



پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری

دوره ۶، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۰، صص ۱-۳۳

نوع مقاله: پژوهشی

## ارائه مدلی به‌منظور پیش‌بینی کارایی شعب بانک تحت شرایط عدم قطعیت مبتنی بر رویکرد SDEA-PCA و شبیه‌سازی مونت‌کارلو

علی یعقوبی<sup>۱</sup>، صفر فضلی<sup>۲\*</sup>

۱. دانشجوی پسادکتری، دانشکده علوم اجتماعی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران
۲. دانشیار، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده علوم اجتماعی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۱۹

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۰۸

### چکیده:

امروزه نیاز به استفاده از سیستم‌های اندازه‌گیری کارایی در صنعت بانکداری نوین، به‌طور فزاینده‌ای آشکار شده است؛ بنابراین لازم است که کارایی بانک‌ها پیش‌بینی شود تا بتوان در تصمیم‌گیری‌های آتی، رشد اقتصادی آن‌ها را رصد کرد. بدین جهت، این مقاله مدل یکپارچه جدیدی جهت پیش‌بینی کارایی شعب در صنعت بانکداری نوین براساس تحلیل پوششی داده‌های تصادفی (SDEA) و روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA) در فضای پویا با لحاظ بازدهی نسبت به مقیاس متغیر برای شعب، طراحی می‌نماید. همچنین به‌جهت مواجهه با عدم قطعیت در پیش‌بینی کارایی، ورودی‌ها و خروجی‌های شعب در مدل ارائه شده به‌صورت متغیرهای تصادفی فازی مثلثی با توزیع نرمال طراحی شده‌اند. در این مطالعه برای حل مدل پیشنهادی، از شبیه‌سازی مونت‌کارلو و الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده شده است. در نهایت به‌منظور ارزیابی عملکرد و دقت مدل یکپارچه پیشنهادی، یک مطالعه موردی مبتنی بر شاخص‌های بانکداری نوین جهت پیش‌بینی کارایی دوره مالی آتی شعب ارائه و نتایج تجزیه و تحلیل شده است.

**کلیدواژه‌ها:** کارایی، تحلیل پوششی داده‌های تصادفی، تحلیل مؤلفه‌های اصلی، برنامه‌ریزی فازی- پویا، شبیه‌سازی مونت کارلو.



## ۱- مقدمه

دستیابی به رشد اقتصادی از طریق ارتقاء کارایی یکی از مهم‌ترین اهداف اقتصادی کشورها در عصر حاضر است. در این راستا بانک‌ها نقش بسیار مهمی در پیشرفت و توسعه اقتصادی هر کشور ایفا می‌کنند. صنعت بانکداری در اقتصاد ایران از اهمیت بیشتری نیز برخوردار است؛ زیرا به دلیل عدم توسعه لازم بازار سرمایه، در عمل این بانک‌ها هستند که عهده‌دار تأمین مالی بلندمدت هستند. هم‌اکنون با توجه به تعداد قابل توجه بانک‌های دولتی و خصوصی در کشور پیش‌بینی کارایی آن‌ها اهمیت ویژه‌ای پیدا کرده است [۱]. پیش‌بینی کارایی شعب بانک می‌تواند در تصمیم‌گیری‌های مدیریتی در خصوص توسعه و تجهیز شعب کارا و همچنین تعدیل و ادغام شعب ناکار، سهم بسزایی داشته باشد [۲]. در اکثر تحقیقات گذشته، محققین به ارزیابی کارایی گذشته بانک‌ها پرداخته‌اند و اهمیت نیاز به پیش‌بینی کارایی شعب بانک به‌منظور برنامه‌ریزی دقیق‌تر برای آینده آن‌ها اغلب نادیده گرفته شده است. بنابراین، این تحقیق مدل یکپارچه جدیدی جهت پیش‌بینی کارایی شعب مبتنی بر شاخص‌های بانکداری نوین بر اساس تحلیل پوششی داده‌های تصادفی پویا در محیط فازی و تحلیل مؤلفه‌های اصلی با لحاظ بازدهی نسبت به مقیاس متغیر برای شعب به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو ارائه می‌نماید.

ساختار باقی مانده این مقاله به شرح زیر است. بخش ۲ به مروری بر مطالعات پیشین انجام شده در حوزه مدل‌های  $SDEA^1$  مبتنی بر  $PCA^2$  در محیط‌های قطعی و فازی می‌پردازد. در بخش ۳، مدل یکپارچه جدیدی براساس  $SDEA$  پویا و روش  $PCA$  جهت پیش‌بینی کارایی شعب در صنعت بانکداری نوین ارائه می‌شود. در بخش ۴، الگوریتم‌های هیبریدی جدیدی جهت حل مدل پیشنهادی از ترکیب شبیه‌سازی مونت کارلو ( $MC^3$ ) و الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک ( $GA^4$ ) و رقابت استعماری ( $ICA^5$ ) طراحی می‌شود. مطالعه موردی و تحلیل نتایج در بخش ۵ ارائه شده است. در پایان، نتیجه‌گیری و پیشنهادها در بخش ۶ ارائه می‌گردد.

## ۲-پیشینه تحقیق

برنامه‌ریزی محدودیت‌های تصادفی یکی از زیرمجموعه‌های برنامه‌ریزی تصادفی است که اولین بار توسط چارلز و کوپر در سال ۱۹۵۹ وارد ادبیات تحقیق در عملیات گردید [۳]. آن‌ها به همراه رودز<sup>۷</sup> (۱۹۷۸) تحقیقی را در ارتباط با استفاده از  $DEA$  برای محاسبه کارایی ارائه



نمودند [۴]. سنگوپتا<sup>۸</sup> (۱۹۸۲) در تحقیق خود مدل تحلیل پوششی داده‌های تصادفی (SDEA<sup>۹</sup>) را توسعه داد. این محقق برای اولین بار مدل‌های DEA را با برنامه‌ریزی محدودیت‌های تصادفی ترکیب و از مدل‌های تصادفی حاصله برای تخمین کارایی استفاده نمود [۵]. کوپر<sup>۱۰</sup> و همکاران (۱۹۹۸) با استفاده از مفاهیم ارائه شده در مدل کلاسیک BCC<sup>۱۱</sup> و با فرض اینکه ورودی و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده به صورت متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال هستند، مدل BCC تصادفی را ارائه نمودند [۶]. پونیانگام<sup>۱۲</sup> و همکاران (۲۰۰۶) در مقاله خود مدل جدیدی را در زمینه DEA تصادفی فازی ارائه که در آن ورودی‌ها و خروجی‌ها به عنوان اعداد فازی نوزنقه‌ای در نظر گرفته شدند [۷]. شانموگام و جانسون<sup>۱۳</sup> (۲۰۰۷) با استفاده از PCA یک تکنیک جدید برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده براساس مدیریت متغیرهای کمکی ارائه نمودند [۸]. کین و لیو<sup>۱۴</sup> (۲۰۱۰) در مقاله خود مدل جدیدی را در حوزه مدل‌های DEA تصادفی پیشنهاد نمودند که در آن ورودی و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده به صورت متغیرهای تصادفی فازی، محدودیت‌ها به صورت احتمالی و تابع هدف به عنوان مقدار مورد انتظار نسبت خروجی‌ها به ورودی‌ها تعریف گردیدند [۹]. ناتاراجا و جانسون<sup>۱۵</sup> (۲۰۱۱) در مقاله خود چهار رویکرد اساسی به منظور کاهش ابعاد داده و کاهش متغیرها در DEA ارائه نمودند که عبارت‌اند از: اندازه‌گیری سهم کارایی، تکنیک PCA، آزمون رگرسیون و انتخاب متغیر به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو [۱۰]. دای<sup>۱۶</sup> و همکاران (۲۰۱۳) مدل جدیدی از DEA در یک محیط فازی ارائه نمودند که در آن از امید ریاضی برای تابع هدف و از نظریه اعتبار<sup>۱۷</sup> برای محدودیت‌ها استفاده شده است [۱۱]. یعقوبی و امیری (۲۰۱۵) مدل DEA تصادفی فازی را جهت پیش‌بینی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده ارائه نمودند و در یک مطالعه موردی به پیش‌بینی کارایی مورد انتظار آن‌ها پرداختند [۱۲]. عزیززی و جاهد (۲۰۱۵) با ارائه رویکرد جدیدی بر مبنای DEA با مرز دوگانه به انتخاب تأمین‌کنندگان در محیط‌های تخفیف حجمی در حضور داده‌های قطعی و فازی پرداختند [۱۳]. عمرانی و همکاران (۲۰۱۵) یک رویکرد یکپارچه به منظور ارزیابی کارایی شرکت‌های توزیع برق با در نظر گرفتن اساس کاهش داده‌ها را معرفی نمودند. آن‌ها با تلفیق تکنیک‌های تئوری بازی‌ها، PCA و DEA به استخراج نتایج پرداختند [۱۴]. وانک<sup>۱۸</sup> و همکاران (۲۰۱۶) برای ارزیابی کارایی فرودگاه‌های نیجریه از DEA فازی و رگرسیون استفاده کردند. نتایج نشان داده است که استفاده همزمان از DEA فازی و



رگرسیون، منجر به نتایج قوی در تحلیل کارایی می‌شود [۱۵]. سالاری و زندیه (۲۰۱۶) به تحلیل کارایی فروشگاه‌های اینترنتی با استفاده از مدل DEA دو مرحله‌ای پرداختند و در نهایت با مشخص شدن کارایی مراحل عرضه‌پذیری و سودآوری، نقاط ناکارآمد فروشگاه مشخص و راهکارهایی برای بهبود آن پیشنهاد شد [۱۶]. حیدرپور و همکاران (۲۰۱۷) به ارائه مدلی جهت پیش‌بینی عملکرد پایانه کانتینر در بنادر با رویکرد پویایی سیستم پرداختند. این مدل به مدیران کمک نمود از اثرات تصمیمات خود در توسعه آینده ترمینال‌ها و نتایج آن‌ها تصویر روشنی داشته باشند [۱۷]. عزیزی و همکاران (۲۰۱۸) زوج جدیدی از مدل‌های DEA را برای اندازه‌گیری کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده در حضور عوامل نامطلوب و داده‌های نادقیق ارائه نمودند [۱۸]. پاپی<sup>۱۹</sup> و همکاران (۲۰۱۸) در تحقیقات خود با استفاده از روش DEA غیردقیق با داده‌های فازی، کارایی سلامت استان‌های مختلف را تحلیل نمودند [۱]. یو<sup>۲۰</sup> و همکاران (۲۰۱۹) روش برای ارائه چارچوب DEA شبکه‌ای پویا ارائه و عملکرد هلدینگ‌های مالی و غیرمالی در تایوان را در گذر زمان مقایسه نمودند [۱۹]. وانگ و همکاران (۲۰۲۰) به ارائه یک مدل یکپارچه متنی بر مدل DEA شبکه‌ای پویا و مدل تحلیل مرز تصادفی (SFA<sup>۲۱</sup>) به‌منظور تحلیل کارایی شعب سازمان همکاری و توسعه اقتصادی (OECD<sup>۲۲</sup>) براساس شاخص‌های حسابداری و مالی پرداختند [۲۰]. کانگ<sup>۲۳</sup> و همکاران (۲۰۲۱) مدلی جدید جهت ارزیابی کارایی تأمین انرژی سیستم‌های انرژی یکپارچه مبتنی بر DEA ارائه و از شبیه‌سازی مونت کارلو برای بهینه‌سازی انرژی سیستم‌ها ارائه نمودند [۲۱].

