پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری
دوره ۷، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۱، صص ۸۲-۱۰۲
نوع مقاله: پژوهشی

طراحی مدل ریاضی دو سطحی برای مسئله مکان‌یابی رقابتی با در نظر گرفتن تقاضای کشش‌پذیر

سمیه ملکی[۱]، اکبر عالم تبریز[۲*]، داود طالبی[۳]، علیرضا موتمنی[۴]

۱. دانشجوی دکتری، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران
۲. استاد ، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران
۳. استادیار، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران
۴. دانشیار، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۱۳ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۰۶

چکیده

انتخاب مکان با در نظر گرفتن رقابت در بازار، یک تصمیم راهبردی و بلندمدت محسوب می‌شود. چنانچه در گزینش مکان مناسب، بررسی‌های لازم صورت نگیرد حیات سازمان در بلندمدت تحت تاثیر قرار می‌گیرد. به‌دلیل وجود پیچیدگی‌های متعدد در مسائل مکانیابی، ارائه مدل‌های مکانیابی با محدودیت‌های متنوعی روبرو می‌شود. هدف این پژوهش، توسعه مدل مکانیابی رقابتی با در نظر گرفتن تقاضای کشش‌پذیر است. برای تحقق هدف، مسئله به‌صورت یک بازی مکان – قیمت تعریف و با استفاده از مدل ریاضی دو سطحی، مدل‌سازی شده است. سطح اول مدل، مکان بهینه را تعیین نموده و از سطح دوم مدل و کاربرد نتایج تعادل نش، قیمت تعادلی به‌دست می‌آید. در این پژوهش، رفتارمشتری به‌صورت احتمالی در نظر گرفته شده و با کمک تابع نمایی مدل‌سازی شده است. به‌دلیل NP- hard بودن مسائل مکانیابی از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مدل استفاده شده است. برای حل مدل، الگوریتم‌های جستجوی ممنوع و شبیه‌سازی تبرید توسعه داده شد و نتایج با کمک تحلیل‌های آماری با یکدیگر مقایسه گردید. نتایج نشان می‌دهد تغییر درآمد مصرف‌کنندگان و یا افزایش عرضه محصولات جانشین، در سودآوری شرکت تازه‌وارد تاثیر داشته و به‌تبع آن، بازی قیمت اهمیت بیشتری خواهد یافت.

کلیدواژه‌ها: بازی قیمت- مکان، تقاضای کشش‌پذیر، تعادل نش، رفتار احتمالی مشتری، مکانیابی تسهیلات رقابتی

---

* نویسنده مسئول مقاله E-mail: a-tabriz@sbu.ac.ir

۱- مقدمه

تصمیم‌گیری درباره مکان استقرار موسسه تولیدی یا خدماتی یکی از اساسی‌ترین تصمیمات سازمان‌ها محسوب می‌شود که می‌تواند در جهت‌گیری‌های استراتژیک، نقشی اساسی ایفا کند و سودآوری سازمان را در بلندمدت تحت تاثیر قرار دهد.[۱] یکی از اولین و مهم‌ترین مراحل در برنامه‌ریزی‌های بلندمدت سازمان، تعیین بهترین محل ارائه محصول یا خدمت است. متناسب با شرایط، مدل‌های مکانیابی متنوعی توسط پژوهشگران ارائه شده است.[۲] پژوهش‌های انجام گرفته در زمینه مکانیابی بسیار گسترده‌اند و کاربردهای عملی بسیار وسیعی در زمینه‌های مختلف دارند؛ به‌عنوان نمونه می‌توان به کاربرد مدل‌های مکانیابی در حوزه‌های متنوعی مانند تعیین محل استقرار یک کارخانه در شهر، محل استقرار مراکز توزیع محصول، تعیین محل یکی از تجهیزات کارخانه، مکانیابی بیمارستان‌ها، مکانیابی مراکز عرضه سوخت اشاره نمود.

هدف مدل‌های مکانیابی، یافتن مکان بهینه یک یا چند تسهیل، در بین تسهیلات موجود با در نظر گرفتن محدودیت‌هایی برای دست یافتن به اهداف مورد نظر سازمان است که ممکن است کاهش هزینه‌ها، افزایش سود و یا افزایش سطح پوشش باشد.[۱] موسسات تولیدی، همواره به دنبال افزایش سود و سهم بازار خود هستند؛ به‌همین منظور آنها سعی می‌کنند تا از طریق راه‌اندازی شعب جدید، گسترش فعالیت‌های واحدهای فعلی و یا افزایش تنوع کالاها و خدمات، تقاضای بیشتری را پوشش دهند. زمانی‌که یک موسسه تولیدی وارد بازار می‌شود با مسائل متنوعی مثل مکان مناسب شعب جدید، رقبای موجود، قیمت محصولات و ... روبرو می‌شود؛ به‌همین دلیل انتخاب بهینه مکان مناسب، شرایط رقابت و سهم بازار تسهیلات جدید را تحت تاثیر قرار می‌دهد.[۴]

تصمیم‌گیری درباره مکان با در نظر گرفتن موضوع رقابت در بازار، یک تصمیم راهبردی و بلندمدت محسوب می‌شود. مکان مناسب باید دارای ویژگی‌هایی باشد که در درازمدت بتواند برای سازمان سودآور باشد.[۳] ابهام و عدم قطعیت در اطلاعات دریافتی، شرایط تصمیم‌گیری در مورد انتخاب مکان تسهیلات جدید را پیچیده‌تر می‌سازد. هر چند که در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترهای مسئله باعث می‌شود مدل ارائه شده تصویر بهتری از واقعیت منعکس کند اما حل مدل را به مراتب دشوارتر می‌سازد. به همین دلیل در غالب پژوهش‌های صورت-گرفته با فرض‌های ساده‌سازی چون وجود تقاضای معین و ثابت و یا رفتار قطعی مشتری

مواجه می‌شویم. در این پژوهش، علاوه بر احتمالی در نظر گرفتن رفتار مشتری، تقاضا به-صورت کشش‌پذیر و تابعی از قیمت تعریف می‌شود.

ادامه مقاله بدین صورت تنظیم شده است: در بخش دوم ادبیات تحقیق بررسی می‌شود. تشریح مسئله و تبیین مدل ریاضی در بخش سوم ارائه می‌گردد. روش حل مدل ریاضی با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری و نتایج حاصل از حل مدل با استفاده از داده‌های مجازی در بخش چهارم بیان می‌شود و در نهایت، در بخش پنجم، نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی ارائه می‌گردد.

