵۸	
۴	۰/۴۲۷	۰/۶۹۲	۰/۵۳۵	۰/۳۲۴	۰/۴۳۲	۰/۳۸۹	۰/۵۳۵	۰/۶۹۲	۰/۵۳۵	
۵	۱	۱	۱	۰/۲۶۳	۰/۲۶۳	۱	۱	۱	۰/۹۹۷	
۶	۰/۳۴۶	۰/۸۲۴	۰/۸۲۴	۰/۱۰۸	۰/۱۹۴	۰/۴۱۱	۰/۸۲۴	۰/۸۲۴	۰/۸۲۳	
۷	۰/۶۵۹	۱	۰/۹۰۵	۰/۸۸۶	۱	۰/۴۸۷	۰/۹۰۵	۱	۰/۹۰۳	
۸	۰/۴۶۱	۱	۰/۷۳۳	۰/۹۰۹	۱	۰/۴۱۸	۰/۷۳۳	۱	۰/۹۹۹	
۹	۰/۴۱۰	۰/۷۴۲	۰/۷۴۱	۰/۲۴۲	۰/۱۸۸	۰/۳۹۱	۰/۷۴۱	۰/۷۴۲	۰/۷۴۰	
۱۰	۰/۶۱۰	۰/۷۸۹	۰/۷۸۹	۰/۲۳۷	۰/۳۷۶	۰/۳۸۵	۰/۷۸۹	۰/۷۸۹	۰/۷۸۷	
۱۱	۰/۴۱۴	۰/۶۱۹	۰/۶۱۹	۰/۴۷۷	۰/۷۰۱	۰/۳۶۴	۰/۶۱۹	۰/۶۱۹	۰/۶۱۷	
۱۲	۰/۴۷۳	۱	۰/۹۸۵	۰/۶۴۳	۰/۶۹۹	۰/۴۰۱	۰/۹۸۵	۱	۰/۸۰۳	



واحد	سال ۹۴			سال ۹۵			سال ۹۶			E کل
	E۱۹۴	E۲۹۴	E۹۴	E۱۹۵	E۲۹۵	E۹۵	E۱۹۶	E۲۹۶	E۹۶	
۱۳	۰/۳۷۱	۰/۷۹۶	۰/۷۹۵	۰/۴۴۸	۰/۸۳۹	۰/۶۸۵	۰/۴۱۲	۰/۶۰۳	۰/۴۱۲	۰/۶۷۸
۱۴	۰/۳۴۸	۰/۷۸۵	۰/۷۸۶	۰/۳۲۴	۰/۷۲۲	۰/۶۰۱	۰/۳۸۳	۰/۵۸۵	۰/۳۸۳	۰/۷۸۴
۱۵	۰/۳۸۷	۰/۳۴۳	۰/۲۵۲	۰/۳۱۹	۰/۶۶۰	۰/۴۴۵	۱	۱	۱	۰/۷۲۱
۱۶	۰/۲۸۷	۰/۱۹۷	۰/۲۰۶	۰/۲۴۵	۰/۴۱۲	۰/۲۵۵	۰/۳۸۸	۰/۵۹۷	۰/۳۸۸	۰/۳۸۶
۱۷	۰/۵۵۱	۰/۸۵۳	۰/۸۱۴	۰/۶۳۴	۰/۸۱۰	۰/۶۶۴	۰/۴۶۱	۰/۶۵۴	۰/۴۶۱	۰/۶۹۲
۱۸	۰/۵۱۷	۰/۷۳۱	۰/۷۳۰	۰/۵۱۱	۰/۵۷۷	۰/۳۸۵	۰/۲۰۵	۰/۳۱۰	۰/۲۰۵	۰/۷۲۹
۱۹	۰/۶۳۷	۰/۶۲۲	۰/۶۲۲	۰/۴۱۸	۰/۴۸۷	۰/۳۷۴	۰/۲۲۰	۰/۳۵۱	۰/۲۲۰	۰/۶۲۱
۲۰	۰/۴۱۷	۰/۶۷۱	۰/۶۷۱	۰/۳۳۹	۰/۶۸۵	۰/۵۰۰	۰/۲۹۹	۰/۵۱۱	۰/۲۹۹	۰/۶۷۰
۲۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰/۵۵۰	۰/۷۹۴	۰/۵۵۰	۰/۹۹۹
۲۲	۰/۴۴۰	۱	۱	۰/۸۱۸	۱	۰/۷۹۴	۱	۱	۱	۰/۹۳۰

