

## ارائه روشی چند مرحله‌ای از وزن مشترک و TOPSIS به منظور رتبه‌بندی واحدها

محمد همتی<sup>۱\*</sup>، سعیده عباسی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، گروه مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان، ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان، ایران

پذیرش: ۱۳۹۵/۰۳/۱۵

دریافت: ۱۳۹۴/۱۱/۱۰

### چکیده

در ارزیابی سازمان‌ها و نهادها، یکی از مهم‌ترین اهداف، رتبه‌بندی واحدها براساس میزان عملکرد می‌باشد. با توجه به اینکه روش‌های رایج ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیری در تحلیل پوششی داده‌ها ممکن است به چندین واحد کارا ختم شود، همواره انتخاب بهترین واحد از بین تمام واحدها، یکی از مشکلات اصلی در تحلیل پوششی داده‌هاست. روش‌های متعددی برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده ارائه شده است. در این مقاله یکی از روش‌های جدید به نام وزن مشترک با جزئیات مورد بررسی قرار گرفته است. دو روش وزن مشترک و تاپسیس بر روی داده‌های واقعی مربوط به ۱۷ بانک در استان سمنان بررسی شده است. نتایج نشان‌دهنده این است که هر دو روش به رتبه‌بندی کاملی دست یافته‌اند، اما در مقایسه بین دو روش نتایج بیانگر این امر است که رتبه‌بندی با وزن مشترک همخوانی بیشتری با واقعیت دارد. به علاوه روش وزن مشترک غیر پارامتری می‌باشد و براساس کارایی (نسبی) واحدهای کارا، رتبه بهتری کسب کرده است. در روش پیشنهادی همه واحدهای تصمیم‌گیری با هم در نظر گرفته شده‌اند، در حالی که در تاپسیس این‌گونه نیست.

**واژه‌های کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌ها، تاپسیس، رتبه‌بندی، وزن مشترک.

## ۱- مقدمه

روش تحلیل پوششی داده‌ها به موضوع رساله دکتری رودز به راهنمایی پروفیسور کوپر برمی‌گردد که عملکرد مدارس دولتی ایالات متحده آمریکا را مورد ارزیابی قرار داد. این مطالعه منجر به چاپ اولین مقاله درباره معرفی عمومی تحلیل پوششی داده‌ها در سال (۱۹۷۸) شد. در این مقاله، سه متخصص تحقیق در عملیات از طریق برنامه‌ریزی ریاضی، اندازه‌گیری کارایی را معرفی کردند و روش تحلیل پوششی داده‌ها به‌گونه‌ای که خصوصیت فرایند تولید با چند عامل تولید (نهاده) و چند محصول (ستاده) را در برگیرد، به ادبیات اقتصادی اضافه شد [۱].

متجانس بودن واحدهای تصمیم‌گیرنده یک مبحث اساسی در تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد. منظور از واحدهای تصمیم‌گیرنده متجانس، واحدهایی است که عمل مشابه دارند و با دریافت ورودی‌های مشابه، خروجی‌های مشابه تولید می‌کنند، برای مثال شعب یک بانک که با دریافت امکاناتی مانند کارکنان، فضای اداری، تجهیزات رایانه‌ای و ... به جمع‌آوری سپرده، حصول سود و عرضه خدمات می‌پردازند، متجانس می‌باشند [۲].

در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها<sup>۱</sup> مانند CCR و BCC در سنجش واحدهای تصمیم‌گیرنده معمولاً بیش از یک واحد تصمیم‌گیری، به مرز کارایی می‌رسند. بنابراین انتخاب یک یا چند واحد کارا از بین چندین واحد کارا ممکن نخواهد بود. از طرفی چون در مدل‌های کلاسیک وزن‌های ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده، در هر واحد جداگانه حساب می‌شود، مقایسه آنها امکان‌پذیر نخواهد بود، به این ترتیب یکی از فعالیت‌هایی که در مطالعات مربوط به تحلیل پوششی داده‌ها انجام می‌شود، ارائه روش‌هایی به‌منظور رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری است. سیستم‌هایی را که شامل چندین (و یا حتی یک) ورودی و خروجی هستند می‌توان در تحلیل پوششی داده‌ها مورد بررسی قرار داد و با توجه به مدل‌های کلاسیک مانند CCR می‌توان به تعریف کارایی که نسبت مجموع وزن‌دار خروجی به مجموع وزن‌دار ورودی است، بهینه‌سازی مناسبی انجام داد [۳، صص ۶۳۰۱-۶۳۱۰].

چارنز و همکاران در سال ۱۹۸۵ اهمیت واحدهای تصمیم‌گیرنده را از لحاظ مرجع بودن برای سایر واحدهای تصمیم‌گیرنده، به‌عنوان معیاری برای رتبه‌بندی پیشنهاد کردند [۴]. همچنین، چارنز و همکاران روش دیگری را برای مشخص کردن واحدهای تصمیم‌گیرنده مرجع پیشنهاد کردند. به این ترتیب که تغییر خروجی چنین واحدهایی

تا چه حد اندازه کارایی دیگر واحدها را تغییر می‌دهند. با این حال بیان نشد که چگونه می‌توان چنین معیاری را اندازه‌گیری کرد [۵]. هدف اصلی این مقاله، ارائه مدلی از وزن مشترک و تاپسیس به منظور رتبه‌بندی واحدها با نگاه کارایی و سرآمدی است.

## ۲- مبانی تحقیق

در سالیان اخیر روش‌های زیادی جهت رتبه‌بندی واحدهای کارا ارائه شده است که در اینجا به روش‌های متداول‌تر اشاره می‌شود. برخی از این روش‌ها یک رتبه‌بندی کامل ایجاد می‌کنند. برخی دیگر نیز از بین چندین واحد تصمیم‌گیری، تعدادی از آنها را به عنوان کارا معرفی می‌کنند که با توجه به کاربرد آنها می‌توان از روش‌های مختلف، متناسب با نیاز استفاده کرد.