۲- مرور ادبیات

۱-۲-مبانی نظری پژوهش

مطالعات مکانیابی، استراتژی‌های تعیین مکان کارخانه، انبار، مراکز توزیع کالا و مراکز خدماتی مثل بیمارستان‌ها، ایستگاه‌های آتش نشانی و بانک‌ها را بررسی می‌کند. ساده‌ترین مسئله مکانیابی مسئله مطرح شده توسط وبر[۱] است که به‌دنبال تعیین مکان یک تسهیل با هدف حداقل کردن فاصله بین تسهیل و نقاط مشخص می‌باشد. مسئله‌های پیچیده‌تر با در نظر گرفتن محدودیت‌های مکان تسهیل یا تسهیلات جدید، تعیین مکان چند تسهیل و توجه به معیارهای متفاوت در بهینه‌سازی ارائه شدند. تقریبا از دهه ۱۹۸۰، با توجه به افزایش عدم قطعیت در هزینه‌های ساخت و راه‌اندازی، توزیع تقاضا و زمان سفر، تمرکز پژوهشگران از مسائل قطعی به سمت مطالعه مسائل مکانیابی تسهیلات رقابتی و مسائل احتمالی معطوف گردید. گروهی از مسائل مکانیابی که موضوع رقابت را بررسی می‌کنند تحت عنوان مسائل مکانیابی رقابتی شناخته می‌شوند.[۴]

از زمان نخستین مطالعه جدی صورت گرفته در مورد مسئله مکانیابی رقابتی که توسط هتلینگ[۲] در سال ۱۹۲۹ انجام شد تا کنون، پژوهش‌های حوزه مکانیابی رقابتی حجم وسیعی از تحقیقات دانش مکانیابی را به خود اختصاص داده‌اند. در بسیاری از پژوهش‌ها، مدل‌های مکانیابی رقابتی در دنیای واقعی به صورت عملی اجرا شده‌اند. این موارد شامل تعیین مکان هتل، فروشگاه لباس، پمپ بنزین و مرکز خرید می‌شوند.[۵]

مهم‌ترین شاخه از مسائل مکانیابی که در آن از نظریه بازی‌ها استفاده شده است، مکانیابی تسهیلات رقابتی است که در آن شرکت‌های رقیب به‌دنبال حداکثر نمودن سهم بازار خودشان هستند. موضوع اصلی در این شرایط انتخاب بهینه مکان یک یا چند تسهیل جدید در بازار

[۱] Weber
[۲] Hotelling

رقابتی است. با مدل کردن مسئله در قالب یک بازی می‌توان ضمن در نظر گرفتن مکان تسهیلات موجود و همچنین تصمیم درباره سازمان‌هایی که احتمالا در آینده وارد بازار می‌شوند، مکان تسهیل جدید را تعیین کرده و نقطه تعادلی را بر اساس مفاهیم تعادل نش برای کل مجوعه به‌دست آورد. در این حالت شرکت‌های رقیب تلاش می‌کنند تا با اتخاذ تصمیمات استراتژیک، مشتریان را به سمت خود جذب کنند.[۱]

پلاستریا[۶] مسائل مکانیابی رقابتی را بر اساس سه رویکرد رقابت، بازار و محیط تصمیم‌گیری تقسیم‌بندی نمود. با توجه به رویکرد نوع رقابت، مسائل به سه گروه رقابت ایستا[۱]، رقابت بر اساس پیش بینی [۲]و رقابت پویا[۳] تقسیم می‌شوند. تقسیم‌بندی بر اساس بازار به نوع تقاضا برمی‌گردد که شامل دو گروه تقاضای کشش‌پذیر و کشش‌ناپذیر است. فضای تصمیم‌گیری هم شامل موارد مختلفی مثل فضای گسسته، فضای پیوسته، تعداد تسهیلات و شکل توابع هدف می‌شود که ترکیب های متفاوتی از این موارد منجر به ساخت مدل‌های متفاوتی خواهدشد.[۵] علاوه براین، تمرکز بر متغیر راهبردی دیگری مانند قیمت، زمان انتظار و یا کیفیت در کنار متغیر مکان، منجر به ایجاد طیف‌های متنوعی از پژوهش‌ها و مدل‌های مکانیابی تسهیلات رقابتی شده است.

نخستین پژوهش در حوزه حل مسائل مکانیابی رقابتی که بر پایه مدل‌سازی ریاضی صورت-گرفته است به کار هتلینگ برمی‌گردد. او مسئله مکانیابی رقابتی را با در نظر گرفتن سه شرط، مدل‌سازی نمود:۱- توزیع مشتریان در طول یک خط اتفاق می‌افتد.۲- هر یک از تصمیم-گیرندگان می‌توانند مکان خود را در طول خط در هر زمانی جابجا کنند و ۳- مشتریان به نزدیک‌ترین مکان مراجعه می‌کنند.[۵] روش حل دو مرحله‌ای برای مدل در نظر گرفته شده است. متغیرهای تصمیم در مدل اولیه هتلینگ شامل مکان و قیمت است.[۴] در ادامه مطالعات و توسعه مدل اولیه هتلینگ، مکانیابی در فضای صفحه توسط سوزوکی و اکابه[۴]مدل‌سازی شد. وندل و مک‌کلوی[۵] فرض کردند که مشتریان در نقاط مشخصی از شبکه حضور دارند که این نقاط در گره‌ها قرار دارند، آنها این نقاط را نقاط تقاضا[۶] نامیدند.[۵]

در ادامه، به منظور ارائه خلاصه‌ای از مطالعات انجام شده، به بررسی مقالات منتشر شده در حوزه مکانیابی تسهیلات رقابتی با در نظر گرفتن یک متغیر راهبردی دیگر در کنار مکان،

---

۱ Static competition
۲ Competition with foresight
۳ Dynamic competition
۴ Okabe and Suzuki
۵ Wendell and McKelvey
۶ demand points

پرداخته شد. به‌دلیل وجود محدودیت تعداد صفحات، نتایج مقالات منتشر شده در بازه زمانی ۲۰۱۰ تا ۲۰۲۲ بررسی گردید. ویژگی‌های پژوهش‌های صورت گرفته در حوزه مسائل مکانیابی رقابتی با تمرکز بر شرایط تقاضا در جدول۱ نشان داده شده است. مطابق با اطلاعات جدول، در میان نوزده مقاله بررسی شده تنها در دو مقاله، تقاضا کشش‌پذیر تعریف شده است و در چهار مقاله رفتار مشتری به‌صورت احتمالی تعریف شده است. تنها در یک مقاله تقاضای کشش‌پذیر و رفتار احتمالی هر دو با هم در مدل لحاظ شده اند که در مقاله مورد بحث متغیر راهبردی، زمان انتظار است. هیچ یک از مقالات موجود در حوزه مسائل مکان-قیمت، رفتار احتمالی مشتری و تقاضای کشش‌پذیر را مدل‌سازی نکرده‌اند. در پژوهش پیش‌رو، علاوه بر احتمالی در نظر گرفتن رفتار مشتری، تقاضا به‌صورت کشش‌پذیر و تابعی از قیمت تعریف شده است.