ستون دوم، سوم و چهارم کارایی شبکه‌ای پویای مرحله اول، مرحله دوم و کل سال ۹۴ را نشان می‌دهد. به همین ترتیب سه ستون بعدی برای سال ۹۵ و سه ستون بعدی کارایی‌های سال ۹۶ را نشان می‌دهند. ستون آخر کارایی شبکه‌ای پویا کل این سه سال از ۹۴ تا ۹۶ را برای هر بانک نشان می‌دهد. جدول (۲) نتایج کارایی را برای شریط بازده به مقیاس ثابت نشان می‌دهد. برای کاربردهایی مانند بانک عمدتاً نمی‌توان وجود اصل بی‌کرانی اشعه را پذیرفت و بنابراین بهتر است از مدل‌های با شرایط بازده به مقیاس متغیر استفاده کرد. جدول (۳) نتایج تحلیل داده‌ها با مدل (۷) و در شرایط بازده به مقیاس متغیر را نشان می‌دهد.

جدول ۳. نتایج تحلیل داده‌ها (شرایط VRS)

واحد	سال ۹۴			سال ۹۵			سال ۹۶			E کل
	E۱۹۴	E۲۹۴	E۹۴	E۱۹۵	E۲۹۵	E۹۵	E۱۹۶	E۲۹۶	E۹۶	
۱	۰/۷۱۱	۱	۰/۸۹۹	۰/۵۲۸	۱	۰/۷۵۳	۰/۸۴۳	۱	۰/۹۹۹	۰/۹۹۷
۲	۰/۴۴۵	۰/۹۷۰	۰/۹۶۸	۰/۵۰۹	۰/۹۳۱	۰/۸۹۶	۰/۷۷۲	۱	۰/۷۷۲	۰/۹۰۳
۳	۰/۳۰۸	۰/۵۲۲	۰/۴۸۹	۰/۳۹۵	۱	۰/۷۸۷	۰/۴۸۱	۰/۵۲۰	۰/۴۸۱	۰/۴۸۱
۴	۰/۵۱۱	۰/۸۷۲	۰/۶۴۸	۰/۵۷۸	۰/۶۵۱	۰/۵۶۴	۰/۷۶۸	۰/۸۶۶	۰/۷۶۸	۰/۶۵۳
۵	۱	۱	۱	۱	۰/۲۸۵	۰/۲۸۵	۰/۱۷۹	۰/۱۷۹	۰/۱۷۹	۰/۹۹۸
۶	۰/۴۰۶	۰/۸۹۱	۰/۸۹۱	۰/۵۱۵	۰/۶۰۸	۰/۳۳۳	۰/۳۶۸	۰/۵۲۸	۰/۳۶۸	۰/۸۹۰
۷	۰/۷۶۱	۱	۰/۹۹۹	۰/۵۶۴	۱	۰/۹۴۸	۰/۸۴۷	۱	۰/۸۴۷	۰/۹۹۷
۸	۰/۵۳۶	۱	۰/۸۷۴	۰/۵۱۵	۱	۰/۹۷۸	۰/۹۹۹	۱	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
۹	۰/۴۳۶	۱	۰/۹۹۹	۰/۴۳۳	۱	۰/۸۷۸	۰/۷۵۹	۱	۰/۷۵۹	۰/۹۹۹
۱۰	۰/۷۰۱	۰/۸۶۳	۰/۸۶۳	۰/۵۰۵	۰/۵۱۹	۰/۳۵۰	۰/۱۶۷	۰/۲۵۸	۰/۱۶۷	۰/۸۶۱
۱۱	۰/۶۲۳	۰/۸۲۳	۰/۸۲۳	۰/۴۷۸	۰/۷۲۷	۰/۵۰۵	۰/۴۷۰	۰/۶۷۵	۰/۴۷۰	۰/۸۱۹