با جمع‌بندی تحقیقات پیشین و در نظر گرفتن مسئله مورد بحث، شکاف تحقیقاتی ذیل در این مقاله مورد توجه است:

- به جهت مواجهه با عدم قطعیت در فضای پیش‌بینی کارایی، ورودی‌ها و خروجی‌های شعب در مدل ارائه شده به‌صورت متغیرهای تصادفی فازی مثلثی با توزیع نرمال طراحی و از تئوری متوسط شانس برای بیان محدودیت‌های مدل و از امید ریاضی در تابع هدف آن به‌منظور پیش‌بینی کارایی مورد انتظار شعب با لحاظ بازدهی متغیر نسبت به مقیاس برای آن‌ها استفاده شده است که می‌تواند سبب دقت در پیش‌بینی و کاربردی‌سازی نتایج گردد و در تحقیقات گذشته به‌صورت همزمان به این ساختار پرداخته نشده است.
- در تحقیقات پیشین، محققان اغلب از تلفیق DEA و PCA با هدف کاهش ابعاد داده‌ها و کاهش متغیرهای نامطلوب به‌منظور ارزیابی کارایی‌های گذشته واحدهای تصمیم‌گیرنده



پرداخته‌اند. اما در مدل پیشنهادی در این مقاله، تکنیک PCA در راستای کاهش خطا در پیش‌بینی و حذف کارایی‌های برآورد شده نامطلوب، به‌منظور پیش‌بینی دقیق‌تر کارایی شعب بکار خواهد رفت.

### ۳- تعریف مسئله

امروزه اهمیت پیش‌بینی کارایی شعب در صنعت بانکداری نوین جهت برنامه‌ریزی بهبود عملکرد، به دلیل متغیربودن شرایط محیطی، پیچیدگی فناوری، رقابت شدید، متنوع‌سازی خدمات و افزایش سرعت تبادل اطلاعات یک ضرورت اجتناب‌ناپذیر است. در هر بانک افزایش کارایی می‌تواند موجب ارتقاء بهره‌وری و کمک مؤثر درنیل به اهداف آن شود. در این راستا، لازم است کارایی بانکها به‌طور پیوسته پیش‌بینی گردیده تا بتوان در تصمیمات آینده رشد اقتصادی آتی آنها را رصد کرد. با توجه به بررسی‌های انجام شده در تحقیقات گذشته، اکثر محققان برای ارزیابی وضعیت جاری بانکها بر اساس عملکرد گذشته آنها، مدل‌های مختلفی از تحلیل پوششی داده‌ها را ارائه و یا بکار برده‌اند و تحقیقات بسیار کمی به توسعه مدل در DEA جهت پیش‌بینی کارایی پرداخته‌اند. این مقاله با توجه به اهمیت پیش‌بینی کارایی شعب در صنعت بانکداری نوین، به دنبال توسعه مدل در موضوع پیش‌بینی کارایی بانکها به‌منظور انجام برنامه‌ریزی دقیق‌تر فرآیندهای بانکی می‌باشد. بر اساس توصیفی که در بالا ارائه شد، این مطالعه با در نظر گرفتن بازدهی متغیر نسبت به مقیاس و شاخص‌های بانکداری نوین برای شعب بانک، مدل یکپارچه جدیدی را بر اساس SDEA پویا در محیط فازی و با استفاده از تکنیک PCA جهت پیش‌بینی کارایی شعب ارائه می‌دهد. مدل پیشنهادی در زمان چندجمله‌ای قابل حل نبوده و با افزایش ورودی‌ها و خروجی‌های شعب، زمان حل با توزیع نمایی افزایش می‌یابد و در زمره مسائل Np-hard قرار دارد. با توجه به سطح دشواری مدل پیشنهادی، برای حل آن الگوریتم‌های هیبریدی جدیدی با ترکیب روش شبیه‌سازی مونت کارلو (MC) با الگوریتم‌های فراابتکاری GA و ICA طراحی خواهند شد. به‌منظور بهبود عملکرد الگوریتم‌های هیبریدی MC-GA و MC-ICA طراحی شده، از روش رویه سطح پاسخ (RSM<sup>۲۴</sup>) برای تعیین مقادیر مناسب پارامترهای آنها استفاده خواهد شد. همچنین در نهایت به‌منظور اعتبارسنجی مدل و الگوریتم‌های هیبریدی پیشنهادی، یک مطالعه موردی در ارتباط با صنعت بانکداری نوین صورت گرفته و نتایج محاسباتی آنها با یکدیگر مقایسه و تحلیل خواهند شد.



### ۱-۳- مفروضات مدل پیشنهادی

- به جهت متغیر بودن تغییرات خروجی شعب در صنعت بانکداری نوین نسبت به تغییرات ورودی‌های آنها در هر دوره مالی و نیز وابستگی برخی ورودی‌ها و خروجی‌ها به یکدیگر در دوره‌های مالی متوالی [۲۰]، مدل پیشنهادی با در نظر گرفتن بازدهی نسبت به مقیاس متغیر و براساس مدل BCC پویا طراحی می‌شود.
- به دلیل وجود عدم قطعیت در عوامل محیطی حاکم بر شعب در صنعت بانکداری، ورودی‌ها و خروجی‌های شعب بانک در مدل پیشنهادی به صورت متغیرهای تصادفی فازی مثلثی با توزیع نرمال طراحی می‌شوند.
- هر شعبه در هر دوره از ورودی‌های ثابت (مستقل از زمان) و ورودی‌های شبه‌ثابت (خروجی‌های شعبه در دوره مالی قبل) برای تولید خروجی‌ها استفاده می‌کند.

### ۲-۳- شمارنده‌ها و پارامترهای مدل پیشنهادی

$i$	شمارنده ورودی‌های ثابت ( $i=1, \dots, m$ )
$r$	شمارنده خروجی‌ها ( $r=1, \dots, s$ )
$l$	شمارنده ورودی‌های شبه ثابت ( $l=1, \dots, L$ )
$j$	شمارنده شعب ( $j=1, \dots, n$ )
$t$	شمارنده دوره‌های زمانی ( $t=1, \dots, T$ )
$X_j^t$	بردار ورودی‌های تصادفی فازی ثابت شعبه $j$ ام در دوره زمانی $t$
$Y_j^t$	بردار خروجی‌های تصادفی فازی شعبه $j$ ام در دوره زمانی $t$
$K_j^t$	بردار خروجی‌های تصادفی فازی شعبه $j$ ام در دوره زمانی $t$ (معادل بردار ورودی‌های تصادفی فازی شبه‌ثابت شعبه $j$ ام در دوره زمانی $t+1$ می‌باشد)
$x_{ij}^t$	متغیر تصادفی نرمال ورودی $i$ ام شعبه $j$ ام در دوره زمانی $t$
$y_{rj}^t$	متغیر تصادفی نرمال خروجی $r$ ام شعبه $j$ ام در دوره زمانی $t$
$k_{lj}^t$	متغیر تصادفی نرمال خروجی $l$ ام شعبه $j$ ام در دوره زمانی $t$ (معادل متغیر تصادفی نرمال شبه‌ثابت $l$ ام شعبه $j$ ام در دوره زمانی $t+1$ می‌باشد)
$\mu_{ij}^t$	میانگین متغیر تصادفی نرمال $x_{ij}^t$



$\sigma_{ij}^{2^t}$	واریانس متغیر تصادفی نرمال $x_{ij}^t$
$\bar{\mu}_{rj}^t$	میانگین متغیر تصادفی نرمال $y_{rj}^t$
$\bar{\sigma}_{rj}^{2^t}$	واریانس متغیر تصادفی نرمال $y_{rj}^t$
$\bar{\mu}_{ij}^t$	میانگین متغیر تصادفی نرمال $k_{ij}^t$
$\bar{\sigma}_{ij}^{2^t}$	واریانس متغیر تصادفی نرمال $k_{ij}^t$
$\alpha_j^t$	سطح اطمینان دستیابی به کارایی موردانتظار شعبه $j$ ام در دوره زمانی $t$

### ۳-۳- متغیرهای تصمیم مدل پیشنهادی

$V^t$	بردار اوزان ورودی‌های ثابت شعب بانک در دوره زمانی $t$
$U^t$	بردار اوزان خروجی‌های شعب بانک در دوره زمانی $t$
$\beta^{t-1}$	بردار اوزان ورودی‌های شبه ثابت شعب بانک در دوره زمانی $t-1$
$\rho^t$	بردار اوزان ورودی‌های شبه ثابت شعب بانک در دوره زمانی $t$ که در این دوره به‌عنوان بردار اوزان خروجی‌های شعب نیز محسوب می‌شود.
$v_i^t$	وزن ورودی ثابت $i$ ام در دوره زمانی $t$
$u_r^t$	وزن خروجی $r$ ام در دوره زمانی $t$
$\beta_i^{t-1}$	وزن ورودی شبه ثابت $i$ ام در دوره زمانی $t-1$
$\rho_i^t$	وزن ورودی شبه ثابت $i$ ام در دوره $t$ که در این دوره، خروجی $i$ ام نیز محسوب می‌شود.
$Z_j^t$	کارایی شعبه $j$ ام در دوره زمانی $t$

### ۳-۴. طراحی مدل پیشنهادی

گام ۱: طراحی مدل BCC تصادفی پویا در محیط فازی (FDS-BCC<sup>۲۵</sup>)

مدل کلاسیک BCC توسط بانکر و همکاران (۱۹۸۴) ارائه شده است [۲۲]. این مدل امکان ارزیابی کارایی را با فرض متغیربودن بازدهی نسب به مقیاس واحدها و در یک محیط قطعی که



ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها در طول دوره ارزیابی قطعی فرض می‌شوند، فراهم می‌سازد. حال آنکه در مسائل مربوط به پیش‌بینی در دنیای واقعی، تصمیم‌گیرندگان معمولاً با محیط‌های پویا مواجه هستند که در هر دوره زمانی واحدها از دو نوع ورودی برای تولید خروجی‌ها استفاده می‌کنند. یک نوع از ورودی‌ها مستقل از دوره‌های زمانی قبلی که با  $X^t$  نمایش داده می‌شود و نوع دیگر، ورودی‌هایی هستند که در دوره قبلی ( $t-1$ ) به عنوان خروجی واحد و در دوره جاری ( $t$ ) به عنوان ورودی‌های آن واحد محسوب که به صورت  $Kt^{-1}$  نمایش داده می‌شوند (ورودی شبه ثابت). در واقع واحد  $j$  ام در دوره زمانی  $t$  به ورودی‌های  $X^t$  و  $K^{t-1}$  برای تولید خروجی‌های  $Y^t$  و  $K^t$  نیاز دارد. فرم کلی مدل BCC پویا به صورت مدل (۱) است:

$$\text{Max: } Z_0^t = \frac{U^T Y_0^t + \rho^T K_0^t + u_0}{V^T X_0^t + \beta^T K_0^{t-1}} \quad (1)$$

st:

$$\frac{U^T Y_j^t + \rho^T K_j^t + u_0}{V^T X_j^t + \beta^T K_j^{t-1}} \leq 1 \quad j=1,2,\dots,n$$

$$U, V, \rho, \beta \geq \varepsilon \quad t=1,2,\dots,T \quad u_0: \text{free}$$