جدول ۱. مسائل مکان‌یابی رقابتی

نویسنده	نوع بازی		تعداد رقبا		متغیر راهبردی				تقاضا			رفتار مشتری		روش حل
	ترتیبی	همزمان	دو	چند	قیمت	زمان انتظار	کیفیت	مقدار تولید	ثابت	متغیر با نرخ	کشش‌پذیر	قطعی	احتمالی	
[۷]		*	*		*				*				*	الگوریتم جستجوی ممنوع
[۸]		*	*		*						*	*		برنامه ریزی خطی
[۹]		*	*		*				*			*		برنامه ریزی خطی
[۱۰]		*	*		*				*			*		تعادل نش
[۱۱]		*	*		*				*			*		شاخه و حد(برای ابعاد کوچک مسئله) و الگوریتم ویزفیلد (برای ابعاد بزرگ مسئله)
[۱۲]		*	*	*	*				*			*		–
[۱۳]		*	*		*				*				*	الگوریتم جستجوی ممنوع
[۱۴]	*		*		*				*			*		تعادل استکلبرگ
[۱۵]	*		*			*					*		*	الگوریتم جستجوی ممنوع
[۱۶]		*	*			*				*		*		الگوریتم فراابتکاری
[۱۷]		*	*			*				*		*		الگوریتم فراابتکاری

نویسنده	نوع بازی		تعداد رقبا		متغیر راهبردی				تقاضا			رفتار مشتری		روش حل
	ترتیبی	همزمان	دو	چند	قیمت	زمان انتظار	کیفیت	مقدار تولید	ثابت	متغیر با نرخ	کشش‌پذیر	قطعی	احتمالی	
[۱۸]	*		*			*			*			*		تعادل استکلبرگ/الگوریتم فراابتکاری
[۱۹]	*		*				*		*			*		تعادل استکلبرگ/الگوریتم فراابتکاری
[۲۰]		*	*				*		*			*		تعادل نش
[۲۱]		*		*			*		*			*		الگوریتم چندجمله‌ای
[۲۲]		*	*				*		*			*		شاخه و حد(برای ابعاد کوچک مسئله) و الگوریتم جستجوی ممنوع (برای ابعاد بزرگ مسئله)
[۲۳]	*		*				*		*			*		الگوریتم جستجوی ممنوع
[۲۴]	*		*				*		*				*	برنامه ریزی خطی
[۲۵]		*	*					*	*			*		تعادل نش/ برنامه ریزی خطی
پژوهش حاضر		*	*		*						*		*	الگوریتم جستجوی ممنوع

۳- تشریح مسئله پژوهش و تبیین مدل

مدل ریاضی: شرکت A قصد دارد تا از طریق راه‌اندازی تسهیلات جدید وارد بازاری شود که شرکت B با وجود چند شعبه در آن فعالیت دارد. بنابراین تا قبل از ورود شرکت جدید، بازار انحصاری[۱] بوده و حال با ورود شرکت جدید از حالت انحصاری خارج خواهد شد. هر دو شرکت کالایی را می‌فروشند که تقاضا برای آن کشش‌پذیر است، بنابراین و طبق تعریف، تقاضای محصول، حساس به قیمت است.

[۱] monopoly

در این مسئله مشتریان بر اساس میزان مطلوبیت هر تسهیل را انتخاب می‌کنند. زمانی‌که یک شرکت جدید وارد بازار می‌شود بازی قیمت اجتناب‌ناپذیر است. شرکت‌ها قیمت محصولات خود را تغییر می‌دهند تا تابع مطلوبیت مشتری را به نفع خود تنظیم کنند. تا قبل از ورود شرکت A، شرکت B تنها تعیین کننده قیمت در بازار بود اما ورود شرکت A سهم بازار و قیمت محصول را دچار تغییر می‌کند. از آنجایی‌که مکان و قیمت محصول در شرکت‌های مختلف، متفاوت است، انتخاب مکان جدید و بازی قیمت منجر به تغییر سهم بازار خواهد شد که به صورت مستقیم بر سودآوری شرکت‌ها تاثیر خواهد گذاشت. بازی قیمت نهایتا بر اساس تعادل نش به پایان می‌رسد.

شرکت جدید تنها امکان راه‌اندازی تسهیلات در نقاط منتخب را که حاصل مطالعات امکان‌سنجی است، دارد. مکان، ظرفیت و هزینه راه‌اندازی هر یک از نقاط منتخب، مشخص است. مکان نقاط منتخب و شعبه‌های رقیب نمی‌توانند بر هم منطبق شوند. تقاضا در گره‌ها قرار دارند و فضای مسئله گسسته است. همچنین استراتژی قیمت‌گذاری محصول در تمامی تسهیلات متعلق به یک شرکت، یکسان در نظر گرفته می‌شود. هزینه حمل بر عهده مشتری است. بنابراین مشتری بر اساس دو عامل قیمت محصول و فاصله تا تسهیل مورد نظر، تصمیم‌گیری می‌نماید. در صورتی‌که اختلاف قیمت محسوسی بین دو تسهیل وجود نداشته باشد، مشتری تسهیلی را انتخاب می‌کند که نزدیک‌تر باشد. علاوه بر این چنانچه فاصله تا تسهیل از آستانه تحمل مشتری بیشتر باشد، تقاضا بر اساس تابع مطلوبیت بین دو تسهیل توزیع خواهد شد.

در این بخش با هدف بهینه‌سازی مکان راه‌اندازی تسهیل جدید و تعیین قیمت تعادلی در حضور دو رقیب و با امکان عرضه محصول با تقاضای کشش‌پذیر، مدل ریاضی ارائه خواهد شد. مدل تعریف شده در پژوهش پیش‌رو، در گروه مدل‌های رقابت پویا و بازی‌های غیر همکارانه هم‌زمان است. رفتار مشتری به صورت احتمالی و در فضای شبکه، مدل‌سازی می‌شود. مسئله مورد بحث به‌صورت یک بازی مکان- قیمت، مدل‌سازی شده است.

اندیس‌ها و پارامترها ومتغیرهای مسئله: جدول ۲ اندیس‌ها و متغیرهای مورد استفاده در مدل ریاضی مسئله را نشان می‌دهد.

جدول ۲. اندیس‌ها و متغیرهای مسئله

I: مجموعه تسهیلات ($I = I_A \cup I_B$) که I_A مجموعه تسهیلات شرکت A، I_B مجموعه تسهیلات شرکت B است.	D_j : تابع تقاضا

J: مجموعه نقاط تقاضا	d_{ij}: فاصله بین تسهیل i و نقطه تقاضای j
P_i: قیمت فروش محصول در تسهیل i	u_{ij}: مطلوبیت تسهیل i برای نقطه تقاضای j
S_i: بیشترین ظرفیت تولید A	q:هزینه تولید در A
F_i: هزینه راه‌اندازی تسهیل جدید A	V: بودجه راه‌اندازی تسهیل جدید
$X_i=$ ۱،اگر تسهیل در نقطه i راه‌اندازی شود. صفر در غیر اینصورت	

تبیین مدل ریاضی مسئله: در مسائل مکان – قیمت، تصمیم‌گیری درباره مکان باید قبل از تعیین قیمت صورت پذیرد. از آنجایی‌که قیمت بر تصمیم‌گیری و تعیین مکان بهینه اثر خواهد داشت، از یک مدل دو سطحی[۱] برای حل مسئله مکانیابی رقابتی استفاده می‌شود. سطح بالای مدل با هدف بیشینه کردن سود شرکت A به دنبال تعیین مکان بهینه تسهیلات جدید است؛ در حالی‌که مدل سطح پایین با استفاده از شرایط تعادل نش، در جستجوی یافتن قیمت تعادلی است. در این پژوهش فرض می‌کنیم تقاضا تحت تاثیر قیمت محصول قرار دارد. برای تعیین تقاضا در مدل‌ها توابع مختلفی وجود دارد:[۳]

- تابع جذابیت[۲]: این تابع تاثیر هریک از ویژگی‌های رقبا مانند فاصله تا مشتری، قیمت، کیفیت و ... را بر انتخاب مشتری تعیین می‌کند. تقاضای بازار بر اساس این تابع به هر یک از رقبا تخصیص می‌یابد. تابع جذابیت در هر دو حالت رقابت ایستا و پویا کاربرد دارد. نخستین بار این تابع با هدف مدل‌سازی رفتار مشتری توسط هاف در سال ۱۹۶۴ معرفی گردید و سپس در سال ۱۹۹۴ درزنر برای اولین بار از آن در مسائل مکانیابی رقابتی بهره برد.
- تابع لگاریمی تفکیک‌پذیر[۳] : تابع تقاضا عبارتست از حاصل‌ضرب ویژگی‌های رقابتی که برای هر یک از رقبا جداگانه محاسبه می‌شود.