واحد	سال ۹۴			سال ۹۵			سال ۹۶			E کل
	E۱۹۴	E۲۹۴	E۹۴	E۱۹۵	E۲۹۵	E۹۵	E۱۹۶	E۲۹۶	E۹۶	
۱۲	۰/۶۵۲	۱	۰/۹۹۹	۰/۴۱۲	۰/۸۵۶	۰/۸۵۶	۰/۲۵۵	۰/۹۸۹	۰/۷۵۱	۰/۸۹۱
۱۳	۰/۴۰۴	۰/۸۹۴	۰/۸۹۰	۰/۶۷۹	۰/۹۳۵	۰/۹۳۴	۰/۴۱۳	۰/۸۱۲	۰/۵۵۲	۰/۹۱۷
۱۴	۰/۳۷۵	۰/۸۳۶	۰/۷۸۹	۰/۳۳۰	۰/۸۰۹	۰/۶۲۹	۰/۲۹۰	۰/۸۰۰	۰/۶۲۲	۰/۷۸۹
۱۵	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱۶	۰/۲۹۷	۰/۳۱۸	۰/۲۲۵	۰/۳۶۱	۰/۶۴۱	۰/۴۹۲	۰/۳۸۶	۰/۶۱۸	۰/۵۸۶	۰/۵۸۵
۱۷	۰/۷۶۱	۱	۰/۹۹۰	۰/۸۱۱	۱	۰/۹۹۸	۰/۶۴۳	۱	۰/۹۹۷	۰/۹۹۶
۱۸	۰/۵۲۱	۰/۷۳۹	۰/۷۳۸	۰/۵۱۹	۰/۵۹۱	۰/۳۹۷	۰/۵۲۷	۰/۳۵۶	۰/۲۵۴	۰/۷۳۸
۱۹	۰/۸۴۰	۱	۰/۸۸۹	۰/۵۹۲	۰/۵۹۱	۰/۵۰۹	۰/۵۲۸	۰/۳۹۸	۰/۳۰۸	۰/۷۷۹
۲۰	۰/۵۸۹	۰/۷۱۰	۰/۷۱۰	۰/۳۴۵	۰/۷۲۳	۰/۵۸۱	۰/۳۰۶	۰/۶۶۰	۰/۴۳۷	۰/۶۷۹
۲۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۲۲	۰/۵۵۸	۱	۰/۸۵۲	۰/۶۸۵	۱	۰/۹۹۹	۰/۶۱۷	۱	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹

نتایج مدل‌های پژوهش نمرات کارایی به تفکیک هر مرحله و دوره می‌باشد، بنابراین منبع عدم کارایی هر بانک مشخص است. برای مثال بانک ۱ در مرحله دوم هر سال کارا و در مرحله اول هر سال ناکارا است. بنابراین برای این بانک ضعفش مشخص است و این بانک باید تمرکز خود را روی مرحله جمع‌آوری سپرده بگذارد. از آنجایی که مرحله اول خروجی مازاد ندارد و خروجی‌های هر دوره و کل ساختار را مرحله دوم تشکیل می‌دهد، بنابراین این مرحله در تعیین کارایی دوره‌ها و کل نقش مهم‌تری دارد و نمرات کارایی به کارایی این مرحله نزدیک‌تر است. در صورت حل با رویکرد ورودی‌محور با توجه به اینکه ورودی‌های هر دوره و کل را مرحله اول تشکیل می‌دهد، مرحله اول نقش بیشتری در تعیین نمرات کارایی دوره‌ها و کل ایفا می‌کند. جدول (۴) واحدهای کارا در هر مرحله و دوره را نشان می‌دهد.