## ۲-۱- کارایی متقاطع

وانگ، چین و لو<sup>۲</sup> در سال ۲۰۱۱ چندین روش جدید مبتنی بر کارایی متقاطع<sup>۳</sup> از طریق معرفی واحد تصمیم‌گیرنده ایده‌آل مجازی<sup>۴</sup> و واحد تصمیم‌گیرنده ضد ایده‌آل مجازی<sup>۵</sup> ارائه کردند و با کمک چندین مثال عددی، قابل اجرا بودن روش را نشان دادند. آنها یک مدل کارایی متقاطع در تحلیل پوششی داده‌ها از دیدگاه بدترین حالت ممکن<sup>۶</sup> ارائه کردند و این‌گونه در نظر گرفتند که هر واحد تصمیم‌گیری باید در پی مجموعه‌ای از وزن‌ها برای حداکثر کردن فاصله خود از واحد تصمیم‌گیری ضد ایده‌آل باشد. فاصله بیشتر از واحد تصمیم‌گیری ضد ایده‌آل، به معنای کارایی بیشتر است [۶].

جانوس و ریتا<sup>۷</sup> در سال ۲۰۱۲ با ایده مقایسه جفتی واحدهای تصمیم‌گیری مبتنی بر روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی، روشی جدید برای الحاق روش‌هایی به تحلیل پوششی داده‌ها به منظور استخراج وزن‌ها از ماتریس‌های مقایسه‌ای جفتی ارائه کردند. ایده اصلی آنها استفاده از چند مسئله مختلف CCR به جای یک مسئله واحد است. [۷]. آلکاراز<sup>۸</sup> و دیگران در سال ۲۰۱۳ روشی را پیشنهاد کردند که در آن ارزیابی کارایی متقاطع، محدوده‌ای از رتبه‌بندی‌های ممکن را برای هر واحد تصمیم‌گیری مشخص می‌کند [۸].

## ۲-۲- ابرکارایی

رضایی و دیگران در سال ۲۰۱۲ با استفاده از نرم چپیشف مدلی همواره شدنی با استفاده از واحد تصمیم‌گیری‌های حداکثر کارا ارائه کردند که برخی دشواری‌های روش AP را مرتفع می‌کرد [۹].

میرهاشمی و ایزدی‌خواه در سال ۲۰۱۳ با توسعه سه شاخص ارزیابی و بررسی یک مثال عددی روش خود را ارائه نمودند [۱۰].

## ۲-۳- تصمیم‌گیری چند معیاره

حسین‌زاده لطفی و دیگران در سال ۲۰۱۲ روشی مبنی بر تاپسیس<sup>۹</sup> و واحدهای تصمیم‌گیری مجازی ارائه کردند و از اختلاف بین فاصله مرکز ثقل همه واحدهای تصمیم‌گیری کارا نسبت به نقطه ایده‌آل و نقطه ضد ایده‌آل، از حذف تک به تک واحدهای تصمیم‌گیری استفاده کردند. از مزایای این روش می‌توان به این مساله اشاره نمود که همواره شدنی است و محاسبات آن نیز ساده می‌باشد [۱۱].

عزیزی در سال ۱۳۹۱ از رویکرد DEA با مرز دوگانه (کارایی خوشبینانه و بدبینانه) بهترین واحد را بدون نیاز به تحمیل هیچ گونه محدودیت وزنی ذهنی انتخاب کرد [۱۲]. میرغفوری و همکاران در سال ۱۳۹۱ با استفاده از تئوری خاکستری و تحلیل پوششی داده‌ها، مدلی برای ارزیابی و رتبه‌بندی شرکت‌های مخابرات ارائه دادند [۱۳]. عزیزی و جاهد در سال ۱۳۹۴ یک عملکرد کلی جدیدی را پیشنهاد کردند که برای ادغام کارایی‌های به دست آمده از دیدگاه‌های خوش‌بینانه و بدبینانه استفاده نمودند و آن را برای شناسایی بهترین واحد به کار گرفتند [۱۴].

## ۲-۴- منطق فازی

یک روش بسیار جالب و غیرمعمول برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری که توسط ون و لی<sup>۱۰</sup> در سال ۲۰۰۹ ارائه شد، استفاده از منطق فازی<sup>۱۱</sup> می‌باشد. آنها با استفاده از به‌کارگیری اطلاعات فازی در تحلیل پوششی داده‌ها و به‌عنوان یک تأثیر جانبی در آن به رتبه‌بندی کاملی دست پیدا کردند. به دلیل پیچیدگی این روش، حل آن با روش‌های معمول دشوار است بنابراین یک الگوریتم هوشمند مرکب<sup>۱۲</sup> به کار گرفته شد و از شبیه‌سازی فازی در کنار الگوریتم ژنتیک<sup>۱۳</sup> استفاده شد [۱۵].

رنجبر نیز در سال ۲۰۱۳ یک روش یکپارچه با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و مدل نسبت‌های ترجیحی - اولویت‌دار - فازی را برای تحلیل پوششی داده‌های تصادفی ارائه کرد که روشی غیرخطی بوده و از طریق یک مثال عددی تبیین شده است [۱۶].

ون<sup>۱۴</sup> و دیگران در سال ۲۰۱۳ نیز سه روش برای رتبه‌بندی کامل واحدهای تصمیم‌گیرنده در تحلیل پوششی داده‌های نامشخص و غیرقطعی مبنی بر تئوری عدم قطعیت<sup>۱۵</sup> ارائه نمودند و با یک مثال عددی به تبیین روش خود پرداختند [۱۷].  
حمیدی و همکاران در سال ۱۳۹۱ با در نظر گرفتن روابط متقابل و غیر متقابل بین معیارها و زیرمعیارها، با استفاده از فرایند تحلیل شبکه‌ای فازی<sup>۱۶</sup> و انتگرال چوکت (انتگرال فازی غیر جمعی) بهترین واحد را انتخاب کردند [۱۸].