[۱] bi-level model
[۲] Attraction function
[۳] Log-separable demand function

- تعریف تقاضا به‌عنوان تابعی از ویژگی‌های رقابت: در این حالت تقاضا به‌صورت تابعی خطی از ویژگی‌هایی مانند قیمت محصول و یا سطح کیفیت خدمات تعریف می‌شود. این حالت غالبا در مسائل مرتبط با رقابت پویا کاربرد دارد.

تقاضای کشش‌پذیر در مدل پیش‌رو، بر اساس تابعی که مهدی محمودجانلو و همکاران در سال ۲۰۲۰، برای حل مسئله مکانیابی محور[۱]، ارائه نمودند به این صورت تعریف می‌شود: [۲۶]

$$D_{ij}(P) = \alpha \times \exp\left(-\beta(P_o - \overline{P})\right) \quad (۱)$$

در رابطه (۱) α و P_o به‌ترتیب، تقاضای اولیه و قیمت رقیب هستند. β پارامتر حساسیت مشتری به قیمت است. $\overline{P}$ از طریق رابطه زیر قابل حصول است. P_{ij} نشان‌دهنده قیمت جدید محصول است.

$$\overline{P} = \frac{P_{Oij} + P_{ij}}{۲} \quad (۲)$$

با توجه به تابع تقاضا سطح بالای مدل به صورت زیر خواهد بود:

$$\max(p^A - q_A)\left(\sum_{i,j\in I_A}\sum_{j\in J} D_{ij}(P).f_{ij}\right) - \sum_{i\in I_A} x_i.F_i \quad (۳)$$

$S.t$

$$\sum_{i\in I_A} x_i.F_i \leq V \quad (۴)$$

$$\sum_{i\in I} f_{ij} = ۱ \quad \forall j\in J \quad (۵)$$

$$\sum_{j\in J} f_{ij} - x_i \leq ۰ \quad \forall i\in I_A \quad (۶)$$

$$\sum_{j\in J} D_{ij}(P).f_{ij} \leq S_i \quad \forall i\in I_A \quad (۷)$$

$$\forall i\in I_A x_i \in \{۰,۱\} \quad (۸)$$

تابع هدف(۳) سود شرکت A را بیشینه می‌سازد. بخش اول تابع هدف سود حاصل از فروش را معین می‌کند در حالی‌که بخش دوم شامل تابع هزینه ثابت راه‌اندازی تسهیلات جدید است. p^A قیمت محصول در فروشگاه‌های شرکت A است که از حل مدل سطح پایین به‌دست می‌آید. p^A در مدل ریاضی سطح بالا مقداری است معین در حالی‌که در مدل ریاضی سطح

[۱] Hub Location Problem

پایین متغیر است. f_{ij} که به صورت زیر تعریف می‌شود احتمال اینکه مشتری j تسهیل i را انتخاب کند، نشان می‌دهد.

$$f_{ij} = f_{ij}(p^A, p^B) = \frac{\sum_{I_A} u_{ij} x_i}{\sum_{I_A} u_{ij} x_i + \sum_{I_B} u_{ik}} \qquad (۹)$$

معمولا تعریف تابع مطلوبیت به سه شکل تابع خطی حاصل‌جمع، تابع حاصل‌ضرب و تابع نمایی متداول است. در این پژوهش تابع مطلوبیت همانند تابع تعریف شده در [۲۱و۳۷] به‌صورت نمایی تعریف می‌شود.

$$u_{ij} = e^{a - bp_j - cd_{ij}} \qquad (۱۰)$$

a شامل موارد مهم دیگری مانند کیفیت، فضای پارکینگ و ... است که در انتخاب مشتری نقش دارد.b حساسیت مشتری به قیمت محصول را در تابع مطلوبیت نشان می‌دهد. c حساسیت مشتری به فاصله تا تسهیل مورد نظر را نشان می‌دهد. محدودیت (۴)، محدودیت بودجه است و اطمینان ایجاد می‌کند که شرکت A نمی‌تواند بیشتر از بودجه معین، اقدام به راه‌اندازی تسهیل جدید نماید. محدودیت (۵)، محدودیت اساسی احتمال است. محدودیت (۶) نشان می‌دهد مشتری j تنها در صورتی می‌تواند تسهیل i را انتخاب کند که تسهیل i توسط شرکت A ایجاد شده باشد. محدودیت (۷)، محدودیت ظرفیت است و نشان می‌دهد تسهیل i نمی‌تواند بیشتر از ظرفیت معین به مشتری محصول عرضه کند. محدودیت (۸)، متغیرهای تصمیم را تعریف می‌کند.

از آنجایی‌که مکان در این قسمت، معین است قیمت تنها عاملی است که بر میزان مطلوبیت تاثیر دارد. در این مدل بازی قیمت یک بازی ایستا بر پایه اطلاعات کامل است. مدل سطح پایین مسئله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\max(p^A - q_A)\left(\sum_{i,j \in I_A} \sum_{j \in J} D_{ij}(P).\, f_{ij}\right) - \sum_{i \epsilon I_A} x_i.\, F_i \qquad (۱۱)$$

$$\max(p^B - q_B)\left(\sum_{i \epsilon I_A} \sum_{j \epsilon J} D_{ij}(P).\, f_{ij}\right) \qquad (۱۲)$$

S.t

$$p^A \geq q_A \qquad (۱۳)$$

$$p^B \geq q_B \qquad (۱۴)$$

$$\sum_{i \epsilon I} f_{ij} = ۱ \quad \forall j \epsilon J \qquad (۱۵)$$

$$\sum_{j\in J} f_{ij} - x_i \le 0 \quad \forall i\in I_A \qquad (۱۶)$$

$$\sum_{j\in J} D_{ij}\ (P).f_{ij} \le S_i \quad \forall i\in I_A \qquad (۱۷)$$

توابع هدف (۱۱) و (۱۲) توابع سود دو شرکت A و B هستند در حالی‌که شرکت A مکان راه‌اندازی تسهیل جدید را انتخاب نموده است. محدودیت‌های (۱۳) و (۱۴) تضمین می‌کند که قیمت فروش باید بیشتر از هزینه تولید باشد. محدودیت‌های بعدی همانند محدودیت‌های (۵) تا (۶) عمل می‌کند. در این قسمت از مدل، قیمت محصول متغیر تصمیم است و x_i معین است.