جدول ۴. واحدهای کارا در شرایط CRS، VRS

شرایط	مرحله ۱۹۴	مرحله ۲۹۴	سال ۹۴	مرحله ۱۹۵	مرحله ۲۹۵	سال ۹۵	مرحله ۱۹۶	مرحله ۲۹۶	سال ۹۶	کل
شرایط CRS	۲۱.۵	۸.۷.۵.۱ ۲۲.۲۱.۱۲	۲۱.۵	۲۱.۵	۸.۷.۱ ۲۲.۲۱	۲۱	۵	۲۲.۱۵.۸.۱	-	-
شرایط VRS	۲۱.۱۵.۵	۱۵.۱۲.۹.۸.۷.۵.۱ ۲۲.۲۱.۱۹.۱۷	۲۱.۱۵.۵	۲۱	۹.۸.۷.۳.۱ ۲۲.۲۱.۱۷.۱۵	۲۱.۱۵	۵	۹.۸.۷.۲.۱.۱۵ ۲۲.۲۱.۱۷	۲۱.۱۵	۲۱.۱۵

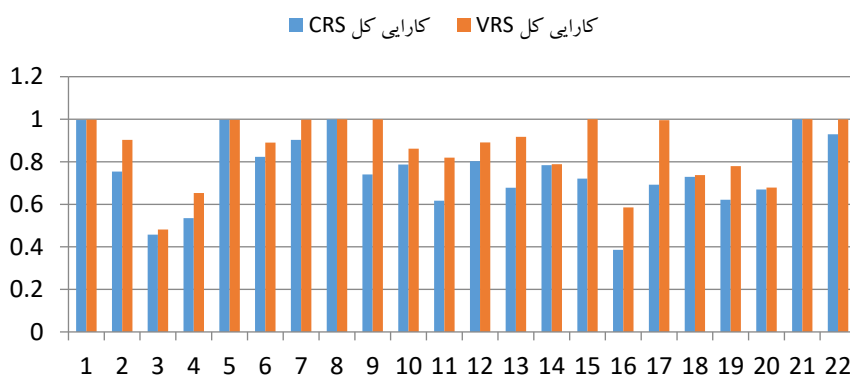
در شرایط VRS بانک‌های ۱۵ و ۲۱ کارای کل شدند و این دو بانک در همه مراحل و دوره‌ها کار هستند. در شرایط CRS هیچ بانکی در همه مراحل و دوره‌ها کارا نشد. بانک‌های ۲۱ و ۵



در سال ۹۴ کارا شدند و همانطور که مشخص است در هر دو مرحله این سال کارا هستند. در شرایط CRS هیچ بانکی در هر دو مرحله سال ۹۶ کارا نیست ولی بانک ۲۱ و ۱۵ در شرایط VRS در هر دو مرحله و دوره ۹۶ کارا هستند. به طور کلی بانک‌هایی که در شرایط CRS در هر مرحله یا دوره کارا هستند، در شرایط VRS نیز قطعاً کارا هستند. بانک‌های کارا در هر مرحله و دوره مرز کارایی آن مرحله و دوره را تشکیل می‌دهند و الگوی واحدهای ناکارا می‌باشند.