#### ۲-۵- قیمت سایه

در قیمت سایه<sup>۱۷</sup> با اضافه کردن یک وجه جدید به مدل‌های واحد تصمیم‌گیری بدون تغییر در آن، به‌عنوان تابع تولید کارا و ارائه فرمول‌هایی برای درآمد کل و هزینه کل برای هر واحد تصمیم‌گیری و سپس مقایسه جفتی واحدهای تصمیم‌گیری با همدیگر، روش‌هایی برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری ارائه شده است [۱۹].

میردهقان و شیرزادی در سال ۲۰۱۲ روشی را مبتنی بر کارایی هزینه واحدهای تصمیم‌گیری ارائه کردند که در آن قیمت ورودی‌ها موجود است و تأثیر هر واحد تصمیم‌گیری بر کارایی هزینه‌های واحدهای تصمیم‌گیری دیگر محاسبه می‌شود [۲۰].

#### ۲-۶- وزن مشترک

وانگ و لو<sup>۱۸</sup> در سال ۲۰۰۶ روش تاپسیس را در تحلیل پوششی داده‌ها مورد استفاده قرار دادند. آنها دو واحد تصمیم‌گیری مجازی - ایده‌آل و ضد ایده‌آل - به‌منظور اندازه‌گیری کارایی در بهترین و بدترین حالت ممکن برای همه واحدهای تصمیم‌گیری معرفی کردند و دو مدل جدید از دیدگاه خوش وضع و بد وضع پیشنهاد کردند [۲۱].  
لیو و پنگ<sup>۱۹</sup> در سال ۲۰۰۸ روشی را برای محاسبه یک مجموعه مشترک از وزن‌ها در واحد تصمیم‌گیری‌های فقط کارا ارائه کردند که به‌وسیله‌ی کارایی گروهی<sup>۲۰</sup> به نتیجه می‌رسد [۲۲].

جهانشاهلو و دیگران در سال ۲۰۱۰ دو روش ارائه کردند که در اولی یک خط ایده‌آل برای محاسبه مجموعه وزن مشترک برای واحدهای تصمیم‌گیری کارا مورد استفاده قرار می‌گیرد و در روش دوم نخست یک خط ویژه تعریف شده و سپس همه واحدهای تصمیم‌گیری کارا با آن خط مقایسه شده و در نهایت رتبه‌بندی می‌شوند [۲۳].

حسین‌زاده لطفی و دیگران در سال ۲۰۱۲ روشی دو مرحله‌ای پیشنهاد دادند که در مرحله نخست ماتریس مقایسه‌ای جفتی برای هر جفت واحد تصمیم‌گیرنده ساخته می‌شود و در مرحله دوم، رتبه‌بندی به کمک برنامه‌ریزی هدف<sup>۲۱</sup> صورت می‌پذیرد. از نقاط قوت این روش می‌توان به این مورد اشاره کرد که این مدل همواره شدنی است [۲۴].

سان<sup>۲۲</sup> و دیگران با در نظر گرفتن واحد تصمیم‌گیری ایده‌آل و ضد ایده‌آل و از دو نقطه نظر خوش وضع و بد وضع، دو روش متفاوت با رتبه‌بندی کامل ارائه کرده و صحت آن‌را با بررسی دو مثال عددی نشان دادند؛ هر چند که روش پیشنهادی آنان غیرخطی به نظر می‌رسد اما به کمک روش‌های متداول قابل حل است [۳، صص ۶۳۰۱-۶۳۱۰].

پایان و دیگران در سال ۲۰۱۴، با تعریف واحد تصمیم‌گیری ایده‌آل به عنوان یک معیار برای واحدهای تصمیم‌گیری کارآمد و ارائه تفسیر هندسی، یک مدل برای پیدا کردن مجموعه وزن مشترک به دست آوردند [۲۵].

برزگری‌نژاد و دیگران در سال ۲۰۱۴ یک روش برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری در تحلیل پوششی داده‌ها براساس نقاط ایده‌آل و ضد ایده‌آل در مجموعه امکان تولید پیشنهاد کرده‌اند. علاوه بر این، یک مدل معرفی نمودند تا عملکرد یک واحد تصمیم‌گیری برای این دو نقطه را با استفاده از مجموعه مشترک وزن‌ها محاسبه نماید [۲۶].

### ۳- روش تحقیق

این تحقیق از نوع تحقیقات کاربردی می‌باشد که نتیجه حاصل از این تحقیق هم برای بانک‌های کشور و هم برای مشتریان که از خدمات بانک‌ها استفاده می‌کنند، مفید

خواهد بود و نوع روش تحقیق، توصیفی تحلیلی است که به بررسی داده‌های واقعی می‌پردازد و رتبه‌بندی گزینه‌ها براساس تحلیل‌های منطقی و ریاضی انجام می‌شود. جامعه آماری مورد نظر در این تحقیق شامل ۲۸ بانک و مؤسسه مالی عضو نظام پرداخت کشور است که با توجه به دسترسی نداشتن به اطلاعات برخی از اعضا، ۱۷ بانک انتخاب شدند که از این بانک‌ها ۹ بانک دولتی و ۸ بانک خصوصی هستند. در این قسمت دو روش وزن مشترک و تاپسیس بر داده‌های واقعی مربوط به ۱۷ بانک در استان سمنان بررسی می‌شوند. مراحل اجرایی روش پیشنهادی به شرح زیر است:

### ۳-۱- روش تاپسیس

**گام اول**، تعیین وزن شاخص‌ها با استفاده از روش آنتروپی: از آنجا که ماتریس تصمیم‌گیری مدل مشخص است، می‌توان از روش آنتروپی به عنوان معیاری برای ارزیابی شاخص‌ها استفاده کرد.

**گام دوم**، رتبه‌بندی واحدها با استفاده از روش تاپسیس در این گام گزینه‌ای از رتبه‌بندی بالاتری برخوردار خواهد بود که کمترین فاصله را از نقطه ایده‌آل مثبت و بیشترین فاصله با ایده‌آل منفی داشته باشد. مراحل روش تاپسیس به اختصار به شرح زیر است:

**قدم اول**: تبدیل ماتریس تصمیم‌گیری موجود به یک ماتریس بی‌مقیاس شده.

**قدم دوم**: ایجاد ماتریس بی‌مقیاس وزن‌دار. در این گام بردار وزن از روش‌های مختلفی مانند آنتروپی شانون به دست می‌آید.

**قدم سوم**: مشخص کردن راه‌حل ایده‌آل و راه‌حل ایده‌آل منفی.

**قدم چهارم**: محاسبه فاصله واحد  $i$  ام با خط ایده‌آل. در این گام از معیارهای فاصله‌یابی مانند اقلیدسی می‌توان استفاده کرد.