که در آن  $u_0$  مقداری بسیار کوچک است که سبب متغیر شدن بازدهی نسبت به مقیاس واحدها و جلوگیری از صفر شدن اوزان ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌شود. با این حال، در دنیای واقعی ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها غالباً قطعی نیستند و ما می‌توانیم فقط توزیعات آماری آنها را در طی زمان به دست آوریم. لذا به دلیل وجود عدم قطعیت در ماهیت این نوع محیط‌ها، ورودی‌ها و خروجی‌ها تبدیل به متغیرهای تصادفی می‌گردند و چون تصمیم‌گیر معمولاً نمی‌تواند مشخصات دقیق این متغیرها را به دلیل تاثیر عوامل محیطی همچون شرایط اقتصادی و سیاسی بر آنها به دست آورد، در نتیجه رویکرد فازی به ماهیت تصادفی متغیرهای ورودی و خروجی واحدها افزوده می‌شود. بنابراین در مدل پیشنهادی این مقاله، کلیه ورودی‌ها و خروجی‌های شعب در دوره پیش‌بینی به شکل متغیرهای تصادفی فازی مثلثی با توزیع نرمال طراحی شده‌اند، به صورت زیر:

$$X_j^t = (x_{ij}^t - a_{ij}^t, x_{ij}^t, x_{ij}^t + b_{ij}^t) \quad x_{ij}^t \square N(\mu_{ij}^t, \sigma_{ij}^{2t}) \quad (2)$$

$$Y_j^t = (y_{ij}^t - c_{ij}^t, y_{ij}^t, y_{ij}^t + d_{ij}^t) \quad y_{ij}^t \square N(\bar{\mu}_{ij}^t, \bar{\sigma}_{ij}^{2t}) \quad (3)$$





$$K_j^t = (k_{lj}^t - e_{lj}^t, k_{lj}^t, k_{lj}^t + f_{lj}^t) \quad k_{lj}^t \square N(\bar{\mu}_{lj}^t, \bar{\sigma}_{lj}^{2t}) \quad (4)$$

طوری که  $a_{ij}^t, b_{ij}^t, c_{ij}^t, d_{ij}^t, e_{ij}^t$  و  $f_{ij}^t$  مقادیر مثبتی هستند که برای پیش‌بینی کارایی دوره مالی آتی شعبه  $j$  ام توسط تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شوند. به جهت مواجهه شعب با محیط تصادفی - فازی به هنگام پیش‌بینی کارایی، از تئوری امید ریاضی<sup>۲۶</sup> در تابع هدف جهت پیش‌بینی کارایی مورد انتظار شعب و از تئوری متوسط شانس<sup>۲۷</sup> در بیان محدودیت‌های مدل پیشنهادی استفاده می‌شود.

بنابراین، مدل (۱) به مدل FDS-BCC به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$\text{Max: } Z_0^t = E\left(\frac{U^t Y_0^t + \rho^t K_0^t + u_0}{V^t X_0^t + \beta^{t-1} K_0^{t-1}}\right) \quad (5)$$

Subject to:

$$\text{Ch}\left\{(V^t X_j^t + \beta^{t-1} K_j^{t-1}) - (U^t Y_j^t + \rho^t K_j^t + u_0) \geq 0\right\} \geq 1 - \alpha_j^t \quad j=1, 2, \dots, n \quad (6)$$

$$U^t, V^t, \rho^t, \beta^{t-1} \geq \varepsilon \quad u_0: \text{free} \quad t=1, \dots, T \quad j=1, \dots, n \quad (7)$$

که در آن  $\alpha_j^t$  بیانگر سطح اطمینان دستیابی به کارایی مورد انتظار شعبه  $j$  ام در دوره  $t$  می‌باشد. به‌طورکلی بکارگیری تئوری متوسط شانس در محدودیت‌ها و امید ریاضی در تابع هدف سبب پیچیدگی مدل ارائه شده می‌شود. لذا در گام (۲) با استفاده از قضایای تئوری متوسط شانس، مدل برنامه‌ریزی قطعی FDS-BCC ارائه می‌گردد.

#### گام ۲: مدل برنامه‌ریزی قطعی FDS-BCC

##### الف) فرم برنامه‌ریزی قطعی محدودیت‌های مدل FDS-BCC

قضیه (۱). اگر  $\varsigma = (X(\theta) - a, X(\theta), X(\theta) + b)$  و  $\gamma = (Y(\theta) - c, Y(\theta), Y(\theta) + d)$  متغیرهای تصادفی فازی مثلثی مستقل از یکدیگر باشند و  $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ،  $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$  و  $a, b, c, d > 0$  آنگاه خواهیم داشت:



$$\begin{aligned}
 Ch\{x_1 \leq x_2, r \geq r\} &= \frac{\sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2} (x_1(b-a) + x_2(c-d))}{2(x_1 a + x_2 d)(x_1 b + x_2 c) \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(r - (x_1 \mu_1 - x_2 \mu_2))^2}{2(x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2)}\right) \\
 &+ \frac{\sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2}}{2\sqrt{2\pi}(x_1 b + x_2 c)} \exp\left(-\frac{(x_1(b + \mu_1) + x_2(c - \mu_2) - r)^2}{2(x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2)}\right) - \frac{\sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2}}{2\sqrt{2\pi}(x_1 a + x_2 d)} \\
 &* \exp\left(-\frac{(r + x_1(a - \mu_1) + x_2(d + \mu_2))^2}{2(x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2)}\right) + \frac{x_1(\mu_1 - a) - x_2(\mu_2 + d) - r}{2(x_1 a + x_2 d)} \\
 &* \varphi\left(\frac{r + x_1(a - \mu_1) + x_2(d + \mu_2)}{\sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2}}\right) + \frac{((x_1 \mu_1 - x_2 \mu_2) - r)(x_1(b - a) + x_2(c - d))}{2(x_1 a + x_2 d)(x_1 b + x_2 c)} \\
 &* \varphi\left(\frac{r - (x_1 \mu_1 - x_2 \mu_2)}{\sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2}}\right) + \frac{x_1(b + \mu_1) - x_2(\mu_2 - c) - r}{2(x_1 b + x_2 c)} \varphi\left(\frac{x_1(b + \mu_1) + x_2(c - \mu_2) - r}{\sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2}}\right) \\
 &+ \frac{r + x_1(b - \mu_1) + x_2(c + \mu_2)}{2(x_1 b + x_2 c)} \quad (\lambda)
 \end{aligned}$$

طوری‌که  $x_1$  و  $x_2$  اعداد حقیقی مثبت و  $\varphi(\cdot)$  توزیع احتمال تابع نرمال استاندارد است [۹]. با استفاده از قضیه (۱) محدودیت‌های مدل FDS-BCC (رابطه (۶)) به صورت فرم برنامه‌ریزی قطعی زیر تبدیل می‌شوند.



$$\begin{aligned}
 & Ch \left\{ (V^{iT} X_j^t + B^{t-1T} K_j^{t-1}) - (U^{iT} Y_j^t + \rho^{iT} K_j^t + u_0) \geq 0 \right\} = \\
 & \left\{ \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m v_i^{2t} \sigma_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \beta_l^{2t-1} \bar{\sigma}_{ij}^{2t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \rho_l^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t}}{2\sqrt{2\pi} \left( \sum_{i=1}^m v_i^t a_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} e_{ij}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t d_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t f_{ij}^t \right) \left( \sum_{i=1}^m v_i^t b_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} f_{ij}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t c_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t e_{ij}^t \right)}} \right. \\
 & * \left[ \frac{\left( \sum_{i=1}^m v_i^t (b_{ij}^t - a_{ij}^t) \right)^2 + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} (f_{ij}^{t-1} - e_{ij}^{t-1}) - \sum_{r=1}^s u_r^t (d_{ij}^t - c_{ij}^t) - \sum_{l=1}^L \rho_l^t (f_{ij}^t - e_{ij}^t) - u_0}{2\sqrt{2\pi} \left( \sum_{i=1}^m v_i^t a_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} e_{ij}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t d_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t f_{ij}^t \right) \left( \sum_{i=1}^m v_i^t b_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} f_{ij}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t c_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t e_{ij}^t \right)} \right] \\
 & * \exp \left( - \frac{\left( \sum_{i=1}^m v_i^t \mu_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} \bar{\mu}_{ij}^{t-1} - \sum_{r=1}^s u_r^t \bar{\mu}_{ij}^t - \sum_{l=1}^L \rho_l^t \bar{\mu}_{ij}^t \right)^2}{2 \left( \sum_{i=1}^m v_i^{2t} \sigma_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \beta_l^{2t-1} \bar{\sigma}_{ij}^{2t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \rho_l^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} \right)} \right) \left. \right\} \\
 & + \left\{ \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m v_i^{2t} \sigma_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \beta_l^{2t-1} \bar{\sigma}_{ij}^{2t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \rho_l^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t}}{2\sqrt{2\pi} \left( \sum_{i=1}^m v_i^t b_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} f_{ij}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t c_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t e_{ij}^t \right)}} \right. \\
 & * \exp \left( - \frac{\left( \sum_{i=1}^m v_i^t (b_{ij}^t + \mu_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} (f_{ij}^{t-1} + \bar{\mu}_{ij}^{t-1}) + \sum_{r=1}^s u_r^t (c_{ij}^t - \bar{\mu}_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \rho_l^t (e_{ij}^t - \bar{\mu}_{ij}^t) \right)^2}{2 \left( \sum_{i=1}^m v_i^{2t} \sigma_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \beta_l^{2t-1} \bar{\sigma}_{ij}^{2t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \rho_l^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} \right)} \right) \left. \right\} \\
 & - \left\{ \exp \left( - \frac{\left( \sum_{i=1}^m v_i^t (a_{ij}^t - \mu_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} (e_{ij}^{t-1} - \bar{\mu}_{ij}^{t-1}) + \sum_{r=1}^s u_r^t (d_{ij}^t + \mu_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \rho_l^t (f_{ij}^t + \bar{\mu}_{ij}^t) \right)^2 + \sum_{l=1}^L \rho_l^t (f_{ij}^t + \mu_{ij}^t)}{2 \left( \sum_{i=1}^m v_i^{2t} \sigma_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \beta_l^{2t-1} \bar{\sigma}_{ij}^{2t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \rho_l^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} \right)} \right) \right. \\
 & * \left. \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m v_i^{2t} \sigma_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \beta_l^{2t-1} \bar{\sigma}_{ij}^{2t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \rho_l^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t}}{2\sqrt{2\pi} \left( \sum_{i=1}^m v_i^t a_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} e_{ij}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t d_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t f_{ij}^t \right)}} \right\}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \varphi \left( \frac{\sum_{i=1}^m v_i^t (d_{ij}^t - \mu_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} (e_{lj}^{t-1} - \bar{\mu}_{lj}^{t-1}) + \sum_{r=1}^s u_r^t (d_{ij}^t + \bar{\mu}_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \rho_l^t (f_{lj}^t + \bar{\mu}_{lj}^t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m v_i^{2t} \sigma_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \beta_l^{2t-1} \bar{\sigma}_{lj}^{2t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \rho_l^{2t} \bar{\sigma}_{lj}^{2t}}} \right) \right. \\
 & * \left. \frac{\sum_{i=1}^m v_i^t (\mu_{ij}^t - d_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} (\bar{\mu}_{lj}^{t-1} - e_{lj}^{t-1}) - \sum_{r=1}^s u_r^t (\bar{\mu}_{ij}^t + d_{ij}^t) - \sum_{l=1}^L \rho_l^t (\bar{\mu}_{lj}^t + f_{lj}^t) + u_0}{2 \left( \sum_{i=1}^m v_i^t d_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} e_{lj}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t d_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t f_{lj}^t \right)} \right\} \\
 & - \left\{ \varphi \left( \frac{-\sum_{i=1}^m v_i^t \mu_{ij}^t - \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} \bar{\mu}_{lj}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t \bar{\mu}_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t \bar{\mu}_{lj}^t}{\sqrt{\sum_{i=1}^m v_i^{2t} \sigma_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \beta_l^{2t-1} \bar{\sigma}_{lj}^{2t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \rho_l^{2t} \bar{\sigma}_{lj}^{2t}}} \right) \right. \\
 & * \left. \frac{\left( \sum_{i=1}^m v_i^t \mu_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} \bar{\mu}_{lj}^{t-1} - \sum_{r=1}^s u_r^t \bar{\mu}_{ij}^t - \sum_{l=1}^L \rho_l^t \bar{\mu}_{lj}^t \right) \left( \sum_{i=1}^m v_i^t (b_{ij}^t - d_{ij}^t) \right)}{2 \left( \sum_{i=1}^m v_i^t d_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} e_{lj}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t d_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t f_{lj}^t \right) \left( \sum_{i=1}^m v_i^t b_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} f_{lj}^{t-1} \right)} \dots \right. \\
 & \left. \dots \frac{\sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} (f_{lj}^{t-1} - e_{lj}^{t-1}) - \sum_{r=1}^s u_r^t (d_{ij}^t - c_{ij}^t) - \sum_{l=1}^L \rho_l^t (f_{lj}^t - e_{lj}^t) - u_0}{\sum_{r=1}^s u_r^t c_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t e_{lj}^t} \right\} \quad (9) \\
 & + \frac{\sum_{i=1}^m v_i^t (b_{ij}^t - \mu_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} (f_{lj}^{t-1} - \bar{\mu}_{lj}^{t-1}) + \sum_{r=1}^s u_r^t (\bar{\mu}_{ij}^t + c_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \rho_l^t (\bar{\mu}_{lj}^t + e_{lj}^t) + u_0}{2 \left( \sum_{i=1}^m v_i^t b_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} f_{lj}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t c_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t e_{lj}^t \right)} \\
 & + \left\{ \varphi \left( \frac{\sum_{i=1}^m v_i^t (b_{ij}^t + \mu_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} (f_{lj}^{t-1} + \bar{\mu}_{lj}^{t-1}) + \sum_{r=1}^s u_r^t (c_{ij}^t - \bar{\mu}_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \rho_l^t (e_{lj}^t - \bar{\mu}_{lj}^t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m v_i^{2t} \sigma_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \beta_l^{2t-1} \bar{\sigma}_{lj}^{2t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^{2t} \bar{\sigma}_{ij}^{2t} + \sum_{l=1}^L \rho_l^{2t} \bar{\sigma}_{lj}^{2t}}} \right) \right. \\
 & * \left. \frac{\sum_{i=1}^m v_i^t (b_{ij}^t + \mu_{ij}^t) + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} (f_{lj}^{t-1} + \bar{\mu}_{lj}^{t-1}) - \sum_{r=1}^s u_r^t (\bar{\mu}_{ij}^t - c_{ij}^t) - \sum_{l=1}^L \rho_l^t (\bar{\mu}_{lj}^t - e_{lj}^t) - u_0}{2 \left( \sum_{i=1}^m v_i^t b_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} f_{lj}^{t-1} + \sum_{r=1}^s u_r^t c_{ij}^t + \sum_{l=1}^L \rho_l^t e_{lj}^t \right)} \right\}
 \end{aligned}$$