۴- یافته‌های پژوهش

با توجه به پیچیدگی‌های مسئله مکانیابی رقابتی و با استناد به تحقیقات در این حوزه، این مسائل در گروه مسائل NP-hard قرار می‌گیرند که برای حل آنها ناگزیر از کاربرد روش‌های فراابتکاری هستیم. برای حل مسئله پژوهش پیش‌رو، و به منظور مقایسه کارایی الگوریتم پیشنهادی، از الگوریتم جستجوی ممنوع و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده شده است. شکل‌های ۱و ۲ شبه‌کد الگوریتم‌ها رانمایش می‌دهد.

```
Set tabu list to null ,set  x_o;
repeat
  {x_1,x_2,...,x_n}  =Generate_neighborhood (x_o);
  for  i  =1  to  n
    if tabu(i) is 0;
      if  x_i  meet aspiration criterion;
        replace  x_b  by  x_i ,  x_o=x_i  and update tabu list;
      else if  x_i is the best solution in  {x_1,x_2,...,x_i}
            x_o=x_i , update tabu list;
      end
    end
  end
until a termination condition is satisfied
Return  x_b  as the best individual.
```

شکل ۱. شبه‌کد الگوریتم جستجوی ممنوع

```
Initialize the SA control parameters.
Select an initial solution ,s0.
Set T=T0 ; Set s= s0 ; Set s*= s0 ; Calculate f (s0);
While the stop criterion is not reached do:
  Set n=1;
  While n < N do
Generate solution sn in the neighborhood of s0 ; Calculate Δ = f (sn) - f (s) ;
    If Δ > 0
      s= sn
    Else
      Generate random number, 0 < r <1
      If ( r < p= e -Δ/T )
        s= sn ; n= n+1;
      End
    End
    If (f (sn) > f (s*))
      s* = sn ;
    End
  End
  Reduce the temperature T
End
```

شکل ۲. شبه‌کد الگوریتم تبرید مصنوعی

تعیین اعتبار و مقایسه الگوریتم‌های حل: به منظور تعیین اعتبار روش حل ارائه شده، مجموعه‌ای از ۱۸ مسئله با اندازه‌های کوچک، متوسط و بزرگ ایجاد گردید. داده‌های مثال‌های عددی در ادامه تشریح می‌شوند. پارامترهای مشترک بین مدل مسئله پژوهش و پژوهش‌های پیشین شامل a= ۱۰۰ و b=۱ و c=۰,۲ هستند. q= ٤٠ هزینه ساخت در نظر گرفته شده است. سایر پارامترهای مثال‌های عددی، به صورت تصادفی، مطابق توزیع یکنواخت از بازه‌های مشخص ایجاد شده‌اند.

تنظیم پارامترهای الگوریتم جستجوی ممنوع و شبیه‌سازی تبرید: با استفاده از روش تاگوچی و با کمک نرم‌افزار مینی‌تب، پارامترهای الگوریتم مسئله تنظیم شده‌اند. روش تاگوچی با کم کردن تعداد آزمایشات زمان تنظیم پارامتر را کاهش می‌دهد. پارامترهای قابل کنترل در الگوریتم جستجوی ممنوع، تعداد تکرار، تعداد حرکات ممنوع و تعداد همسایگی و در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، تعداد تکرار، دمای اولیه، دمای نهایی و تابع زمان‌بندی سرمایش است که تعداد سطوح آنها در جدول‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است. با توجه به تعداد پارامترها و سطوح آنها، مطابق جدول استاندارد آرایه‌های متعامد تاگوچی طرح L_9 برای تنظیم پارامترهای هر دو الگوریتم انتخاب گردید.

جدول۲ . فاکتورها و سطوح آزمایش الگوریتم جستجوی ممنوع

فهرست ممنوع	تعداد تکرار	تعداد	
۲	۱۰۰	۱۵۰	۱
۳	۵۰	۲۰۰	۲
۴	۲۵	۲۵۰	۳

جدول۲ . فاکتورها و سطوح آزمایش الگوریتم جستجوی ممنوع

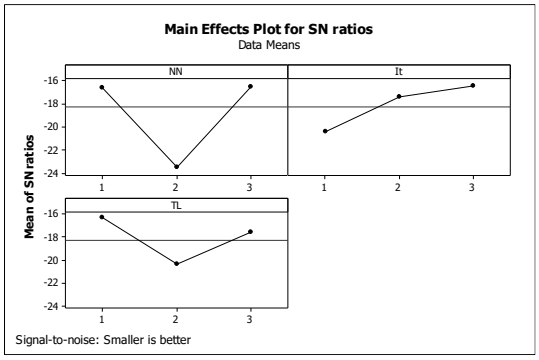
تابع زمان‌بندی	دمای نهایی	دمای اولیه	تعداد تکرار	
تابع خطی	۱	۱۰۰۰	۳۰۰	۱
تابع نمایی	۵	۱۵۰۰	۵۰۰	۲
تابع هذلولی	۱۰	۲۰۰۰	۷۰۰	۳

برای هر سناریوی ترکیب پارامترها، ۴ تکرار از مسائل کوچک، ۳ تکرار از مسائل متوسط و ۲ تکرار از مسائل بزرگ اجرا شده و درصد انحراف نسبی[۱] (RPD) که از رابطه ۱۸ محاسبه گردیده، معیار عملکرد الگوریتم‌ها در هر ترکیب پارامترها قرار گرفته است.

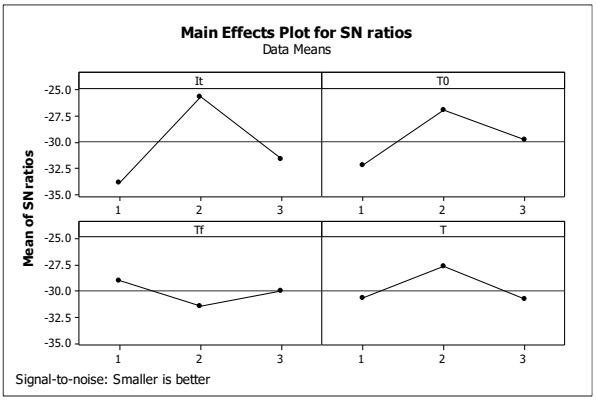
$$RPD_{ij} = \frac{\left|f(Alg_{ij}) - max_j f(Alg_{ij})\right|}{max_j f(Alg_{ij})} \times 100 \qquad (18)$$

در رابطه ۱۸، i اندیس مربوط به اندازه مسئله و j اندیس مربوط به تکرار هر یک از الگوریتم‌ها است. $f(Alg_{ij})$ معادل مقدار تابع هدف در اندازه i ام و تکرار j ام است و $max_j f(Alg_{ij})$ برابر کمترین مقدار در اندازه i ام در همه تکرارها می‌باشد. هر چه مقدار درصد انحراف نسبی کمتر باشد بهتر است. نمودارهای ۱و ۲ به‌ترتیب نسبت سیگنال به نویز در سطوح فاکتورهای الگوریتم جستجوی ممنوع و تبرید مصنوعی را نشان می‌دهد.

[۱] Relative Percentage Deviation



نمودار ۱. نسبت سیگنال به نویز در سطح فاکتورهای الگوریتم جستجوی ممنوع



نمودار۲. نسبت سیگنال به نویز در سطح فاکتورهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

با توجه به نمودارها، سطح بهینه پارامترهای الگوریتم‌های جستجوی ممنوع و شبیه‌سازی تبرید به‌ترتیب در جدول۴ نشان داده شده است.