**قدم پنجم**: محاسبه نزدیکی نسبی  $A_i$  به راه‌حل ایده‌آل. این نزدیکی نسبی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$cl_{i+} = \frac{d_{i-}}{(d_{i+} + d_{i-})}, 0 \leq cl_{i+} \leq 1, i = 1, 2, \dots, m$$

قدم ششم: رتبه‌بندی گزینه‌ها. براساس ترتیب نزولی

### ۳-۲- مدل وزن مشترک

با استفاده از مفهوم کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها فرض کنید مجموعه‌ای از  $n$  تا واحدهای تصمیم‌گیرنده وجود دارد و هر  $DMU_j$  که  $j=1,2, \dots, n$  خروجی مختلف با  $m$  ورودی مختلف تولید می‌کند که به صورت  $x_{ij}$  و  $y_{rj}$  نمایش داده می‌شود. در اینجا  $x_{ij}$  و  $y_{rj}$  مثبت هستند. برای هر  $DMU_d$  مورد ارزیابی که  $d=1,2, \dots, n$  مقدار کارایی با روش CCR به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

مدل (۱)

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{r=1}^s \mu_{rd} y_{rd} = E_{dd}, \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m w_{id} x_{ij} - \sum_{r=1}^s \mu_{rd} y_{rj} \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^m w_{id} x_{id} = 1, \\ & w_{id} \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ & \mu_{rd} \geq \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s. \end{aligned}$$

و دوگان مدل (۱) برابر است با:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_0 \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_0 x_{i0}, \quad i = 1, \dots, m, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s, \\ & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

مدل (۲)

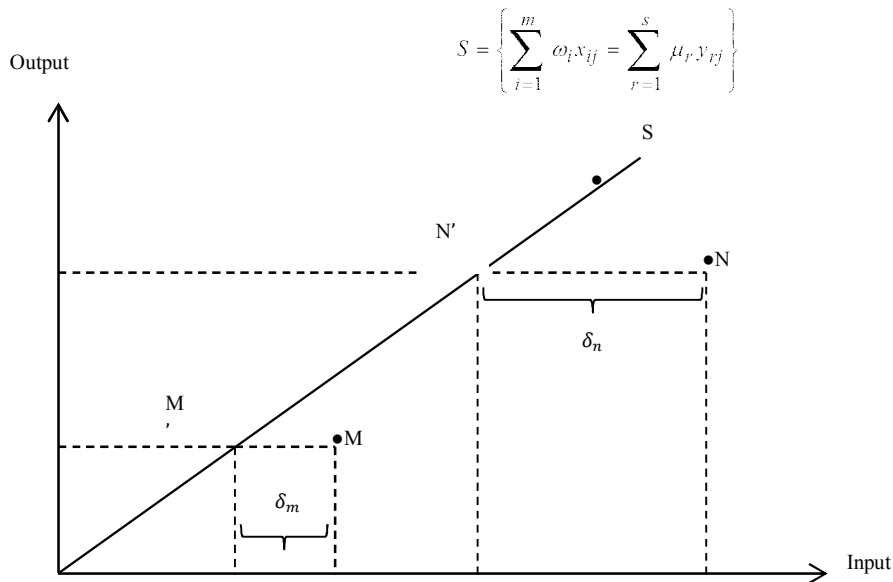


یک خصوصیت مدل CCR کلاسیک فوق این است که به هر واحد تصمیم‌گیرنده اجازه می‌دهد تا با کمک وزن‌های مناسب، کارایی را اندازه‌گیری کرده و آن را ماکزیمم کند. بنابراین کارایی واحدهای مختلف را که با مجموعه‌ای از وزن‌های مختلف به دست آمده‌اند، نمی‌توان با همدیگر و بر همان پایه، مقایسه و رتبه‌بندی نمود. علاوه بر این معمولاً بیش از یک واحد کارا وجود خواهد داشت که به سبب انعطاف در انتخاب وزن‌ها رخ می‌دهد. با توجه به مدل CCR مدل پیشنهادی به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \min D_I &= \sum_{j=1}^n \delta_j \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} - \delta_j &= \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}, j = 1, 2, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^m w_i x_{\min} &= 1, \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{\max} &= 1, \\ w_i &\geq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, m, \\ \mu_r &\geq \varepsilon, r = 1, 2, \dots, s, \\ \delta_j &\geq 0, j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad \text{مدل (۳)}$$

به عبارت دیگر:

$$S = \left\{ (x, y) \left| x = \sum_{i=1}^m w_i x_{ij}, y = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}, x = y \right. \right\}.$$



شکل ۱ تصویری برای بیان مدل (۳)

$$M = \left( \sum_{i=1}^m \omega_i x_{im} = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rm} \right)$$

به عنوان مثال در شکل ۱ نقطه  $s$  چنین وضعیتی دارد. برای هر  $DMU_N$  و  $DMU_M$  اگر مجموعه‌ای از وزن‌ها به صورت  $\{\omega_1, \dots, \omega_m, \mu_1, \dots, \mu_m\}$  داده شده باشد، آنگاه نقطه ایده‌آل متناظر با آنها بر خط  $OS$  به عنوان  $M'$  و  $N'$  می‌باشد.  $\delta_m$  به عنوان فاصله مجازی بین نقطه  $M$  و  $M'$  تعریف می‌شود. همچنین برای  $N$  و  $N'$   $\delta_n$  به عنوان فاصله مجازی بین نقطه  $N$  و  $N'$  تعریف می‌شود.