**(ب) فرم برنامه‌ریزی قطعی تابع هدف مدل FDS-BCC**

قضیه (۲). فرض کنید  $Z=(z-g, z, z+h)$ ,  $K=(k-e, k, k+f)$ ,  $Y=(y-c, y, y+d)$ ,  $X=(x-a, x, x+b)$  متغیرهای تصادفی فازی مثلثی مستقل از یکدیگر و همچنین  $a, b, c, d, e, f, g, h \in R$  ،  $x \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$  ،  $y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$  ،  $k \sim N(\mu_3, \sigma_3^2)$  و  $z \sim N(\mu_4, \sigma_4^2)$  ، آنگاه چنانچه  $(Y+K)/(X+Z)$  بیانگر برش آلفای عبارت  $(Y+K)/(X+Z)$  باشد، خواهیم داشت [۹]:

$$E \left[ \frac{Y+K}{X+Z} \right] = \frac{1}{2} \int_0^1 \left[ \frac{y-(1-\alpha)c+k-(1-\alpha)e}{x+(1-\alpha)b+z+(1-\alpha)h} + \frac{y+(1-\alpha)d+k+(1-\alpha)f}{x-(1-\alpha)a+z-(1-\alpha)g} \right] d\alpha$$

$$= -\frac{1}{2} \left( \frac{c+e}{b+h} \right) - \frac{1}{2(b+h)} [y+k-c-e+x+z+b+h \left( \frac{c+e}{b+h} \right)] * \text{Ln} \left( \frac{x+z}{x+z+b+h} \right)$$

$$- \frac{1}{2} \left( \frac{d+f}{a+g} \right) + \frac{1}{2(a+g)} [y+k+d+f+x+z-a-g \left( \frac{d+f}{a+g} \right)] \quad (10)$$

$$* \text{Ln} \left( \frac{x+z}{x+z-a-g} \right)$$

فرض کنید  $X_j^t, Y_j^t, K_j^t$  و  $K_j t^{-1}$  بردارهای تصادفی فازی مثلثی مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌های شعبه  $j$ ام در دوره زمانی  $t$  (روابط (۲) و (۳) و (۴)) باشند و همچنین:

$$\begin{aligned} \mu_j^t &= \sum_{i=1}^m v_i^t \mu_{ij}^t & \bar{\mu}_j^t &= \sum_{r=1}^s u_r^t \bar{\mu}_{rj}^t & \bar{\mu}_j^t &= \sum_{l=1}^L \rho_l^t \bar{\mu}_{lj}^t & \bar{\mu}_j^{t-1} &= \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} \bar{\mu}_{lj}^{t-1} \\ \sigma_j^{2t} &= \sum_{i=1}^m v_i^t \delta_{ij}^{2t} & \bar{\sigma}_j^{2t} &= \sum_{r=1}^s u_r^t \bar{\delta}_{rj}^{2t} & \bar{\sigma}_j^{2t} &= \sum_{l=1}^L \rho_l^t \bar{\delta}_{lj}^{2t} & \bar{\sigma}_j^{2t-1} &= \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} \bar{\delta}_{lj}^{2t-1} \\ a_j^t &= \sum_{i=1}^m v_i^t a_{ij}^t & b_j^t &= \sum_{i=1}^m v_i^t b_{ij}^t & c_j^t &= \sum_{r=1}^s u_r^t c_{rj}^t & d_j^t &= \sum_{r=1}^s u_r^t d_{rj}^t \\ e_j^t &= \sum_{l=1}^L \rho_l^t e_{lj}^t & f_j^t &= \sum_{l=1}^L \rho_l^t f_{lj}^t & e_j^{t-1} &= \sum_{l=1}^L B_l^{t-1} e_{lj}^{t-1} & f_j^{t-1} &= \sum_{l=1}^L \beta_l^{t-1} f_{lj}^{t-1} \end{aligned} \quad (11)$$

آنگاه با استفاده از قضیه (۲)، تابع هدف (رابطه (۵)) مدل FDS-BCC به صورت فرم برنامه‌ریزی قطعی زیر تبدیل خواهد شد.



$$\begin{aligned}
 Z_0^t &= E\left(\frac{U^{tT} Y_j^t + \rho^{tT} K_j^t + u_0}{V^{tT} X_j^t + B^{t-1T} K_j^{t-1}}\right) = \\
 &\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{d_j^t + f_j^t}{d_j^t + e_j^t} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{c_j^t + e_j^t}{b_j^t + f_j^{t-1}} \right) + \text{Ln} \left( \frac{x_j^t + k_j^{t-1}}{x_j^t + k_j^{t-1} + b_j^t + f_j^{t-1}} \right) \right\} * \frac{1}{2(b_j^t + f_j^{t-1})} \\
 &(y_j^t + k_j^t + c_j^t + e_j^t + x_j^t \left( \frac{c_j^t + e_j^t}{b_j^t + f_j^{t-1}} \right) + k_j^{t-1} \left( \frac{c_j^t + e_j^t}{b_j^t + f_j^{t-1}} \right) + b_j^t \left( \frac{c_j^t + e_j^t}{b_j^t + f_j^{t-1}} \right) + f_j^{t-1} \left( \frac{c_j^t + e_j^t}{b_j^t + f_j^{t-1}} \right) \\
 &+ u_0) + \frac{1}{2(d_j^t + e_j^{t-1})} (y_j^t + d_j^t + k_j^t + f_j^t + x_j^t \left( \frac{d_j^t + f_j^t}{d_j^t + e_j^{t-1}} \right) + k_j^{t-1} \left( \frac{d_j^t + f_j^t}{d_j^t + e_j^{t-1}} \right) - d_j^t \left( \frac{d_j^t + f_j^t}{d_j^t + e_j^{t-1}} \right) \\
 &- e_j^{t-1} \left( \frac{d_j^t + f_j^t}{d_j^t + e_j^{t-1}} \right) - u_0) * \text{Ln} \left( \frac{x_j^t + k_j^{t-1}}{x_j^t + k_j^{t-1} - d_j^t - e_j^{t-1}} \right) \left. \right\} * \frac{1}{4\pi^2 \sigma_j^t \bar{\sigma}_j^t \bar{\bar{\sigma}}_j^t \bar{\bar{\bar{\sigma}}}_j^{t-1}} \\
 &* \exp \left( -\frac{(x_j^t - \mu_j^t)^2}{2\sigma_j^{2t}} - \frac{(y_j^t - \bar{\mu}_j^t)^2}{2\bar{\sigma}_j^{2t}} - \frac{(k_j^t - \bar{\bar{\mu}}_j^t)^2}{2\bar{\bar{\sigma}}_j^{2t}} - \frac{(k_j^{t-1} - \bar{\bar{\bar{\mu}}}_j^{t-1})^2}{2\bar{\bar{\bar{\sigma}}}_j^{2t-1}} \right) dk_j^{t-1} dy_j^t dx_j^t \\
 &= \frac{1}{\sigma_j^t \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_j^t) dX_j^t - \frac{1}{2} \left( \frac{d_j^t + f_j^t}{d_j^t + e_j^{t-1}} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{c_j^t + e_j^t}{b_j^t + f_j^{t-1}} \right) \tag{۱۲}
 \end{aligned}$$

طوری‌که:



$$\begin{aligned}
 f(x_j^t) = \exp\left(-\frac{(x_j^t - \mu_j^t)^2}{2\sigma_j^t}\right) * & \left\{ \frac{1}{2(b_j^t + f_j^{t-1})} [ \bar{\mu}_j^t + \bar{\mu}_j^t + c_j^t + e_j^t + x_j^t \left( \frac{c_j^t + e_j^t}{b_j^t + f_j^{t-1}} \right) \right. \\
 + \bar{\mu}_j^{t-1} \left( \frac{c_j^t + e_j^t}{b_j^t + f_j^{t-1}} \right) + b_j^t \left( \frac{c_j^t + e_j^t}{b_j^t + f_j^{t-1}} \right) + f_j^{t-1} \left( \frac{c_j^t + e_j^t}{b_j^t + f_j^{t-1}} \right) + u_0 ] * \text{Ln} \left( \frac{x_j^t + \bar{\mu}_j^{t-1}}{x_j^t + \bar{\mu}_j^{t-1} + b_j^t + f_j^{t-1}} \right) \\
 + \frac{1}{2(a_j^t + e_j^{t-1})} [ \bar{\mu}_j^t + d_j^t + \bar{\mu}_j^t + f_j^t + x_j^t \left( \frac{d_j^t + f_j^t}{a_j^t + e_j^{t-1}} \right) + \bar{\mu}_j^{t-1} \left( \frac{d_j^t + f_j^t}{a_j^t + e_j^{t-1}} \right) \\
 \left. - a_j^t \left( \frac{d_j^t + f_j^t}{a_j^t + e_j^{t-1}} \right) - e_j^{t-1} \left( \frac{d_j^t + f_j^t}{a_j^t + e_j^{t-1}} \right) - u_0 ] * \text{Ln} \left( \frac{x_j^t + \bar{\mu}_j^{t-1}}{x_j^t + \bar{\mu}_j^{t-1} - a_j^t - e_j^{t-1}} \right) \right\} \quad (13)
 \end{aligned}$$

در نهایت، با درنظر گرفتن ورودی‌ها و خروجی‌ها واحدهای شعب به صورت متغیرهای تصادفی فازی مثلثی، مدل برنامه‌ریزی قطعی FDS-BCC به صورت مدل (۱۴) خواهد بود:

$$\begin{aligned}
 \text{Max: } & Z_0(U^t, V^t) \\
 & (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{st: } & g_j^t(U^t, V^t) \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\
 & U^t, V^t \geq \varepsilon
 \end{aligned}$$

که در آن تابع هدف و محدودیت‌های این مدل به ترتیب توسط روابط (۱۲) و (۹) و به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو محاسبه می‌شوند.