۶- نتیجه‌گیری

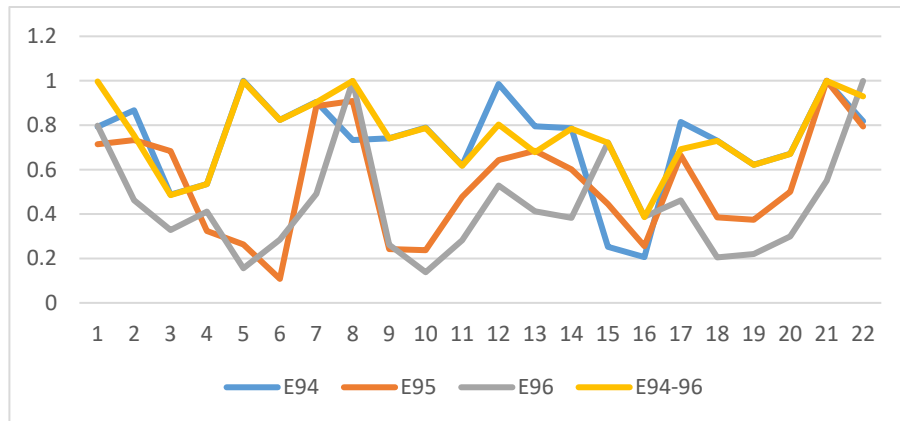
در این پژوهش با توجه به اینکه مدل‌های سنتی از ارزیابی دوره‌ای ساختارهای با بیش از یک مرحله ناتوان هستند و مدل‌های شبکه‌ای ایستا هستند یک مدل تحلیل پوششی داده‌های دومرحله‌ای پویای مضربی که قادر به محاسبه کارایی مراحل، دوره‌ها و کل باشد، توسعه داده شد. مدل برای یک ساختار دوبخشی پویا با در نظر گرفتن تمامی متغیرهای ممکن و در هر دو حالت ورودی و خروجی محور برای هر دو شرایط CRS و VRS بیان شد. نتایج مدل‌ها برای واحد تحت ارزیابی مقدار کارایی کل و اوزان متغیرها اعم از ورودی، خروجی، میانی و بین‌زمانی را می‌دهد که با استفاده از این وزن‌ها کارایی مراحل و دوره‌ها محاسبه می‌شود. از مدل‌های توسعه داده‌شده در یک مثال کاربردی جهت ارزیابی ۲۲ مدیریت استانی بانک کشاورزی طی سال‌های ۹۴-۹۶ استفاده شد. شکل ۳، مقادیر کارایی کل را برای دو شرایط CRS و VRS مقایسه می‌کند.



شکل ۳. کارایی شبکه‌ای پویای کل واحدها



با توجه به اینکه در شرایط VRS نسبت به CRS یک اصل از اصول پنج‌گانه DEA کم می‌شود، مجموعه امکان تولید (PPS) کوچکتر می‌شود و در نتیجه مقادیر کارایی بیشتر می‌شوند. در اینجا نیز نمرات کارایی نسبت به شرایط CRS بیشتر شده است. شکل ۴ نمودار کارایی هر سال و کل را برای واحدها نشان می‌دهد.



شکل ۴. کارایی شبکه‌ای پویایی کل و هر دوره واحدها

با توجه به نمودار ۴، در مجموع نمرات کارایی سال ۹۶ (با میانگین ۰/۴۴۵) از سال ۹۵ (با میانگین ۰/۵۴۲) و کارایی‌های سال ۹۵ از سال ۹۴ (با میانگین ۰/۷۲۶) کمتر است، این نشان می‌دهد که کارایی بانک‌ها رو به کاهش است و عملکرد هر سال نسبت به سال قبل بدتر شده است. مدل‌های ارائه‌شده بر خلاف مدل‌های سنتی که تنها به ارزیابی عملکرد می‌پردازند، منشاء عدم کارایی را برای هر واحد به تفکیک مراحل و دوره‌ها نشان می‌دهند. مزیت دیگر این مدل‌ها این است که از آن‌ها می‌توان برای ارزیابی عملکرد چندساله یک مدیر استفاده کرد. از آنجا که در مدل‌های شبکه‌ای و شبکه‌ای پویا ارتباط مدل مضربی و ثانویه آن مورد بحث و چالش است و مدل‌های توسعه داده‌شده مضربی هستند، پیشنهاد می‌شود در پژوهشی دیگر فرم پوششی آن‌ها مورد بررسی قرار گیرد و مقدار بهینه متغیرهای میانی و بین‌زمانی و مرز کارایی واحدها مشخص شود.