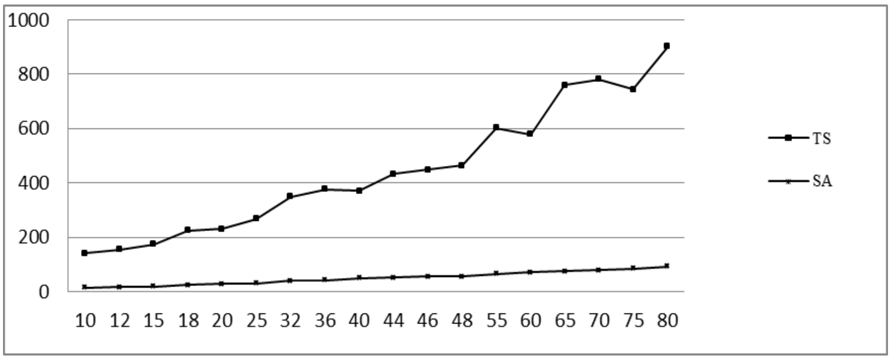
جدول ۴. سطح بهینه پارامترهای الگوریتم‌های جستجوی ممنوع و شبیه‌سازی تبرید

الگوریتم جستجوی ممنوع	تعداد	تعداد تکرار(It)	فهرست ممنوع(TL)	
	۱۰۰	۲۵	۲	
الگوریتم شبیه‌سازی تبرید	تعداد تکرار (It)	دمای اولیه(T۰)	دمای نهایی	تابع سرمایش
	۵۰۰	۱۵۰۰	۱	تابع نمایی

مقایسه الگوریتم‌های جستجوی ممنوع و شبیه‌سازی تبرید: در این قسمت اثربخشی و کارایی عملکرد دو الگوریتم جستجوی ممنوع و شبیه‌سازی تبرید، مقایسه می‌شود. هر یک از الگوریتم‌ها روی ۱۸ نمونه مسئله با اندازه‌های کوچک، متوسط و بزرگ، هر کدام ۳ بار اجرا شده و پس از هر اجرا، نتایج به‌دست آمده مربوط به بهترین مقدار تابع هدف (بیشترین مقدار سود) و اولین زمان رسیدن به بهترین پاسخ، ثبت گردیده است. در این راستا، پاسخ‌ها از طریق رابطه ۱۹ به شاخص درصد انحراف نسبی تبدیل می‌شوند.

$$RPD_{ij} = \frac{|Alg_{sol} - max_{sol}|}{max_{sol}} \times ۱۰۰ \qquad (۱۹)$$

در ۷۷ درصد از مسائل، بهترین مقدار تابع هدف ارائه شده توسط الگوریتم جستجوی ممنوع نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، برتری داشته است. همچنین نمودار ۳ زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب بهینه را در هر دو الگوریتم نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود الگوریتم جستجوی ممنوع نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، زمان حل کوتاه‌تری دارد.



نمودار ۳. رابطه زمان حل الگوریتم‌های جستجوی ممنوع و شبیه‌سازی تبرید و اندازه مسئله

برای مقایسه بهتر الگوریتم‌ها از تحلیل‌های آماری استفاده شده است. نتایج کاربرد آزمون‌های آماری کولمو گروف‌اسمیرنوف برای بررسی نرمال بودن داده‌ها و آزمون لون برای بررسی برابری واریانس‌ها نشان می‌دهد که خروجی الگوریتم‌ها دارای توزیع نرمال با واریانس‌های برابر هستند. با توجه به نرمال بودن داده‌ها و برابری واریانس‌ها، می‌توان از آزمون t دو نمونه مستقل استفاده کرد. فرض صفر ($H_۰$) برابری میانگین خطای دو الگوریتم در مقابل فرض ($H_۱$)، نامساوی بودن میانگین خطای دو الگوریتم آزمون می‌شود. در جدول ۵ مقدار P-value آزمون t دو نمونه مستقل و حد بالا و پایین در سطح اطمینان ۹۵٪ نشان داده شده است. کمتر بودن P-value از سطح معنی داری در نظر گرفته شده $\alpha = ۰{,}۰۵$ ، نشان‌دهنده

وجود تفاوت در میانگین خطای دو الگوریتم است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در مسائل کوچک فرض برابری میانگین خطای دو الگوریتم رد می‌شود. همچنین از منفی بودن حدود بالا و پایین در مسائل کوچک، می‌توان نتیجه گرفت که میانگین خطای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید بیشتر از الگوریتم جستجوی ممنوع است. در مورد مسائل گروه‌های متوسط و بزرگ، با توجه به مقدار P-value تفاوت معنی‌داری بین دو الگوریتم وجود ندارد. بنابراین و با توجه به زمان حل، الگوریتم جستحوی ممنوع در مقایسه با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، عملکرد بهتری در حل مسئله پژوهش، دارد.

جدول ۵. نتایج آزمون t دو نمونه مستقل

اندازه مسئله	کوچک	متوسط	بزرگ
P-value	< ۰,۰۵	> ۰,۰۵	> ۰,۰۵
حد بالا و پایین در سطح اطمینان ۹۵٪	(-۰,۶۲۲, -۰,۰۲۳)	(-۰,۷۷۱, ۰,۱۴۹)	(-۰,۲۱۶, ۰,۵۲۶)

مثال عددی: به منظور تشریح روش پیشنهادی از یک مثال عددی استفاده می‌شود و نتایج حاصل از آن مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. مثال مورد نظر شبکه‌ای شامل ۵۵ گره است که بارها در مقالات متعدد استفاده شده است. در پیوست نمای شبکه نشان داده شده است. شرکت A در حالی وارد بازار جدید می‌شود که شرکت B در بازار حضور دارد. دو رقیب یک محصول مشابه را به بازار عرضه می‌کنند. بنابراین با ورود رقیب جدید و راه‌اندازی تسهیلات جدید و تلاش برای تصاحب سهم بازار بیشتر، شرایط انحصاری بازار بهم ریخته و رقبا وارد بازی قیمت برای دستیابی به تعادل خواهند شد. با توجه به کشش‌پذیر بودن تقاضا در این مدل، تغییر قیمت تقاضا را تحت تاثیر قرار می‌دهد و به‌این ترتیب بازی پیچیده‌تر خواهد شد.

شعب شرکت B در گره‌های ۱، ۴، ۹، ۱۴ و ۲۳ قرار دارد. نقاط منتخب برای راه‌اندازی تسهیلات شرکت A، شامل گره‌های ۸،۱۱، ۲۰، ۲۷، ۳۵،۴۱ و ۴۴ است. قیمت اولیه محصول درB، ۶۸ است. مقدار پارامتر a، b و c در تابع مطلوبیت به ترتیب برابر با مقدار عددی ۰.۲،۱،۱۰۰ در نظر گرفته شده است. ظرفیت تولید و هزینه ثابت راه‌اندازی هر یک از تسهیلات A در جدول۶ نمایش داده شده است. بودجه در دسترس ۸۰۰۰ واحد پولی می‌باشد.

جدول ۶. اطلاعات مربوط به ظرفیت تولید و هزینه ثابت راه‌اندازی تسهیلات A

مکان منتخب	۸	۱۱	۲۰	۲۷	۳۵	۴۰	۴۴
ظرفیت تولید	۱۴۰۰	۱۶۰۰	۱۵۰۰	۱۴۵۰	۱۷۰۰	۱۳۰۰	۱۴۵۰
هزینه ثابت	۱۱۰۰	۱۴۵۰	۱۶۰۰	۱۲۰۰	۱۰۰۰	۱۶۰۰	۱۳۰۰

پس از تعیین ورودی‌ها و تنظیم پارامترهای مسئله، مدل با کمک نرم‌افزار متلب حل شد. نتایج حاصل از حل مدل در جدول۷ نشان داده شده است.