### گام ۳: ارائه مدل یکپارچه پیشنهادی (FDS-BCC-PCA)

تکنیک تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA) یک تکنیک آماری برای کاهش داده‌ها است. فرض کنید  $e_{hj}$  بیانگر امتیاز کارایی‌های اولیه حاصله از مدل (۱۴) می‌باشد  $(h=1, \dots, (m+L)(s+L)=p)$ . در این مقاله، تکنیک PCA روی نتایج  $e_{hj}$  که تحت سطوح مختلف اطمینان  $(\alpha_j)$  به دست می‌آیند، در راستای کاهش و حذف کارایی‌های نامطلوب با هدف پیش‌بینی دقیق‌تر کارایی شعب بکار گرفته می‌شود. ماتریس کارایی‌های اولیه به دست آمده  $e_{hj}$  از مدل (۱۴) را به صورت زیر درنظر بگیرید:

$$D = [e_{hj}]_{n \times p} \quad (15)$$



مراحل اجرای PCA روی ماتریس کارایی  $D$  به صورت زیر می‌باشد [۲۳]:

۱. با توجه به یکسان نبودن واحدهای اندازه‌گیری  $e_{hj}$  ها، تحلیل مؤلفه‌های اصلی روی ماتریس همبستگی انجام می‌شود. در این صورت ماتریس همبستگی  $R$  برابر خواهد بود با:

$$R = \begin{bmatrix} r_{hi} \end{bmatrix}_{p \times p} \quad (16)$$

با مؤلفه  $r_{hi} = s_{hi} / \sqrt{s_{hh} \cdot s_{ii}}$  که در آن  $s_{hi} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (e_{hj} - \bar{e}_h)(e_{ij} - \bar{e}_i)$  و  $s_{hh} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (e_{hj} - \bar{e}_h)^2$

۲. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه نظیرشان از حل معادلات زیر حاصل می‌شوند:

$$|R - \lambda I_p| = 0 \quad (17)$$

که در آن  $I_p$  ماتریس همانی  $P \times P$  می‌باشد.  $P$  مقدار ویژه مرتب شده را با  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$  و  $P$  بردار ویژه نرمال شده نظیرشان را با  $K_1, K_2, \dots, K_p$  نمایش می‌دهیم. بنابراین ماتریس بردارهای ویژه نرمال شده به صورت ماتریس  $K$  خواهد بود:

$$K = [k_1, k_2, \dots, k_p] \quad (18)$$

۳. مؤلفه‌های بردارهای ویژه ضرائب مؤلفه‌های اصلی  $PC_1, PC_2, \dots, PC_p$  را تشکیل می‌دهند. اگر ماتریس شامل مقادیر مؤلفه‌های اصلی را با  $PC$  نشان داده شود، خواهیم داشت:

$$PC = D \times K = [PC_1, PC_2, \dots, PC_p]_{n \times p} \quad (19)$$

۴. انتخاب  $M$  مؤلفه اصلی با  $\lambda_h > 1$  به ازای  $h=1, \dots, M$  از میان مؤلفه‌های اصلی ایجاد شده در ماتریس  $PC$ . مؤلفه‌های اصلی منتخب به عنوان متغیر در مدل‌های DEA لحاظ می‌شوند. همچنین در این مدل‌ها نیاز است مقادیر متغیرها مثبت باشند، حال آنکه مقادیر مؤلفه‌های اصلی می‌توانند منفی شوند. لذا برای رفع این مشکل از تبدیل زیر استفاده می‌شود [۲۴]:

$$Z_{hj} = PC_{hj} + Q \quad (20)$$





که در آن  $Q = -\min \{PC_{hj}\} + 1$  خواهد بود ( $j=1, \dots, n$ ).

در نهایت مدل یکپارچه پیشنهادی نهایی (FDS-BCC-PCA) در این مقاله به منظور پیش‌بینی کارایی‌های شعب بانک، به صورت مدل (۲۱) خواهد بود:

$$\begin{aligned} \text{Max } W_0 &= \sum_{h=1}^M f_h Z_{h0} \\ \text{st :} \\ \sum_{h=1}^M f_h Z_{hj} &\leq 1, \quad j=1, 2, \dots, n, \quad j \neq 0 \\ f_h - f_{h+1} &\geq \varepsilon_h \quad h=1, 2, \dots, p-1 \\ f_h &\geq 0 \quad h=1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (21)$$

که در آن  $W_0$  بیانگر مقدار کارایی پیش‌بینی شده DMU. و  $f_h$  بیانگر وزن خروجی  $Z_{hj}$  است و دلیل وجود محدودیت وزنی  $f_h - f_{h+1} > \varepsilon_i$  آن است که سهم  $h$  امین مؤلفه اصلی از پراکندگی کل بیشتر از سهم  $h+1$  امین مؤلفه اصلی است.

#### ۴- طراحی الگوریتم‌های هیبریدی حل مدل پیشنهادی

##### ۴-۱- الگوریتم هیبریدی ژنتیک-مونت کارلو (MC-GA)

الگوریتم‌های فراابتکاری بهترین روش‌های حل مدل‌های پیچیده هستند. الگوریتم ژنتیک توسط هلند (۱۹۷۵) مطرح و توسط گلدبرگ (۱۹۸۹) توسعه یافت [۲۵ و ۲۶]. این الگوریتم احتمال دستیابی به راه‌حل بهینه نهایی را در مشکلات پیچیده افزایش می‌دهد. بنابراین، در این مقاله برای حل مدل پیشنهادی (۱۴) از ادغام الگوریتم ژنتیک با تکنیک شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده شده است. مراحل اصلی الگوریتم MC-GA به شرح زیر است:

##### ۴-۱-۱- نمایش کروموزوم<sup>۲۸</sup>

در الگوریتم MC-GA، هر کروموزوم به صورت بردار غیرمنفی  $R^t = [u_r^t, v_i^t, \rho_i^t, \beta_i^{t-1}]$  که بیانگر اوزان ورودی‌های ثابت و شبه ثابت و خروجی‌ها در دوره زمانی  $t$  می‌باشند، نمایش داده می‌شود.



#### ۴-۱-۲- تولید جمعیت اولیه

در دوره زمانی  $t$  مجموعه جواب اولیه از کروموزوم‌ها به تعداد از پیش تعیین شده "اندازه جمعیت"<sup>۲۹</sup> با تولید اوزان  $u_i^t, v_i^t, \rho_i^t, \beta_i^{t-1}$  به صورت تصادفی در بازه ۰ تا ۱ صورت می‌گیرد.

#### ۴-۱-۳- فرآیند ارزیابی تابع برازندگی<sup>۳۰</sup>

ارزیابی هر کروموزوم با استفاده از تابع هدف مدل (رابطه ۱۲)) براساس تکنیک شبیه‌سازی مونت‌کارلو صورت می‌گیرد.

#### ۴-۱-۳-۱- تکنیک شبیه‌سازی مونت کارلو

شبیه‌سازی مونت کارلو یک روش تحلیلی مبتنی بر رایانه است که از روش‌های نمونه‌گیری آماری برای یافتن تقریب احتمالی حل یک معادله انتگرال یا مدل با استفاده از تولید متوالی اعداد تصادفی استفاده می‌کند که منجر به نتایج در سیستم‌های پیچیده می‌شود [۲۷]. در این مقاله، از این روش برای حل انتگرال‌های اعمال شده در تابع هدف (رابطه ۱۲) از مدل (۱۴) استفاده شده است که شبیه‌کد آن به صورت زیر است:

**begin**

$n \leftarrow$  number of simulation ( $n$ -simulation)

for  $i = 1$  to  $n$  do

random number between  $-1$  to  $+1$

$h_i \leftarrow$  Generate a uniform distributed  
obtain the mean value of the

$$\text{function: } \hat{f} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n f\left(\frac{h_i}{1-h_i^2}\right) \left(\frac{1+h_i^2}{(1-h_i^2)^2}\right)$$

calculate the approximation of integral:  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x_j^t) dx_j^t \approx 2\hat{f}$

**end**

#### ۴-۱-۴- فرآیندهای انتخاب<sup>۳۱</sup> و تقاطع<sup>۳۲</sup>

برای انجام عملیات تقاطع، ابتدا می‌بایست نرخ تقاطع ( $p_c$ ) تعریف شود. سپس یک عدد حقیقی تصادفی ( $r$ ) بین صفر و یک تولید شده، اگر  $r < p_c$  آنگاه کروموزوم  $i$  ام به‌عنوان یک والد انتخاب می‌شود ( $i = 1, \dots, pop\_size$ ). این روند تا زمانی که کروموزوم‌های والد برای عملیات



تقاطع انتخاب شوند، تکرار می‌شود. فرآیند تقاطع روی هر جفت کروموزوم والد برای تولید کروموزوم‌های فرزند<sup>۳۳</sup> به صورت زیر انجام می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{Offspring}_1 &= r * \text{parent}_1 + (1-r) * \text{parent}_2 \\ \text{Offspring}_2 &= (1-r) * \text{parent}_1 + r * \text{parent}_2 \end{aligned} \quad (22)$$

#### ۴-۱-۵- فرآیند جهش<sup>۳۴</sup>

برای انجام عملیات تقاطع، ابتدا می‌بایست نرخ تقاطع ( $p_m$ ) تعریف شود. سپس یک عدد حقیقی تصادفی ( $r$ ) بین ۰ و ۰/۰۵ برای کروموزوم  $i$  ام تولید شده، اگر  $r < p_m$  آنگاه کروموزوم  $i$  ام به عنوان والد انتخاب می‌شود ( $i=1, \dots, pop\_size$ ). سپس، دو ژن به طور تصادفی از والد منتخب به صورت تصادفی انتخاب و مقادیر آنها جابه‌جا می‌گردند. این روند به تعداد اندازه جمعیت تکرار شده تا زمانی که والدین منتخب مورد فرآیند جهش قرار گیرند و کروموزوم‌های فرزند تولید گردند.

#### ۴-۱-۶- به‌روزرسانی جمعیت

کروموزوم‌هایی که در جمعیت قبلی بهترین مقدار تابع برازندگی را داشته‌اند، به همراه کروموزوم‌های فرزند حاصل از فرآیندهای تقاطع و جهش، جمعیت نسل بعدی از الگوریتم را تشکیل می‌دهند.

#### ۴-۱-۷- معیار توقف

الگوریتم هیبریدی پیشنهادی MC-GA پس از انجام تعداد تکرار از پیش تعیین شده متوقف می‌شود.

#### ۴-۲. الگوریتم هیبریدی رقابت استعماری-مونت کارلو

الگوریتم رقابت استعماری (ICA) توسط آتشپز گرگری و لوکاس (۲۰۰۷) ارائه شده است [۲۸]. ICA الگوریتم جدیدی در محاسبات تکاملی است که می‌تواند به عنوان یک الگوریتم بسیار کاربردی برای حل مسائل پیچیده بکارگرفته شود. در این مقاله برای حل مدل پیشنهادی (۱۴)، علاوه بر الگوریتم MC-GA از ادغام الگوریتم ICA با تکنیک شبیه‌سازی مونت کارلو نیز استفاده شده است. مراحل اصلی الگوریتم MC-ICA در ادامه ارائه شده است.