در مدل (۳) سعی بر این است تا مجموعه‌ای بهینه از وزن‌ها یعنی  $\{\omega_1, \dots, \omega_m, \mu_1, \dots, \mu_m\}$  طوری محاسبه شوند که هر دو نقطه  $M$  و  $N$  در زیر خط ایده‌آل بتوانند به نقطه هدف خود بر روی خط  $OS$ ، یعنی  $M'$  و  $N'$  تا جای ممکن نزدیک شوند؛ به عبارت دیگر مجموع فاصله‌های مجازی نسبت به خط ایده‌آل، یعنی  $\delta_m + \delta_n$ ، زمانی کوچک‌ترین مقدار را انتخاب خواهد کرد که از وزن‌های بهینه ساخته شده استفاده

کنند.  $\delta_n$  و  $\delta_m$  به عنوان فاصله بین مجموع وزن‌دار  $s$  خروجی و مجموع وزن‌دار  $m$  ورودی لحاظ می‌شوند. تابع هدف مدل (۳) این فاصله را به منظور افزایش کارایی تا حد ممکن کوتاه می‌سازد. شاید بتوان این مورد را نیز مورد بحث قرار داد که باید مراقب فاصله بین هر ورودی و خروجی واحد تصمیم‌گیری بود. به عبارت دیگر فاصله بین واحد تصمیم‌گیری مورد ارزیابی و واحد تصمیم‌گیری ایده‌آل مجازی را نیز می‌توان حساب کرد. بنابراین مدل (۴) به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned} \min D_I &= \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} - \sum_{i=1}^m w_i x_{i\min} \right) + \sum_{j=1}^n \left( \sum_{r=1}^s \mu_r y_{\max} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} \right), \\ s.t. \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} &\geq 0, j = 1, 2, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^m w_i x_{i\min} &= 1, \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{\max} &= 1, \\ w_i &\geq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, m, \\ \mu_r &\geq \varepsilon, r = 1, 2, \dots, s. \end{aligned} \quad \text{مدل (۴)}$$

از مدل (۴) مشخص است که فاصله بین  $DMU_j$  و  $DMU_1$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_j^{IDMU} = \left( \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} - \sum_{i=1}^m w_i x_{i\min} \right) + \left( \sum_{r=1}^s \mu_r y_{\max} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} \right)$$

هدف مدل (۴) این است که یک حل بهینه به صورت  $(\omega_i^*, \mu_r^*)$  را طوری به دست آورد که مجموع همه‌ی فاصله‌های بین تمام واحدهای تصمیم‌گیری و واحد تصمیم‌گیری ایده‌آل کمترین مقدار ممکن را ایجاد کند. با مقایسه مدل (۳) و (۴)، مدل (۳) به منظور کوتاه‌کردن فاصله بین مجموع خروجی‌های وزن‌دار و مجموع ورودی‌های وزن‌دار برای همه واحدهای تصمیم‌گیری می‌باشد. مدل (۴) فاصله بین همه واحدهای تصمیم‌گیری و واحد تصمیم‌گیری ایده‌آل را مینیمم می‌سازد؛ در حقیقت هر دو مدل باهم برابر هستند. به عبارت دیگر اگر  $(\omega_i^*, \mu_r^*, \delta_j^*)$  یک حل بهینه مدل (۳) باشد آنگاه:

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{i=1}^m \omega_i^2 + \sum_{r=1}^s \mu_r^2 \\
 & s.t. \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} \right) = D_I^*, \\
 & \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} \geq 0, \\
 & \sum_{i=1}^m \omega_i x_{min} = 1, \\
 & \sum_{r=1}^s \mu_r y_{max} = 1, \\
 & \omega_i \geq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, m, \\
 & \mu_r \geq \varepsilon, r = 1, 2, \dots, s.
 \end{aligned}
 \tag{۵} \text{ مدل}$$

از نظر ریاضی می‌توان اثبات کرد که مدل ارائه شده جواب بهینه یکتا دارد زیرا قیود آن یک مجموعه محدب ناتهی بوده و تابع هدف مدل نیز در دامنه تعریف آن محدب می‌باشد [۳، صص ۶۳۰۱-۶۳۱۰].

داده‌های استفاده شده در این تحقیق از نوع داده‌های حقیقی هستند. هفده واحد تصمیم‌گیری - که همه این واحدها، بانک‌های عضو شبکه شتاب بوده و هر یک از آنها با چهار ورودی و یک خروجی قابل ارزیابی می‌باشند. در این تحقیق برای به دست آوردن شاخص‌های ورودی و خروجی، پس از مطالعات نظری از ابزارها و تجهیزات بانکداری در سطح استان شاخص‌هایی جمع‌آوری شد و با توجه به محدودیت‌های موجود در جمع‌آوری داده‌ها، بعضی از شاخص‌ها و با نظر کارشناسان خبره بانکی و کارشناسان بخش بانکداری و با در نظر گرفتن آمارهای موجود بعضی از شاخص‌های کم اهمیت حذف شد. در نهایت چهار شاخص ورودی و یک شاخص خروجی انتخاب گردید. آمار شاخص‌های تعداد شعب، رکارکنان، دستگاه‌های خودپرداز و پایانه فروش مربوط به اسفند ماه سال ۹۳ و به صورت یک‌ماهه است.

#### ۴- تجزیه و تحلیل داده‌ها

در این مقاله از روش وزن مشترک در تحلیل پوششی داده‌ها برای رتبه‌بندی بانک‌ها استفاده شده است. همچنین مقایسه‌ای با روش تاپسیس نیز انجام شده است.

مدل‌های مختلف فوق با نرم‌افزارهای ممتیکا و لینگو پیاده‌سازی شده و در اینجا به دلیل دقیق‌تر بودن پاسخ نرم‌افزار ممتیکا<sup>۲۳</sup>، از نتایج این نرم‌افزار استفاده شده است. داده‌های این مسئله در جدول ۱ آورده شده است که شامل ۱۷ واحد تصمیم‌گیرنده است و هر کدام ۴ ورودی و ۱ خروجی دارند. شاخص‌های ورودی عبارتند از تعداد دستگاه خودپرداز<sup>۲۴</sup>، تعداد دستگاه پایانه فروش<sup>۲۵</sup>، تعداد شعب و تعداد کارکنان. همچنین ستون ششم جدول مذکور داده‌های خروجی را نمایش می‌دهد که مانده مؤثر می‌باشد.