۷- منابع

- [۱] Nematizadeh, A., Amirteimoori, A., Kordrostami, S. & Vaez Ghasemi, M. (۲۰۲۱). Evaluating the profit efficiency of two-stage processes with undesirable outputs, *Modern Research in Decision Making*, ۶(۳), ۲۱۵-۲۳۷.
- [۲] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (۱۹۷۸), "Measuring the efficiency of decision-making units". *European Journal of Operational Research*, ۲, ۴۲۹-۴۴۴.
- [۳] Fang, L. (۲۰۲۰). Stage efficiency evaluation in a two-stage network data envelopment analysis model with weight priority, *Omega*, ۹۷(C).
- [۴] Fare, R., Grosskopf, S. (۱۹۹۷). Intertemporal Production Frontiers: With Dynamic DEA, *Journal of the Operational Research Society*, ۴۸(۶), ۶۵۶.
- [۵] Fare, R., & Grosskopf, S. (۲۰۰۰). Network DEA. *Socio-Economic Planning Sciences*, ۳۴, ۳۵-۴۹.
- [۶] Emrouznejad, A. & Yang, G. L. (۲۰۱۸). A survey and analysis of the first ۴۰ years of scholarly literature in DEA: ۱۹۷۸-۲۰۱۶. *Socio-Economic Planning Sciences*, ۶۱(۱), ۴-۸.
- [۷] Herrera, O., Triantis, K., Trianor, J., Murray, P., Edara, P. (۲۰۱۶). A multi-perspective dynamic network performance efficiency measurement of an evacuation: A dynamic network-DEA approach, *Omega*, ۶۰(C), ۴۵-۵۹.
- [۸] Nemoto, J., & Goto, M. (۱۹۹۹). Dynamic data envelopment analysis: Modeling intertemporal behavior of a firm in the presence of productive inefficiencies. *Economics Letters*, ۶۴(۱), ۵۱-۵۶.
- [۹] Nemoto, J., & Goto, M. (۲۰۰۳). Measurement of dynamic efficiency in production: An application of data envelopment analysis to Japanese electric utilities. *Journal of Productivity Analysis*, 19, ۱۹۱-۲۱۰.
- [۱۰] Mariz, F., Almeida, M., Aloise, D. (۲۰۱۷). A review of Dynamic Data Envelopment Analysis: state of the art and applications, *Intl. Trans. in Op. Res.*, ۲۵(۱), ۱-۳۷.
- [۱۱] Omid, A., Azar, A., Dehghan Nayeri, M. & Moghbel, A. (۲۰۲۱). Developing a network Data Envelopment Analysis approach to compare the environmental efficiency of active industries in Teran, *Management Research in Iran*, ۲۵(۳), ۱۹۳-۲۱۶.
- [۱۲] Kao, C., & Hwang, S. N. (۲۰۰۸). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, ۱۸۵(۱), ۴۱۸-۴۲۹.
- [۱۳] Chen, Y., Cook, W. D., Li, N., & Zhu, J. (۲۰۰۹). Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. *European Journal of Operational Research*, 196, ۱۱۷۰-۱۱۷۶.
- [۱۴] Chen, K., Zhu, J. (۲۰۱۸). Scale efficiency in two-stage network DEA, *Journal of the Operational Research Society*, ۷۰, ۱۰۱-۱۱۰, doi: ۱۰.۱۰۸۰/۰۱۶۰۵۶۸۲,۲۰۱۷,۱۴۲۱۸۵۰.
- [۱۵] Yin, P., Chu, J., Wu, J., Ding, j., Yang, M., Wang, y. (۲۰۲۰). A DEA-based two-stage network approach for hotel performance analysis: an internal cooperation perspective, *Omega*, ۹۳(C).
- [۱۶] Li, Y., Shi, X., Emrouznejad, A., Liang, L. (۲۰۲۰). Ranking intervals for two-stage production systems, *Journal of the Operational Research Society*, ۷۱:۲, ۲۰۹-۲۲۴,



DOI: 10.1080/01605682.2018.1535267.