هر جواب در ICA نوعی آرایه است که کشور نامیده می‌شود. نمایش کشورها، تولید جمعیت اولیه و فرآیند ارزیابی کشورها در الگوریتم پیشنهادی MC-ICA همانند الگوریتم MC-GA است. بعد از تولید تصادفی کشورها، تکنیک شبیه‌سازی مونت کارلو جهت محاسبه تابع هدف (رابطه ۱۲) مدل پیشنهادی (۱۴) بکار گرفته می‌شود که در بخش قبل به آن پرداخته شد. در الگوریتم ICA ابتدا به تعداد  $N_{imp}$  از کشورهایی که دارای بهترین مقدار تابع هدف در میان جمعیت هستند، به‌عنوان کشورهای استعمارگر انتخاب و مابقی کشورها به تعداد (Ncol) به‌عنوان کشورهای مستعمره تعیین که در مجموع امپراطوری‌ها را تشکیل می‌دهند. سپس با استفاده از رابطه زیر مقدار تابع هدف هر یک از کشورهای استعمارگر نرمالایز می‌گردد.

$$C_n = \frac{W_n^t - W_{best}^t}{W_{max}^t - W_{min}^t} \quad (23)$$

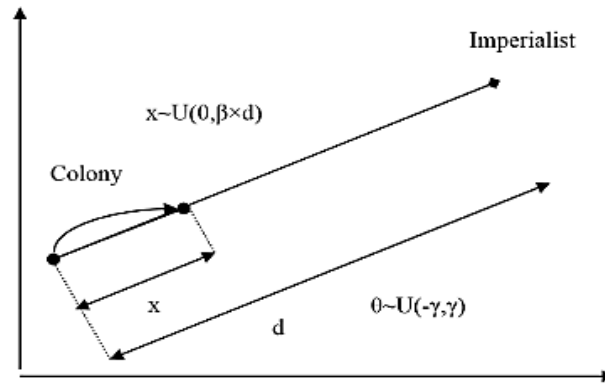
که در آن  $C_n$  مقدار نرمالایز شده تابع هدف کشور استعمارگر  $n$  ام می‌باشد. همچنین  $W_{min}^t$  و  $W_{max}^t$  به ترتیب بیانگر بهترین، ماکزیمم و مینیمم مقادیر تابع هدف در هر تکرار از الگوریتم می‌باشند. قدرت نرمالایز شده هر استعمارگر از رابطه (۲۴) به دست می‌آید.

$$P_n = \left| C_n / \sum_{i=1}^{N_{imp}} C_i \right| \quad (24)$$

تعداد اولیه از کشورهای مستعمره جهت تخصیص به هریک از امپراطوری‌ها از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$NC_n = \text{round} \left\{ P_n \cdot N_{col} \right\} \quad (25)$$

طوری‌که  $NC_n$  بیانگر تعداد اولیه از کشورهای مستعمره تخصیص یافته به استعمارگر  $n$  ام می‌باشد. سپس، کشورهای استعمارگر شروع به جذب کشورهای مستعمره به سمت خود جهت ارتقاء برازندگی آنها می‌نمایند. این حرکت در شکل (۱) به تصویر کشیده شده است که در آن  $d$  بیانگر فاصله بین استعمارگر با مستعمره خود است.



شکل ۱. حرکت کشور مستعمره به سمت کشور استعمارگر در امپراطوری

طوری که  $x$  و  $\theta$  اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت و  $\beta$  عدد حقیقی بین ۱ تا ۲ می‌باشد.

$$X \sim U(0, \beta \times d) \quad (26)$$

در طول حرکت کشورهای مستعمره به سمت استعمارگر در هر امپراطوری، برخی از آن‌ها به مقدار تابع هدف بهتری نسبت به کشور استعمارگر دست پیدا می‌کنند. در این حالت، مکان کشور استعمارگر و مستعمره بایکدیگر تعویض می‌شود. آنگاه، قدرت امپراطوری به صورت رابطه زیر به‌روزرسانی می‌شود.

$$TC_n = \cos t(imperialist_n) + \zeta \times mean(colonies \ of \ empire_n) \quad (27)$$

که در آن  $TC_n$  مقدار برازندگی امپراطوری  $n$  ام و  $\zeta$  یک عدد حقیقی تصادفی بین صفر و یک می‌باشد. هر امپراطوری که نتواند قدرت خود را افزایش دهد، به تدریج حذف می‌شود. احتمال مالکیت هر امپراطوری به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{pn} = \left| \frac{\max\{TC_i\} - TC_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} (\max\{TC_i\} - TC_n)} \right| \quad (28)$$

امپراطوری‌های ناتوان سقوط خواهند کرد و مستعمرات آن‌ها در رقابت بین سایر امپراطوری‌ها تقسیم می‌شود. سرانجام، وقتی بین همه کشورها فقط یک امپراطوری وجود داشته باشد، ملاک توقف الگوریتم خواهد بود.



## ۵- نتایج محاسباتی

### ۵-۱- تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های MC-GA و MC-ICA

نتایج الگوریتم‌های فراابتکاری تحت تأثیر مقادیر پارامترهای آنها می‌باشد. در این تحقیق، از روش رویه سطح پاسخ (RSM) برای تنظیم مقادیر پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی استفاده شده است. این روش در مرحله اول به دنبال تعیین منطقه بهینه با استفاده از مدل رگرسیون است و تعیین پاسخ بهینه‌سازی در مرحله دوم انجام می‌شود. برای به‌دست آوردن مقادیر بهینه پارامترهای موثر در الگوریتم‌های فراابتکاری در RSM، سه سطح برای هر پارامتر شامل سطح پایین (L)، سطح متوسط (M) و سطح بالا (H) در نظر گرفته می‌شود. هنگامی که پارامتر در سطح پایین است، مقدار ۱- و هنگامی که در سطح متوسط است، مقدار صفر و زمانی که پارامتر در سطح بالا است، مقدار ۱+ به خود می‌گیرد. پارامترهای کدگذاری شده به شرح زیر تعریف می‌شوند [۲۹]:

$$o_i = \frac{p_i - (\frac{h+l}{2})}{(\frac{h-l}{2})} \quad (29)$$

طوری‌که  $P_i$  و  $O_i$  به ترتیب پارامترهای واقعی و کدگذاری شده هستند. سطوح پارامترها در جدول (۱) نمایش داده شده است.

جدول ۱. سطوح پارامترهای الگوریتم‌های MC-GA و MC-ICA در بکارگیری از روش RSM

سطوح پارامترهای MC-GA					
Level	$P_c$	$P_m$	Pop-size	Iteration	n-simulation
-۱	۰/۵	۰/۰۱	۵	۱۰	۴۰
۰	۰/۷	۰/۰۵	۱۲	۲۰	۷۰
+۱	۰/۹	۰/۱	۲۰	۳۰	۱۰۰
سطوح پارامترهای MC-ICA					
Level	$\beta$	$\zeta$	$\theta$	$N_{imp}$	n-simulation
-۱	۰/۱	۰/۱	۱۰	۱۰	۴۰
۰	۰/۵	۰/۵	۹۰	۲۰	۷۰
+۱	۱	۱	۱۸۰	۳۰	۱۰۰

همچنین مقادیر بهینه پارامترها حاصل از RSM در جدول (۲) ارائه شده است.



جدول ۲. مقادیر بهینه پارامترهای MC-GA و MC-ICA حاصل از روش RSM

مقادیر بهینه پارامترهای MC-GA				
$P_c$	$P_m$	Pop-size	Iteration	n-simulation
۰/۷۵	۰/۰۴	۱۲	۲۵	۷۴
مقادیر بهینه پارامترهای MC-ICA				
$\beta$	$\zeta$	$\theta$	$N_{imp}$	n-simulation
۰/۴۵	۰/۶۲	۴۵	۱۵	۶۱

## ۲-۵- مطالعه موردی

جهت بررسی دقت مدل ارائه شده و اعتبارسنجی الگوریتم‌های هیبریدی پیشنهادی، یک مطالعه موردی در شعب یک بانک ایرانی انجام تا کارایی آن‌ها برای دوره مالی آتی آن‌ها پیش‌بینی شود. همچنین، ورودی‌های ثابت و شبه ثابت و خروجی‌های شعب بانک بر اساس شاخص‌های بانکداری نوین [۲۰] انتخاب شده‌اند. ورودی‌های ثابت شامل هزینه‌های کل، کفایت سرمایه و کیفیت دارایی‌ها و ورودی شبه ثابت آن‌ها شامل نقدینگی می‌باشد؛ زیرا به‌عنوان خروجی شعبه در انتهای یک دوره مالی و ورودی همان شعبه در دوره مالی آتی آن محسوب می‌شود. هزینه‌های کل از هزینه‌های عملیاتی و غیرعملیاتی تشکیل شده و کفایت سرمایه به‌معنای توانایی بانک‌ها در کنار آمدن با مشکلات احتمالی و تأمین منافع سپرده‌گذاران است. کیفیت دارایی‌ها شامل ریسک اعتباری در پرداخت مطالبات به سایر بانک‌ها و مؤسسات اعتباری، مطالبات دولت و نهادهای سرمایه‌گذاری است. همچنین نقدینگی وجوهی است که اشخاص حقیقی یا حقوقی در اختیار بانک جهت سرمایه‌گذاری قرار می‌دهند. از طرف دیگر، خروجی‌های شعب در محیط بانکداری نوین شعب شامل تسهیلات اعطایی، تراکنش‌های الکترونیکی و نقدینگی می‌باشد. تسهیلات بانکی که بخش عمده‌ای از هزینه‌های بانک را تشکیل می‌دهند، قسمت مهمی از عملکرد هر بانک است. معاملات الکترونیکی شامل مجموع معاملات الکترونیکی خرید، معاملات انتقال پول، معاملات بانکی اینترنتی و معاملات تلفن همراه بانک است. جدول (۳) بیانگر ورودی‌ها و خروجی‌های شعب است که به‌صورت متغیرهای تصادفی فازی مثلثی تعریف شده و با توجه به روند اطلاعات ثبت شده از شعب بانک در دوره‌های مالی گذشته و انجام آزمون‌های آماری، از توزیع نرمال با میانگین و واریانس معین قید شده در جدول (۳) پیروی



می‌کنند و همچنین کران بالا و پایین این متغیرهای تصادفی فازی توسط کارشناسان بانک برای دوره مالی آتی آن‌ها برآورد شده است (بر حسب هزار میلیون ریال).