جدول ۷. نتایج حاصل از حل مدل

سود B	قیمت محصول B	سود A	قیمت محصول A	مکان قرار گیری تسهیلات A
۸۷۲۱	۴۷/۹	۵۰۷۷/۸	۴۹/۶۴	گره‌های ۱۱،۲۰،۴۱ و ۴۴

تحلیل حساسیت: در این بخش تاثیر تغییر برخی از ورودی‌های مسئله مانند پارامتر حساسیت به قیمت در تابع مطلوبیت و پارامتر حساسیت به قیمت در تابع تقاضا بررسی می‌شود.

۱) پارامتر حساسیت به قیمت در تابع مطلوبیت؛ همان‌طور که جدول۸ نشان می‌دهد اگر پارامتر حساسیت به قیمت در تابع مطلوبیت تغییر کند قیمت تعادلی و سود هر دو رقیب تغییر خواهد کرد. با افزایش میزان پارامتر b، سود هر دو رقیب کاهش می‌یابد. به ازای مقادیر بزرگ‌تر از ۱، مقدار تابع هدف صفر است.

جدول ۸. تاثیر تغییرات پارامترb

سود B	قیمت محصول B	سود A	قیمت محصول A	مکان قرار گیری تسهیلاتA	پارامترb
۹۳۱۸۵	۴۸	۹۰۵۴/۶۷	۴۸/۴	گره‌های ۱۱،۲۷،۳۵،۴۱ و ۴۴	۰/۲
۸۹۵۱/۴	۴۸/۵	۷۵۸۷/۴۱	۴۸/۹	گره‌های ۸،۲۰،۲۷،۳۵ و ۴۱	۰/۵
۸۸۰۰	۴۸	۶۶۷۶/۸	۴۹	گره‌های ۱۱،۲۷،۴۱ و ۴۴	۰/۸

۲) پارامتر حساسیت به قیمت در تابع تقاضا؛ مطابق با تغییرات در پارامتر β، نتایج نهایی نیز دچار تغییر می‌شوند. همان‌طور که جدول ۹ نشان می‌دهد با افزایش مقدار پارامتر حساسیت به قیمت، سود A به‌شدت کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش این پارامتر، حضور با تسهیلات بیشتر برای شرکت A مقرون به صرفه نیست. از آنجایی‌که تقاضا کشش‌پذیر است با افزایش پارامتر حساسیت به قیمت، قیمت تعادلی کاهش می‌یابد.

جدول ۹. تاثیر تغییرات پارامترβ

سود B	قیمت محصول B	سود A	قیمت محصول A	مکان قرار گیری تسهیلات A	پارامترβ
۸۹۶۹۶	۴۷/۹۸	۲۰۱۷۳/۴۶	۴۹/۲۷	گره‌های۱۱،۲۷،۳۵ و ۴۴	۰/۲
۹۲۹۰۶	۴۷/۹۹۵	۳۸۵۱/۶۴	۴۹/۹۷۵	گره‌های ۸،۲۰ و ۴۴	۰/۵
۸۹۴۹۲	۴۷/۸	۳۲۲۴/۸۸	۴۹/۷۰	گره‌های۱۱و ۲۰	۰/۸

۵- بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت موضوع رقابت در تصمیم‌گیری‌های مرتبط با تعیین مکان تسهیلات، در این پژوهش مسئله مکانیابی رقابتی مدل‌سازی شد. به‌دلیل پیچیدگی‌های موجود در مدل‌سازی و حل مسائل مکانیابی تسهیلات رقابتی، غالبا پژوهش‌گران تقاضا را به صورت ثابت و کشش-ناپذیر در نظر می‌گیرند. با توجه به اهمیت ارتباط تقاضا و قیمت کالا، در پژوهش پیش‌رو تقاضا به‌صورت تابعی از قیمت و رفتار مشتری به‌صورت احتمالی تعریف شده است. وجود این دو ویژگی در کنار هم منجر به ارائه مدلی گردیده که در مقایسه با مدل‌های موجود تصویر روشن‌تری از واقعیت ارائه می‌دهد، اما به مراتب پیچیده‌تر است.

مسئله به‌صورت بازی مکان-قیمت مدل‌سازی و با کمک الگوریتم‌های فراابتکاری حل شد. الگوریتم جستجوی ممنوع و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حل مدل توسعه داده شد. به-منظور گزینش الگوریتم کاراتر، نتایج الگوریتم‌ها با استفاده از تحلیل‌های آماری بررسی و آزمون شد. نتایج حاکی از کارایی بهتر عملکرد الگوریتم جستجوی ممنوع در حل مسئله پژوهش است.

تحلیل حساسیت مدل با تمرکز بر پارامترهای حساسیت به قیمت در تابع مطلوبیت و تابع تقاضا، بررسی شد. نتایج مطالعات تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که تغییر پارامتر حساسیت به قیمت از سوی مشتری در میزان سودآوری تاثیرگذار است. به‌عبارت دیگر، با کاهش درآمد مصرف‌کنندگان و یا با افزایش عرضه محصولات جانشین در بازار، مقدار ضرایب حساسیت به قیمت افزایش یافته و به تبع آن، میزان تابع هدف به سرعت کاهش می‌یابد و در سطوح بالاتر مقدار ضریب حساسیت به قیمت، ورود به بازار توجیه اقتصادی نخواهد داشت. با توجه به کشش‌پذیر بودن تقاضا، بازی قیمت با شدت و اهمیت بیشتری اتفاق می‌افتد.

در این پژوهش تابع تقاضا به‌صورت تابع نمایی از قیمت، تعریف شد. در تحقیقات بعدی می‌توان تقاضا را احتمالی در نظر گرفت. با افزایش تعداد رقبا و یا امکان عرضه بیش از یک محصول به بازار، شکل مسئله و مدل ریاضی آن کاملا متفاوت خواهد بود. همچنین می‌توان تابع مطلوبیت را به‌گونه‌ای تعریف کرد که علاوه بر قیمت و فاصله تا تسهیل، عوامل دیگری مثل کیفیت محصولات / خدمات، جذابیت و ... را نیز در برگیرد. همچنین پیشنهاد می‌شود مسئله در فضای غیرقطعی بررسی شود.

۶- منابع

[۱] Makui,A,. Sarajian,A. &Torkestani,S.(۲۰۱٤). Review on Facility location with game theory papers. Journal of industrial engineering research in production systems. ۲:۳. ۱-۱۹(In Persian)

[۲] Abbasi F,.Alem Tabriz A,.۲۰۱۷, Selection of bank branches location based on rough set theory-multi choice goal programming. Modern Research in Decision Making.۲(۱):۱۱۹-۱٤۸(In Persian)

[۳] Jafarnejad A., Esmaelian M., Rezvani M.۲۰۰۷, Locating distribution chain using the nonlinear programing model, Management Researches in Iran, ۱۲(۱):۱۰٥-۱۲٥(In Persian)

[٤] Drezner,T.(۲۰۱٤). A review of competitive facility location in the plane.Logestic research. ۷,۱۰۲-۱۱٤.