سؤال اصلی تحقیق عبارت است از:

آیا بانک‌های استان با توجه به تعداد تجهیزات و نیروی انسانی به کار رفته شده، عملکرد مطلوبی در جذب نقدینگی مشتریان داشته‌اند؟ به عبارت دیگر رتبه آنها در بازار پول چگونه است؟

سؤال فرعی (ویژه) عبارت است از:

کدام یک از روش‌های تاپسیس و وزن مشترک رتبه‌بندی بهتری ارائه می‌کنند؟

جدول ۱ داده‌های جمع‌آوری شده برای شاخص‌های ورودی و خروجی در سطح استان سمنان

خروجی	ورودی‌ها			تعداد دستگاه‌های خودپرداز	نام بانک
	تعداد رکارکنان	تعداد شعب	تعداد دستگاه‌های پایانه فروش		
مانده مؤثر (میلیون ریال)					
۶۷۴۹۰۹۰	۴۶۶	۴۳	۷۰۰۰	۹۱	ملی
۴۲۱۴۹۳۹	۳۳۴	۲۹	۳۷۸۳	۵۰	صادرات
۶۱۶۰۹۸۹	۳۲۶	۲۳	۷۵۳۳	۶۹	ملت
۴۰۳۲۹۹۹	۳۴۹	۳۳	۲۱۶۳	۶۲	تجارت
۱۷۹۳۴۶۹	۱۹۶	۲۷	۷۵۷	۴۱	سپه
۲۲۵۶۸۸۴	۱۶۸	۱۹	۲۵۹۱	۲۵	رفاه
۱۷۳۱۱۲۲	۷۵	۹	۹۰۰	۲۶	انصار
۴۵۸۵۷۵۸	۳۷۳	۴۴	۲۰۶۳	۶۰	کشاوری
۳۰۸۵۹۹۵	۱۹۸	۲۱	۸۰۰	۳۲	مسکن
۱۹۴۰۴۰	۳۸	۶	۹۲۰	۱۲	پست‌بانک
۷۳۷۷۶۱	۲۱	۲	۴۱۶	۲	صنعت و معدن
۵۹۱۲۹	۷	۱	۱	۱	توسعه صادرات
۴۷۱۳۹۹	۸۱	۷	۶۴۲	۱۲	توسعه تعاون
۴۶۰۰۳۵	۴۵	۹	۵۰۲	۱۶	قرض‌الحسنه مهر ایران
۴۱۰۲۲۰۲	۸۲	۱۲	۱۱۸۸	۱۳	قوامین
۵۰۹۴۰۰۰	۹۸	۱۲	۹۹	۱۴	مهر اقتصاد
۳۰۷۸۸	۲۰	۴	۵	۲	صندوق کارآفرینی امید

#### ۴-۱- اجرای روش تاپسیس

گام یک: با استفاده از تکنیک آنتروپی، وزن هر یک از شاخص‌ها به شرح جدول ۲ به دست آمده است.

جدول ۲ ارزش هریک از شاخص‌ها با استفاده از تکنیک آنتروپی

شاخص	تعداد شعب	تعداد رکارکنان	تعداد دستگاه خودپرداز	تعداد پایانه فروش	مانده مؤثر
وزن	۰/۱۴۶۰۲	۰/۱۸۴۶۳	۰/۱۸۱۳۲۷	۰/۲۹۸۳۹۵	۰/۱۸۹۶۳

گام دوم: با استفاده از تکنیک تاپسیس رتبه‌بندی بانک‌ها براساس نزدیکی به راه‌حل ایده‌آل به دست می‌آید. بانکی که فاصله کمتری از ایده‌آل مثبت و فاصله بیشتری از ایده‌آل منفی داشته باشد، رتبه بالاتری خواهد داشت. نتایج در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳ رتبه‌بندی بانک‌های تحقیق سطح استان سمنان با استفاده از تکنیک تاپسیس

رتبه	$e_{ij+}$	نام بانک
۱	۰/۷۴۲۰۹۲	ملت
۲	۰/۶۵۶۳۲۱	ملی
۳	۰/۴۸۴۶۵	صادرات
۴	۰/۳۹۴۲۰۹	رفاه
۵	۰/۳۸۶۲۴	تجارت
۶	۰/۳۷۷۳۶۶	قوامین
۷	۰/۳۷۰۹۹۸	کشاورزی
۸	۰/۳۵۳۶۶۶	مهر اقتصاد
۹	۰/۳۵۲۴۳۹	انصار
۱۰	۰/۳۴۵۱۰۲	پست بانک
۱۱	۰/۳۴۱۱۱۸	صنعت و معدن
۱۲	۰/۳۳۳۳۷۷	توسعه صادرات
۱۳	۰/۳۲۸۸۷۷	قرض‌الحسنه مهر ایران
۱۴	۰/۳۲۴۰۴۴	صندوق کارآفرینی امید
۱۵	۰/۳۲۱۱۳۶	توسعه تعاون
۱۶	۰/۳۰۸۲۲۶	مسکن
۱۷	۰/۲۸۸۷۷۴	سپه

#### ۴-۲- اجرای روش وزن مشترک

نخست اختصاراتی که در جداول مورد استفاده قرار گرفته شده‌اند به شرح زیر بیان می‌شود:

$W_i$ : وزن‌های ورودی،  $U_i$ : وزن‌های خروجی، INL: ایده‌آل غیرخطی  
جدول ۴ مقادیر وزن‌های ورودی و خروجی را که با نرم‌افزار متمتیکا حاصل شده است، نشان می‌دهد.  
بنابراین وزن‌های مشترک عبارتند از ۴ وزن ورودی و ۱ وزن خروجی که برای تمام واحدهای تصمیم‌گیری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

جدول ۴ وزن‌های به دست آمده با کمک نرم‌افزار متمتیکا

وزن‌ها	INL
$W_1$	$1 \times 10^{-16}$
$W_2$	$6/39451 \times 10^{-11}$
$W_3$	1
$W_4$	$-2/57952 \times 10^{-9}$
$\mu_1$	0/000148168

اطلاعاتی که در جدول شماره ۵ نمایش داده شده است، مقادیر کارایی واحدهای تصمیم‌گیری است که به وسیله نرم‌افزار متمتیکا حاصل شده است.