جدول ۳. وروی‌ها و خروجی‌های برآورد شده شعب بانک برای دوره مالی آتی آن‌ها

شعبه	ورودی‌های ثابت			ورودی	خروجی‌ها	
	هزینه کل	کفایت سرمایه	کیفیت دارایی	شبه ثابت نقدینگی	تراکنش‌های الکترونیکی	تسهیلات اعطایی بانکی
۱	$(x_{11}^1 - 88, x_{11}^1, x_{11}^1 + 127)$	$(x_{21}^1 - 15, x_{21}^1, x_{21}^1 + 50)$	$(x_{31}^1 - 30, x_{31}^1, x_{31}^1 + 60)$	$(k_{11}^0 - 155, k_{11}^0, k_{11}^0 + 150)$	$(y_{11}^1 - 300, y_{11}^1, y_{11}^1 + 880)$	$(k_{11}^1 - 170, k_{11}^1, k_{11}^1 + 150)$
	$x_{11}^1 - N(56.7, 7.5387)$	$x_{21}^1 - N(81.87, 1.36)$	$x_{31}^1 - N(162.7, 21.18)$	$k_{11}^0 - N(30856, 9156)$	$y_{11}^1 - N(21551, 5232)$	$y_{21}^1 - N(14303, 4272)$
۲	$(x_{12}^1 - 100, x_{12}^1, x_{12}^1 + 90)$	$(x_{22}^1 - 15, x_{22}^1, x_{22}^1 + 50)$	$(x_{32}^1 - 30, x_{32}^1, x_{32}^1 + 60)$	$(k_{12}^0 - 150, k_{12}^0, k_{12}^0 + 150)$	$(y_{12}^1 - 300, y_{12}^1, y_{12}^1 + 1000)$	$(k_{12}^1 - 150, k_{12}^1, k_{12}^1 + 150)$
	$x_{12}^1 - N(5832, 49.16)$	$x_{22}^1 - N(67.45, 1.81)$	$x_{32}^1 - N(101.7, 27.65)$	$k_{12}^0 - N(27737, 5466)$	$y_{12}^1 - N(17956, 6784)$	$y_{22}^1 - N(13985, 3478)$
۳	$(x_{13}^1 - 100, x_{13}^1, x_{13}^1 + 90)$	$(x_{23}^1 - 15, x_{23}^1, x_{23}^1 + 50)$	$(x_{33}^1 - 30, x_{33}^1, x_{33}^1 + 60)$	$(k_{13}^0 - 150, k_{13}^0, k_{13}^0 + 169)$	$(y_{13}^1 - 300, y_{13}^1, y_{13}^1 + 1000)$	$(k_{13}^1 - 150, k_{13}^1, k_{13}^1 + 150)$
	$x_{13}^1 - N(621.7, 41.6)$	$x_{23}^1 - N(75.45, 1.44)$	$x_{33}^1 - N(95.79, 14.79)$	$k_{13}^0 - N(29784, 8745)$	$y_{13}^1 - N(17854, 4517)$	$y_{23}^1 - N(13456, 3541)$
۴	$(x_{14}^1 - 100, x_{14}^1, x_{14}^1 + 90)$	$(x_{24}^1 - 15, x_{24}^1, x_{24}^1 + 50)$	$(x_{34}^1 - 30, x_{34}^1, x_{34}^1 + 60)$	$(k_{14}^0 - 150, k_{14}^0, k_{14}^0 + 169)$	$(y_{14}^1 - 300, y_{14}^1, y_{14}^1 + 1000)$	$(k_{14}^1 - 150, k_{14}^1, k_{14}^1 + 150)$
	$x_{14}^1 - N(6243, 71.13)$	$x_{24}^1 - N(47.41, 1.1)$	$x_{34}^1 - N(132.7, 39.18)$	$k_{14}^0 - N(27437, 5457)$	$y_{14}^1 - N(17354, 4198)$	$y_{24}^1 - N(15214, 6021)$
۵	$(x_{15}^1 - 100, x_{15}^1, x_{15}^1 + 90)$	$(x_{25}^1 - 15, x_{25}^1, x_{25}^1 + 50)$	$(x_{35}^1 - 30, x_{35}^1, x_{35}^1 + 60)$	$(k_{15}^0 - 150, k_{15}^0, k_{15}^0 + 169)$	$(y_{15}^1 - 300, y_{15}^1, y_{15}^1 + 1000)$	$(k_{15}^1 - 150, k_{15}^1, k_{15}^1 + 150)$
	$x_{15}^1 - N(542.1, 61.13)$	$x_{25}^1 - N(78.95, 1.24)$	$x_{35}^1 - N(85.74, 19.70)$	$k_{15}^0 - N(25737, 8494)$	$y_{15}^1 - N(18045, 6478)$	$y_{25}^1 - N(14765, 4795)$
۶	$(x_{16}^1 - 100, x_{16}^1, x_{16}^1 + 177)$	$(x_{26}^1 - 15, x_{26}^1, x_{26}^1 + 50)$	$(x_{36}^1 - 30, x_{36}^1, x_{36}^1 + 60)$	$(k_{16}^0 - 150, k_{16}^0, k_{16}^0 + 169)$	$(y_{16}^1 - 300, y_{16}^1, y_{16}^1 + 1000)$	$(k_{16}^1 - 150, k_{16}^1, k_{16}^1 + 150)$
	$x_{16}^1 - N(519.7, 35.7)$	$x_{26}^1 - N(79.87, 1.34)$	$x_{36}^1 - N(38.54, 34.1)$	$k_{16}^0 - N(28417, 6457)$	$y_{16}^1 - N(18343, 5413)$	$y_{26}^1 - N(12874, 2954)$
۷	$(x_{17}^1 - 100, x_{17}^1, x_{17}^1 + 90)$	$(x_{27}^1 - 15, x_{27}^1, x_{27}^1 + 50)$	$(x_{37}^1 - 30, x_{37}^1, x_{37}^1 + 60)$	$(k_{17}^0 - 110, k_{17}^0, k_{17}^0 + 169)$	$(y_{17}^1 - 300, y_{17}^1, y_{17}^1 + 1000)$	$(k_{17}^1 - 124, k_{17}^1, k_{17}^1 + 150)$
	$x_{17}^1 - N(563.1, 51.3)$	$x_{27}^1 - N(15.91, 1.96)$	$x_{37}^1 - N(74.74, 36.7)$	$k_{17}^0 - N(21871, 4128)$	$y_{17}^1 - N(17652, 4123)$	$y_{27}^1 - N(15014, 5784)$
۸	$(x_{18}^1 - 100, x_{18}^1, x_{18}^1 + 90)$	$(x_{28}^1 - 15, x_{28}^1, x_{28}^1 + 50)$	$(x_{38}^1 - 30, x_{38}^1, x_{38}^1 + 60)$	$(k_{18}^0 - 80, k_{18}^0, k_{18}^0 + 150)$	$(y_{18}^1 - 300, y_{18}^1, y_{18}^1 + 1000)$	$(k_{18}^1 - 80, k_{18}^1, k_{18}^1 + 150)$
	$x_{18}^1 - N(490.7, 36.7)$	$x_{28}^1 - N(39.41, 1.22)$	$x_{38}^1 - N(192.7, 31.18)$	$k_{18}^0 - N(17171, 4120)$	$y_{18}^1 - N(56.7, 53.87)$	$y_{28}^1 - N(16324, 1478)$
۹	$(x_{19}^1 - 100, x_{19}^1, x_{19}^1 + 90)$	$(x_{29}^1 - 15, x_{29}^1, x_{29}^1 + 50)$	$(x_{39}^1 - 30, x_{39}^1, x_{39}^1 + 60)$	$(k_{19}^0 - 80, k_{19}^0, k_{19}^0 + 150)$	$(y_{19}^1 - 300, y_{19}^1, y_{19}^1 + 1000)$	$(k_{19}^1 - 80, k_{19}^1, k_{19}^1 + 150)$
	$x_{19}^1 - N(452.7, 42.1)$	$x_{29}^1 - N(71.45, 1.91)$	$x_{39}^1 - N(62.74, 28.41)$	$k_{19}^0 - N(18181, 7412)$	$y_{19}^1 - N(17216, 2169)$	$y_{29}^1 - N(14852, 5789)$
۱۰	$(x_{110}^1 - 100, x_{110}^1, x_{110}^1 + 150)$	$(x_{210}^1 - 15, x_{210}^1, x_{210}^1 + 50)$	$(x_{310}^1 - 30, x_{310}^1, x_{310}^1 + 60)$	$(k_{110}^0 - 150, k_{110}^0, k_{110}^0 + 150)$	$(y_{110}^1 - 300, y_{110}^1, y_{110}^1 + 1000)$	$(k_{110}^1 - 150, k_{110}^1, k_{110}^1 + 150)$
	$x_{110}^1 - N(470.6, 41.3)$	$x_{210}^1 - N(30.41, 1.54)$	$x_{310}^1 - N(114.7, 32.1)$	$k_{110}^0 - N(26737, 7454)$	$y_{110}^1 - N(16127, 1654)$	$y_{210}^1 - N(13753, 3745)$





همچنین جدول (۴) مقادیر کارایی‌های پیش‌بینی شده شعب بانک را برای دوره مالی آتی آن‌ها که توسط مدل پیشنهادی (۱۴) و الگوریتم‌های MC-GA و MC-ICA و تحت سطوح مختلف اطمینان محاسبه شده را نمایش می‌دهد. کلیه محاسبات توسط کامپیوتر تحت سیستم عامل Windows ۷ مبتنی بر Linux با پردازنده ۲/۴ گیگاهرتز با استفاده از پارامترهای تنظیم شده (جدول ۲) و با استفاده از زبان برنامه‌نویسی C++ صورت گرفته است.

جدول ۴. مقادیر کارایی‌های پیش‌بینی شده شعب برای دوره مالی آتی آن‌ها تحت سطوح مختلف اطمینان

الگوریتم	شعبه	$\alpha_1=0/0.5$	$\alpha_2=0/2$	$\alpha_3=0/3$	$\alpha_4=0/5$	$\alpha_5=0/7$
MC-GA	۱	0/875	0/868	0/861	0/798	0/756
	۲	0/864	0/857	0/851	0/787	0/745
	۳	0/817	0/810	0/780	0/740	0/698
	۴	0/886	0/879	0/851	0/809	0/767
	۵	0/893	0/886	0/823	0/816	0/774
	۶	0/903	0/896	0/892	0/826	0/784
	۷	0/895	0/888	0/835	0/818	0/776
	۸	0/932	0/925	0/889	0/855	0/813
	۹	0/909	0/902	0/878	0/832	0/798
	۱۰	0/796	0/789	0/756	0/719	0/667
MC-ICA	۱	0/877	0/871	0/866	0/857	0/849
	۲	0/836	0/830	0/825	0/816	0/808
	۳	0/848	0/842	0/837	0/828	0/820
	۴	0/919	0/913	0/908	0/899	0/891
	۵	0/923	0/917	0/912	0/903	0/895
	۶	0/949	0/943	0/938	0/929	0/921
	۷	0/928	0/922	0/917	0/908	0/900
	۸	0/969	0/963	0/958	0/949	0/941
	۹	0/956	0/950	0/945	0/936	0/928
	۱۰	0/816	0/810	0/805	0/796	0/788

به‌منظور حذف نتایج نامطلوب کارایی‌های پیش‌بینی شده اولیه حاصله از مدل پیشنهادی (۱۴) در جدول (۴)، مطابق با گام سوم از طراحی مدل پیشنهادی این مقاله، تکنیک PCA روی آن‌ها بکار گرفته شد که نتایج در جدول (۵) نمایش داده شده و همان طور که نمایان است، مؤلفه‌های اصلی اول و دوم یعنی  $PC_1$  و  $PC_2$  برای الگوریتم‌های MC-GA و MC-ICA که دارای



$\lambda > 1$  هستند، انتخاب گردیدند (مطابق با گام (۴) از اجرای روش PCA). پس از تبدیل مؤلفه‌های اصلی منفی به مثبت با استفاده از رابطه (۲۰)، نتایج حاصله به‌عنوان ورودی به مدل پیشنهادی نهایی FDS-BCC-PCA (مدل ۲۱) وارد شده که نتایج نهایی کارایی‌های پیش‌بینی شعب بانک برای دوره مالی آتی آن‌ها در جدول (۶) نمایش داده شده است.