- [۱۷] Zhang, Q., Koutmos, D., Chen, K., Zhu, J. (۲۰۱۹). Using Operational and Stock Analytics to Measure Airline Performance: A Network DEA Approach. *Decision Sciences*, ۵۲(۳), ۷۲۰-۷۴۸.
- [۱۸] Saeedi, H., Behdani, B., Wiegman, B., Zuidwijk, R. (۲۰۱۹). Assessing the technical efficiency of intermodal freight transport chains using a modified network DEA approach, *Transportation Research Part E logistic*, ۱۲۶, ۶۶-۸۶.
- [۱۹] Hatami-Marbini, A., Saati, S. (۲۰۲۰). Measuring performance with common weights: network DEA, *Neural Computing and Applications*, ۳۲, ۳۵۹۹-۳۶۱۷, <https://doi.org/10.1007/s00521-019-04219-4>.
- [۲۰] Boloori, F., Afsharian, M., Pourmahmoud, J. (۲۰۱۶). Equivalent multiplier and envelopment DEA models for measuring efficiency under general network structures, *Measurement*, ۸۰, ۲۵۹-۲۶۹.
- [۲۱] Zhai, D., Shang, J., Yang, F., Ang, S. (۲۰۱۹). Measuring Energy Supply Chains Efficiency with Emission Trading: A Two-stage Frontier-Shift Data Envelopment Analysis, *Journal of Cleaner Production*, ۲۱۰, ۱۴۶۲-۱۴۷۴, <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.10.350>.
- [۲۲] Patrizi, V. (۲۰۲۰). On network two stages variable returns to scale DEA models, *Omega*, ۹۷(C), ۱۰۲۰۸۴.
- [۲۳] FakhrMousavi, S.M., Amirteimoori, A., Kordrostami, S., Vaez-Ghasemi, M. (۲۰۲۲). Estimation of efficiency of two-stage processes using a fully fuzzy range-adjusted measure approach and strong complementary slackness conditions, *Modern Research in Decision Making*, ۷(۲), ۲۹-۵۱.
- [۲۴] Moreno, P. & Lozano, S. (۲۰۱۶). Super SBI Dynamic Network DEA approach to measuring efficiency in the provision of public services. *International Transactions In Operational Research*, ۲۵(۲), ۷۱۵-۷۳۵.
- [۲۵] Salari Boron, M. & Zandieh, M. (۲۰۱۶). Measuring the efficiency of internet shops using a multi stages DEA model, *Management Research in Iran*, ۲۰(۳), ۱۲۷-۱۵۱.
- [۲۶] Galagedera, D., Roshdi, I., Fukuyama, H., Zhu, J. (۲۰۱۸). A new network DEA model for mutual fund performance appraisal: An application to U.S. equity mutual funds, *Omega*, ۷۷(C), ۱۶۸-۱۷۹.
- [۲۷] Lozano, S., Khezri, S. (۲۰۱۹). Network DEA smallest improvement approach, *Omega*, ۹۸(C), doi: <https://doi.org/10.1016/j.omega.2019.102140>.
- [۲۸] Sengupta, J. K. (۱۹۹۵). Dynamics of Data Envelopment Analysis: Theory of systems Efficiency. London, *Kluwer Academic Publishers*, Dordrecht.
- [۲۹] Kao, C. (۲۰۱۳). Dynamic data envelopment analysis: A relational analysis. *European Journal of Operational Research*, ۲۲۷(۲), ۳۲۵-۳۳۰.
- [۳۰] Tone, k., & Tsutsui, M. (۲۰۱۰). Dynamic DEA: A slacks-based measure approach. *Omega*, ۳۸, (۳-۴), ۱۴۵-۱۵۶.
- [۳۱] Lu, C., Chen, X., Hsieh, C. L., Chou, K. (۲۰۱۹). Dynamic energy efficiency of slack-based measure in high-income economies, *Energy Science and Engineering*, ۷(۳), ۹۴۳-۹۶۱.