[٥] Zanjirani Farahani, R.,Rezapour,Sh.,Drezner,T. & Fallah,S.(۲۰۱٤).Competitve supply chain network design: An overview of classification, solution techniques and applications. Omega. ٤٥,۹۲–۱۱۸.

[٦] Plastria, F. (۲۰۰۱).Static competitive facility location: an overview of optimization approaches. European Journal of Operational Research. ۱۲۹(۳),٤٦۱–٤۷۰.

[۷] Lu,X., Li,J. & Yang,F(۲۰۱۰). Analyses of location-price game on network with stochastic customer behavior and its heuristic . J Syst Sci Complex. ۲۳, ۷۰۱–۷۱.

[۸] García, M.D.,Pelegrín,B. & Fernández, P.(۲۰۱۱). Location Strategy for a Firm under Competitive Delivered Prices. Ann Reg Sci. ٤۷, ۱–۲۳.

[۹] Plegrin,B.,Dorta-Gonzales,P. & Hernandez.P.(۲۰۱۱). Finding location equilibria for competing firms under delivered pricing. Journal of the Operational Research Society. ٦۲, ۷۲۹ –۷٤۱.

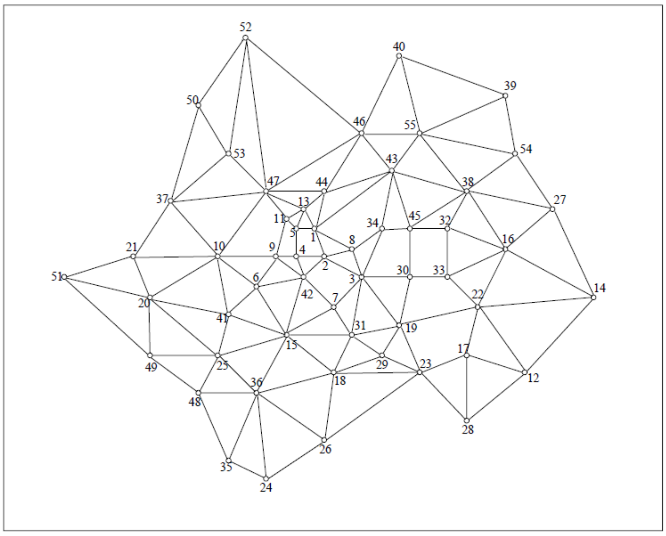
[۱۰] Diaz-Banez,J.M., Heredia,M., Pelegrin,B.,Perez-Lantero,P. & Ventura,I.(۲۰۱۱). Finding all pure strategy Nash equilibria in a planar location game. European Journal of Operational Research, ۲۱٤ , ۹۱–۹۸.

[۱۱] Fernandez,J., Salhi,S. & G-Toth,B.(۲۰۱٤). Location equilibria for a continuous competitive facility location problem under delivered pricing. DOI: ۱۰,۱۰۱٦/j.cor.۲۰۱۳,۰۸,۰۰٤

[۱۲] Plegrin,M. & Plegrin,B.(۲۱۰۷). Nash equilibria in location games on a network. OR Spectrum ۳۹,۷۷۵-۷۹۱.
[۱۳] Shan,W., Yan,Q., Chen,Ch., Zhang,M.,Yao,B., & Fu,X.(۲۰۱۹).Optimization of competitive facility location for chain stores. DOI ۱۰,۱۰۰۷/s۱۰٤۷۹-۰۱۷-۲۵۷۹-z.
[۱٤] Arbib, C., Pinar, M. C., & Tonelli, M. (۲۰۲۰). Competitive location and pricing on a line with metric transportation cost. European Journal of Operational Research, ۲۸(۱): ۱۸۸-۲۰۰.
[۱۵] Pahlavani,A. & Saidi-Mehrabad,M.(۲۰۱۱).A competitive facility location model with elastic demand and patronising behaviour sensitive to location, price and waiting time. Int. J. Logistics Systems and Management .۱۰(۳),۲۹۳-۳۱۱.
[۱٦] Hajipour,V., Zanjirani Farahani,R. & Fattahi,P.(۲۰۱٦). Bi-objective vibration damping optimization for congested location-pricing problem .Computers and Operation Research.DOI:۱۰,۱۰۱٦/j.cor.۲۰۱٦,۰۱,۰۰۱.
[۱۷] Tavakkoli-Moghaddam,R., Vazifeh-Noshafagh,S., Taleizadeh,A., Hajipour,V. & Mahmoudi,A.(۲۰۱۷). Pricing and location decisions in multiobjective facility location problem with M/M/m/k queuing systems. Engineering Optimization.٤۹(۱).۱۳٦-۱٦۰.
[۱۸] Dan,T., Lodi,A. & Marcotte,P.(۲۰۱۹). Joint location and pricing within a user-optimized environment. Data Science for Real-Time Decision -Making. DS٤DM-۲۰۱۸-۰۰۱۱
[۱۹] Redondo, J.L, Fernandez, J, Garcia, I and Ortigosa, P.M ۲۰۰۹. Solving the multiple competitive facilities location and design problem on the plane. Evolutionary Computation ۱۷ :۱. ۲۱–۵۳.
[۲۰] Saiz,M.E., Eligius, M.T., Hendrix,E.M.T. & Pelegrin,B.(۲۰۱۱). On Nash equilibria of a competitive location-design problem. European Journal of Operational Research. ۲۱۰ ,۵۸۸–۵۹.
[۲۱] Saidani, N., Chu, F. & Chen, H.(۲۰۱۲).Competitive facility location and design with reactions of competitors already in the market. European Journal of Operational Research. ۲۱۹(۱),۹–۱۷.
[۲۲] Drezner,T., Drezner,Z. & Kalczynski,P.(۲۰۱۲). Strategic competitive location: improving existing and establishing new facilities. Journal of the Operational Research Society. ٦۳, ۱۷۲۰–۱۷۳۰.
[۲۳] Bagherinejad,J. & Niknam,A. (۲۰۱۸).Solving the competitive facility location problem considering the reactions of competitor with a hybrid algorithm including Tabu Search and exact method. J Ind Eng Int. ۱٤,۱۷۱–۱۸۳.
[۲٤] Latifi SE,Tavakkoli Moghaddam R., Fazleli E., Arefkhani H,.۲۰۲۲. Competitive facility location with foresight considering discrete-nature attractiveness for facilities: Model and solution. Computers and operation Research,۱٤٦,۱۰۵۹۰۰
[۲۵] Pelegrin,B, Fernandez,P and Garcia,M.D,۲۰۱۹, Computation of Multi-facility Location Nash Equilibria on a Network Under Quantity Competition. Networks and Spatial Economics. doi.org/۱۰,۱۰۰۷/s۱۱۰٦۷-۰۱۹-۰۹٤٦۳-۸

[۲۶] Mahmoodjanloo,M., Tavakkoli-Moghaddam,R., Baboli ,A. & Jamiri,A(۲۰۲۰).A multi-modal competitive hub location pricing problem with customer loyalty and elastic demand. Computers & Operations Research. DOI: ۱۰,۱۰۱۶/j.cor.۲۰۲۰,۱۰۵۰۴۸

۷- پیوست



شبکه با ۵۵ گره