جدول ۵ مقادیر واحدهای تصمیم‌گیرنده به کمک نرم‌افزار متمتیکا

نام بانک	INL
ملی	۰/۰۲۳۲۵۵۸
صادرات	۰/۰۲۱۵۳۵۲
ملت	۰/۰۳۹۶۸۹۷
تجارت	۰/۰۱۸۱۵۲۸
سپه	۰/۰۹۸۴۲۰۳
رفاه	۰/۰۱۷۵۵۹۹۹
انصار	۰/۰۲۸۴۹۹۷
کشاورزی	۰/۰۱۵۴۴۲۳
مسکن	۰/۰۲۱۷۷۳۶
پست بانک	۰/۰۰۴۷۹۱۱۷۶
صنعت و معدن	۰/۰۵۴۶۵۶۳
توسعه صادرات	۰/۰۰۸۷۶۱۰۳
توسعه تعاون	۰/۰۰۹۹۷۸۰۴
قرض‌الحسنه مهر ایران	۰/۰۰۷۵۷۳۶۱
قوامین	۰/۰۵۰۶۵۱۲
مهر اقتصاد	۰/۰۶۲۸۹۷۴
صندوق کارآفرینی امید	۰/۰۰۱۱۴۰۴۵

جدول شماره ۶، رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری را ارائه کرده است که واحد تصمیم‌گیری بانک مهر اقتصاد، بالاترین رتبه و بعد از آن واحد تصمیم‌گیری بانک صنعت و معدن و سپس واحد تصمیم‌گیری بانک قوامین تا اینکه آخرین رتبه مربوط به واحد تصمیم‌گیری صندوق کارآفرینی امید است.



جدول ۶ رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده

رتبه	INL
۱.	مهر اقتصاد
۲.	صنعت و معدن
۳.	قوامین
۴.	ملت
۵.	انصار
۶.	ملی
۷.	مسکن
۸.	صادرات
۹.	تجارت
۱۰.	رفاه
۱۱.	کشاورزی
۱۲.	توسعه تعاون
۱۳.	سپه
۱۴.	توسعه صادرات
۱۵.	قرض‌الحسنه مهر ایران
۱۶.	پست بانک
۱۷.	صندوق کارآفرینی امید

### ۵- نتیجه‌گیری

با توجه به رتبه‌بندی انجام شده، روش وزن مشترک از نظر کارشناسان خبره بانکی رتبه‌بندی بهتری نسبت به روش تاپسیس ارائه کرده است و به واقعیت نزدیک‌تر است.

از وجوه اشتراک دو روش مذکور می‌توان به وزن‌دهی به کمک قضاوت ذهنی، دیدگاه ماتریسی به ورودی و خروجی‌ها، معیار فاصله اقلیدسی، بی‌مقیاس بودن داده‌ها و مناسب بودن برای داده‌های کیفی اشاره کرد. همچنین هر دو روش بر مبنای کوتاه‌ترین فاصله از خط ایده‌آل و بیشترین فاصله از خط ضد ایده‌آل می‌باشند. وجوه افتراق را می‌توان به شرح زیر بیان کرد:

- روش وزن مشترک براساس کارایی نسبی بوده و در تاپسیس کارایی تعریف نمی‌شود (جدول‌های ۳ و ۶)؛
- در وزن مشترک همه واحدهای تصمیم‌گیری با هم در نظر گرفته می‌شوند در حالی که در تاپسیس این طور نیست (جدول‌های ۲ و ۴)؛
- تاپسیس برنامه‌ریزی تک‌هدفه‌ای است و برنامه‌ریزی خطی نیست اما وزن مشترک برنامه‌ریزی خطی است؛
- مفهوم وزن در دو روش تاپسیس و وزن مشترک متفاوت است؛
- اصلی‌ترین نقطه ضعف تاپسیس، عدم ارائه وزن‌ها و همچنین عدم بررسی سازگاری‌های قضاوتی است. بنابراین این روش نیاز به رویه‌ای کارا دارد تا اهمیت نسبی شاخص‌های مختلف را با توجه به هدف تعیین کند؛
- در روش تاپسیس، مقایسه‌ای بین گزینه‌ها صورت نمی‌گیرد و وزن گزینه‌ها بدون مقایسه با سایر گزینه‌ها محاسبه می‌شود؛
- عمده‌ترین انتقاد وارد شده بر روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه<sup>۲۶</sup> - که تاپسیس هم یکی از این روش‌ها می‌باشد - این است که زمان به‌کارگیری روش‌های مختلف برای یک مسئله خاص، روش‌ها، جواب‌های مختلف و گوناگونی ارائه خواهند کرد که سبب سردرگمی کاربران برای انتخاب روش مناسب‌تر خواهد شد.
- با توجه به توضیحات ارائه شده می‌توان ادعا کرد که روش وزن مشترک در تحلیل پوششی داده‌ها، ارزیابی واقع‌تری از واحدها ارائه می‌کند، زیرا تمامی واحدها را با هم مورد بررسی قرار داده و از معیار کارایی نسبی که مجموع وزندار خروجی به مجموع وزندار ورودی است، استفاده می‌نماید. به‌علاوه نظر اجماع کارشناسان خبره بانک‌ها بر این بوده است که روش وزن مشترک با واقعیت نزدیک‌تر است.

## ۶- پی‌نوشت‌ها

1. Data Envelopment Analysis (DEA)
2. Wang, Chin and Luo
3. Cross Efficiency
4. Ideal Decision Making Units (IDMU)
5. Anti-ideal Decision Making Units (ADMU)
6. Worst
7. Janos and Rita
8. Alcaraz et al.

9. Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS)
10. Wen and Lee
11. Fuzzy Logic
12. Hybrid intelligent algorithms
13. Genetic Algorithm
14. Wen et al.
15. Theory of uncertainty
16. Fuzzy-ANP
17. Shadow Price
18. Wang and Luo
19. Liu and Peng
20. Group Efficiency
21. Goal Programming
22. Sun et al.
23. Mathematica
24. Automated Teller Machine (ATM)
25. Point of sail(pos)
26. Multiple Attribute Decision Making (MADM)

#### ۷-منابع

- [1] Charnes A., Cooper W. W., Rhodes E. (1978) "Measuring the efficiency of decision making units", *European Journal of Operational Research* 2: 429-444.
- [2] Liu J., Tone K. (2008) "A multistage method to measure efficiency and its application to Japanese banking industry", *Original Research Article Socio-Economic Planning Sciences*, 42(2): 75-91.
- [3] Sun J., Wua J., Guo D. (2013) "Performance ranking of units considering ideal and anti-ideal DMU with common weights", *Applied Mathematical Modelling*, 37(9): 6301-6310.
- [4] Adler N., Friedman L. (2002) "Review of ranking methods in the data envelopment analysis context", *European Journal of Operational Research* 140: 249-265.
- [5] Charnes W. W., Cooper A. Y., Lewin L. M. (1985) *Data envelopment Analysis theory, methodology, and application*, Kluwer Academic Publishers, London, pp. 97-393.

- [6] Wang Y. M., Chin K. S., Luo Y. (2011) "Cross-efficiency evaluation based on ideal and anti-ideal decision making units", *Expert Systems with Applications*, 38: 10312–10319.
- [7] János F., Rita M. S. (2012) "Ranking decision making units based on DEA-like nonreciprocal pairwise comparisons", *Acta Polytechnica Hungarica*, 9 (2) : 77-94.
- [8] Alcaraz J., Ramón N., Ruiz J. L., Sirvent I. (2013) "Ranking ranges in cross-efficiency evaluations", *European Journal of Operational Research* 222(3): 516-521.
- [9] Rezai Balf F., Zhiani Rezai H., Jahanshahloo G. R., Hosseinzadeh Lotfi, G. R. (2012) "Ranking efficient DMUs using the Tchebycheff norm", *Applied Mathematical Modelling*, 36: 46–56.
- [10] Mirhashemi A., Izadikhah M. (2013) "Ranking DMUs in the presence of undesirable data", *J. Basic. Appl. Sci. Res.*, 3 (4): 910-919.
- [11] Hosseinzadeh L. F., Malkhalifeh M. R., Heydari Alvar M. (2012) "A new method for ranking efficient DMUs based on TOPSIS and virtual DMUs", *Int. J. Research in Industrial Engineering*, 1 (1): 1- 9.
- [12] Azizi H. (2012) "Efficiency assessment in data envelopment analysis using efficient and inefficient frontiers", *Journal of Management Research in Iran*, 16(3):153-173.
- [13] Mirghafoori S. H., Roodposhti M. S., Ghazaleh G. (2013) "Financial performance evaluating with grey theory and data envelopment analysis technique two step approach (Case study: Province telecommunication companies)", *Journal of Management Research in Iran*, 16 (4): 189-205.
- [14] Azizi H., Jahed R. (2015) "Supplier selection in volume discount environments in the presence of both cardinal and ordinal data: A new approach based on double frontiers DEA", *Journal of Management Research in Iran*, 19(3): 191-217.

- [15] Wen M., Li H. (2009)"Fuzzy data envelopment analysis(DEA):Model and ranking method", *Journal of computational and applied mathematics*, 223(2): 872-878.
- [16] Ranjbar H. (2013)"Ranking of stochastic DEA with using an integrated method using Data envelopment analysis and Fuzzy preference relations", *Scholars Journal of Engineering and Technology*,1(4): 232-237.
- [17] Wen M., Qin Zh., Kang R. (2013)"Some new ranking criteria in data envelopment analysis under uncertain environment", *Rough Manuscripts of Uncertainty Theory Laboratory*, Online Papers on <http://orsc.edu.cn/online/>.
- [18] Hamidi N., Shemirani R. A., Shirdel G., Taleshi B. (2012) "Election of optimal supplier using a hybrid fuzzy model based on criteria interrelationship: A case study of an Iranian braking system manufacturer company", *Journal of Management Research in Iran*, 16(3): 59-81.
- [19] Alirezaee, M. R.; Afsharian M. (2007) "A complete ranking of DMUs using restrictions in DEA models", *Applied Mathematics and Computation*, 189(2): 1550–1559.
- [20] Mirdehghan S. M., Shirzadi A. (2012) "Ranking decision making units based on the cost efficiency measure", *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 81(1): 55-63.
- [21] Wang Y. M., Luo Y. (2006) "DEA efficiency assessment using ideal and anti-ideal decision making units", *Appl. Math. Comput*, 173: 902–915.
- [22] Liu F. H. F., Peng H. H. (2008) "Ranking of units on the DEA frontier with common weights", *Computers Operations Research*, 35: 1624 – 1637.
- [23] Jahanshahloo G. R., Hosseinzadeh Lotfi F., Khanmohammadi M., Kazemimanesh M., Rezaie V. (2010) "Ranking of units by positive ideal DMU with common weights", *Expert Systems with Applications*, 37: 7483–7488.
- [24] Hosseinzadeh Lotfi F., Izadikhah M., Roostae R., Rostamy Malkhalifeh M. (2012) "A goal programming procedure for ranking decision making units in DEA", *Mathematics Scientific Journal*, 7 (2): 19-38.

- [25] Payan A., Noora A. A., Hosseinzadeh Lotfi Farhad (2014)" A ranking method based on common weights and benchmark point", *Applications and Applied Mathematics: an International Journal*, 9(1): 318-329.
- [26] Barzegarinegad A., Jahanshahloo G., Rostamy-Malkhalifeh M. (2014)" A full ranking for decision making units using ideal and anti-ideal points in DEA", *Hindawi Publishing Corporation The Scientific World Journal*, pp: 1-8.