- [۳۲] Kiani, R. & Kiani, N. (۲۰۲۱). National eco-innovation analysis with big data: A common-weight model for dynamic DEA, *Technological Forecasting & Social Change*, ۱۶۲, ۱۲۰۳۶۹.
- [۳۳] Tone, T., & Tsutsui, M. (۲۰۱۴). Dynamic DEA with network structure: A slacks-based measure approach. *Omega*, ۴۲(۱), ۱۲۴-۱۳۱.
- [۳۴] Meng, M. & Pang T. (۲۰۲۲). Operational efficiency analysis of Chinas electric power industry using a dynamic network slack-based measure model, *Energy*, ۲۵۱(C).
- [۳۵] Tone, K., Kweh, Q. L., Lu, W., Ting, L. (۲۰۱۹). Modeling Investments in the Dynamic Network Performance of insurance Companies. *Omega*, ۸۸, ۲۳۷-۲۴۷.
- [۳۶] Wanke, P., Azad, M., Emrouznejad, A., Antunes, J. (۲۰۱۹). A dynamic network DEA model for accounting and financial indicators: A case of efficiency in Mena banking. *International Review of Economics and Finance*, ۶۱(C), ۵۲-۶۸.
- [۳۷] Barrio, M., Gomez, M., Gomez, J. & Herrero, L. (۲۰۲۱). Urban public libraries: Performance analysis using dynamic-network DEA, *Socio-Economic Planning Sciences*, ۷۴(C).
- [۳۸] Chen., C., M. (۲۰۰۹). A network-DEA model with new efficiency measures to incorporate the dynamic effect in production networks. *European Journal of Operational Research*, ۱۹۴(۳), ۶۸۷-۶۹۹.
- [۳۹] Barrio, M. & Herrero, L. (۲۰۲۲). Analysing productivity and technical change in museums: a dynamic network approach, *Journal of Cultural Heritage*, ۵۳, ۲۴-۳۴.
- [۴۰] Avkiran, N.K., (۲۰۱۵), "An illustration of dynamic network DEA in commercial banking including robustness tests", *Omega* ۵۵, ۱۴۱-۱۵۰.
- [۴۱] Liu, J., Pang, K., Li, L., Fu, C., Guo, J. (۲۰۱۱). Two-stage Evaluation Method of Dynamic Network DEA, *Advanced Materials Research*, ۲۰۴(۲), ۵۸۳-۵۸۸.
- [۴۲] Wu, Y., Ting, I., Lu, W., Nourani, M., Kweh, Q. (۲۰۱۶). The impact of earning management on the performance of ASEAN banks, *Economic Modelling*, ۵۳, ۱۵۶-۱۶۵.
- [۴۳] Fukuyama, H., & Weber, W.L. (۲۰۱۷). Japanese bank productivity, ۲۰۰۷-۲۰۱۲: A dynamic network approach. *Pacific Economic Review*, ۲۲(۴), ۶۴۹-۶۷۶.
- [۴۴] Zhou, X., Xu, Z., Chai, J., Yao, L., Wang, S., Lev, B. (۲۰۱۸). Efficiency evaluation for banking systems under uncertainty: A multi-stage DEA model, *Omega*, ۸۵, doi: ۱۰.۱۰۱۶/j.omega.۲۰۱۸.۰۵.۰۱۲.
- [۴۵] Lu, C., Chen, X., Lee, S., Hsu, S. & Chou, K. (۲۰۲۲). Two stages performance analysis of Taiwanese IC design industry: a dynamic network slacks-based data envelopment analysis approach, *International Journal of Technology Management*, ۸۹(۱-۲), ۹۳-۱۲۳.
- [۴۶] Fukuyama, H., & Matousek, R. (۲۰۱۷). Modelling Bank Performance: A Network DEA Approach, *European Journal of Operational Research*, ۲۵۹(۲), ۷۲۱-۷۳۲.
- [۴۷] Wang, K., Huang, W, Wu, J, Liu, YN. (۲۰۱۴). Efficiency measures of the Chinese commercial banking system using an additive two-stage DEA. *Omega*, ۴۴, ۵-۲۰.
- [۴۸] Zha, Y., Liang, N., Wu, M. & Bian, Y. (۲۰۱۶). Efficiency evaluation of banks in china: A dynamic two-stage slacks-based measure approach, *Omega*, ۶۰(C), ۶۰-۷۲, <http://dx.doi.org/۱۰.۱۰۱۶/j.omega.۲۰۱۴.۱۲.۰۰۸>.