جدول ۵. نتایج حاصل از اجرای PCA روی کارایی‌های پیش‌بینی شده شعب

	مقدار ویژه $\lambda$	۲/۹۵۸۱	۱/۹۵۶۵	۰/۰۲۵۲	۰/۰۲۲۷	۰/۰۰۰۵
	سطح اطمینان	$PC_1$	$PC_2$	$PC_3$	$PC_4$	$PC_5$
MC-GA	$\alpha_1=0/0.5$	-۰/۳۲۳	۰/۴۵۲	-۰/۲۴۱	۰/۶۴۱	-۰/۰۶۸
	$\alpha_2=0/2$	-۰/۳۲۴	۰/۴۴۲	-۰/۲۷۷	-۰/۶۳۵	-۰/۰۶۳
	$\alpha_3=0/3$	-۰/۳۴۶	-۰/۲۲۳	-۰/۵۴۸	-۰/۱۵۰	-۰/۵۷۲
	$\alpha_4=0/5$	-۰/۳۴۱	-۰/۲۵۶	۰/۷۰۲	۰/۳۱۳	-۰/۲۰۲
	$\alpha_5=0/7$	-۰/۳۴۶	-۰/۲۴۲	-۰/۱۷۰	-۰/۱۵۲	-۰/۷۶۸
	مقدار ویژه $\lambda$	۳/۲۷۴۵	۱/۴۵۰۲	۰/۱۵۰۹	۰/۱۲۴۱	۰/۰۰۰۳
	سطح اطمینان	$PC_1$	$PC_2$	$PC_3$	$PC_4$	$PC_5$
MC-ICA	$\alpha_1=0/0.5$	-۰/۳۱۲	۰/۴۴۱	-۰/۲۳۰	۰/۶۳۰	-۰/۰۵۷
	$\alpha_2=0/2$	-۰/۳۱۳	۰/۴۳۱	-۰/۲۶۵	-۰/۶۲۴	-۰/۰۵۲
	$\alpha_3=0/3$	-۰/۳۳۵	-۰/۲۱۲	-۰/۵۳۷	-۰/۱۴۱	-۰/۵۶۱
	$\alpha_4=0/5$	-۰/۳۳۰	-۰/۲۴۵	۰/۶۹۱	۰/۳۰۲	-۰/۱۹۵
	$\alpha_5=0/7$	-۰/۳۳۵	-۰/۲۳۱	-۰/۱۶۱	-۰/۱۴۱	-۰/۷۵۷

جدول ۶. مقادیر نهایی کارایی‌های پیش‌بینی شده شعب بانک توسط مدل پیشنهادی FDS-BCC-PCA

شعبه	MC-GA	MC-ICA
۱	-۰/۷۸۷	۰/۸۴۶
۲	-۰/۷۷۶	۰/۸۰۵
۳	-۰/۷۳۰	۰/۸۱۷
۴	-۰/۷۹۸	۰/۸۸۸
۵	-۰/۸۰۵	۰/۸۹۵
۶	-۰/۸۱۵	۰/۹۱۸
۷	-۰/۸۰۷	۰/۸۹۸
۸	-۰/۸۴۴	۰/۹۳۸
۹	-۰/۸۲۱	۰/۹۲۵
۱۰	-۰/۷۰۸	۰/۷۸۵



به‌منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از مدل پیشنهادی FDS-BCC-PCC و الگوریتم‌های هیبریدی ارائه شده، در ادامه مقایسه‌ای بین کارایی‌های پیش‌بینی شده و کارایی واقعی شعب انجام شده است. مقادیر واقعی کارایی شعب بانک با استفاده از مدل BCC پویا (مدل (۱)) و بر اساس ورودی‌ها و خروجی‌های واقعی شعب که پس از اتمام دوره پیش‌بینی در سیستم بانکی حاصل شده‌اند، به‌دست آمده است و نتایج در جدول (۷) ارائه شده است که نشان از دقت نتایج مدل پیشنهادی دارد.

جدول ۷. ورودی‌ها و خروجی‌های واقعی شعب و مقادیر کارایی واقعی آن‌ها در دوره پیش‌بینی

ردیف	ورودی‌های ثابت		ورودی شبه ثابت	خروجی‌ها			کارایی واقعی (BCC پویا)	کارایی پیش‌بینی شده (MC-GA)	کارایی پیش‌بینی شده (MC-ICA)	
	هزینه کل	تسهیلات اعطایی بانکی		تراکنش الکترونیکی	تسهیلات اعطایی بانکی	نقدینگی				
۱	۶۳۷/۷	۱۰۶/۸	۱۹۲/۷	۴۰۸۵۶	۲۵۹۵۱	۱۸۳۰۳	۴۲۶۰۶	۰/۸۸۶	۰/۷۸۷	۰/۸۴۶
۲	۶۲۸/۲	۹۲/۴	۱۳۱/۷	۳۷۷۳۷	۲۲۹۵۶	۱۷۹۸۵	۳۸۵۳۷	۰/۸۶۸	۰/۷۷۶	۰/۸۰۵
۳	۶۶۶/۷	۱۰۰/۴	۱۲۵/۸	۳۹۷۸۴	۲۲۸۵۴	۱۷۴۵۶	۴۰۷۸۲	۰/۸۷۲	۰/۷۳۰	۰/۸۱۷
۴	۶۹۹/۶	۷۲/۴	۱۶۲/۷	۳۷۴۳۷	۲۲۳۵۴	۱۹۲۱۴	۳۹۴۳۶	۰/۸۹۸	۰/۷۹۸	۰/۸۸۸
۵	۵۸۷/۱	۱۰۳/۹	۱۱۵/۷۴	۳۵۷۳۷	۲۳۰۴۵	۱۸۷۶۵	۳۷۷۴۷	۰/۸۹۹	۰/۸۰۵	۰/۸۹۵
۶	۶۰۹/۷	۱۰۴/۸	۶۸/۵۴	۳۸۴۱۷	۲۳۳۴۳	۱۶۸۷۴	۳۹۴۱۸	۰/۹۲۱	۰/۸۱۵	۰/۹۱۸
۷	۶۰۸/۱	۴۰/۹	۱۰۴/۷۴	۳۱۸۷۱	۲۲۶۵۲	۱۹۰۱۴	۳۳۸۷۵	۰/۹۱۳	۰/۸۰۷	۰/۸۹۸
۸	۵۳۵/۷	۶۴/۴	۲۲۲/۷	۲۷۱۷۱	۲۱۳۲۴	۱۶۲۵۶	۲۹۱۷۱	۰/۹۴۱	۰/۸۴۴	۰/۹۳۸
۹	۴۹۷/۷	۹۶/۴	۹۲/۷۴	۲۸۱۸۱	۲۲۲۱۶	۱۸۸۵۲	۳۱۱۸۰	۰/۹۳۲	۰/۸۲۱	۰/۹۲۵
۱۰	۵۱۵/۶	۵۱/۴	۱۴۴/۷	۳۶۷۳۷	۲۱۱۲۷	۱۷۷۵۳	۳۸۷۳۰	۰/۸۶۴	۰/۷۰۸	۰/۷۸۵

همچنین در این مقاله، برای ارزیابی عملکرد مدل پیشنهادی FDS-BCC-PCC و الگوریتم‌های هیبریدی طراحی شده، از ضریب تعیین ( $R^2$ ) و خطای جذر میانگین مربعات ( $RMSE^{۳۵}$ ) استفاده شده است و نتایج در جدول (۸) ارائه شده است.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Z_r - Z_p)^2}{\sum_{i=1}^n (Z_r - \bar{Z})^2} \quad (۳۰)$$



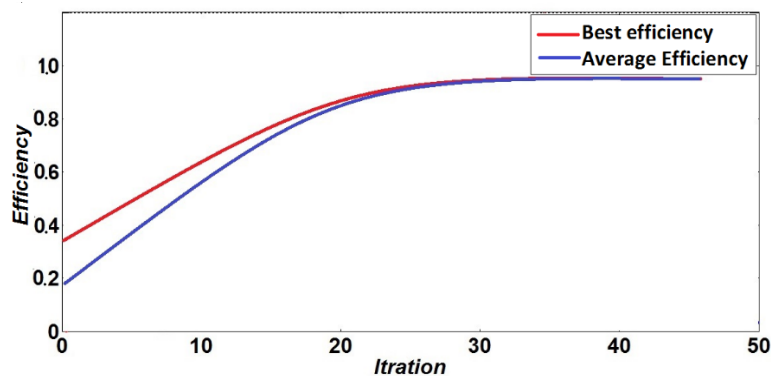
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Z_r - Z_p)^2}{n}} \quad (31)$$

طوری‌که در آن  $Z_r$ ،  $Z_p$  و  $\bar{Z}$  به ترتیب بیانگر کارایی‌های واقعی، کارایی‌های پیش‌بینی شده و میانگین مقادیر کارایی واقعی شعب بانک می‌باشند.

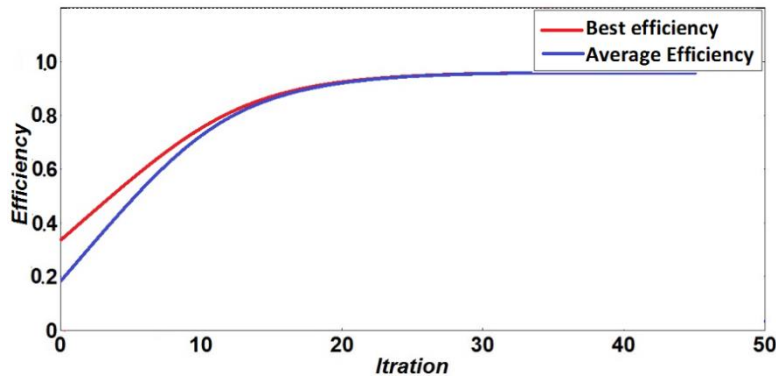
جدول ۸. شاخص‌های ارزیابی  $R^2$  و RMSE جهت مقایسه نتایج الگوریتم‌های پیشنهادی

شاخص ارزیابی	کارایی‌های پیش‌بینی شده توسط MC-GA	کارایی‌های پیش‌بینی شده توسط MC-ICA
$R^2$	۰/۸	۰/۶۴
RMSE	۰/۱۱	۰/۰۳۲

همان‌طور که از جدول (۸) مشاهده می‌شود، الگوریتم MC-ICA در حل مدل پیشنهادی در هر دو معیار  $R^2$  و RMSE نسبت به الگوریتم MC-GA عملکرد بهتری داشته است. شکل‌های (۲) و (۳) به ترتیب منحنی‌های شاخص‌های میانگین و بهترین مقدار تابع هدف را در تکرارهای حل برای الگوریتم‌های MC-GA و MC-ICA نشان می‌دهند. همان‌طور که نمایان است الگوریتم MC-ICA دارای عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم MC-GA در نرخ همگرایی به جواب در تکرارهای صورت گرفته می‌باشد.



شکل ۲. منحنی‌های میانگین و بهترین مقدار تابع هدف در تکرارهای الگوریتم MC-GA



شکل ۳. منحنی‌های میانگین و بهترین مقدار تابع هدف در تکرارهای الگوریتم MC-ICA

## ۶- نتایج و پیشنهادها

یکی از عوامل مهم در دستیابی به هدف چشم‌انداز بیست ساله کشور، افزایش کارایی و استفاده بهینه از منابع واحدهای مختلف در راستای صرفه‌جویی در منابع و همزمان افزایش سطح خروجی است. اولین گام در راه بهبود کارایی ارائه مدلی برای پیش‌بینی کارایی واحدها می‌باشد. نهادهای مالی از دیرباز نقش بسزایی در توسعه و رشد اقتصادی کشورها داشته و بانک‌ها به عنوان یکی از مهم‌ترین نهادهای مالی، نقش پررنگ‌تری نسبت به سایر نهادها در امر توسعه داشته‌اند. عواملی نظیر جهانی شدن، مقررات‌زدایی، حضور جدی‌تر بانک‌های اسلامی و تخصصی در صنعت بانکداری نوین، حرکت به سمت سودآوری بیشتر و پیشرفت‌های فناوری به همگرایی و فزونی رقابت میان بانک‌ها رهنمون شده است.

در این پژوهش مدل یکپارچه جدیدی جهت پیش‌بینی کارایی شعب مبتنی بر شاخص‌های بانکداری نوین بر اساس تحلیل پوششی داده‌های تصادفی پویا در محیط فازی و تحلیل مؤلفه‌های اصلی به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو ارائه شد. به‌جهت مواجهه با عدم قطعیت در فضای پیش‌بینی کارایی، ورودی‌ها و خروجی‌های شعب در مدل ارائه شده به‌صورت متغیرهای تصادفی فازی مثلثی با توزیع نرمال طراحی و از تئوری متوسط شانس برای بیان محدودیت‌های مدل و از امید ریاضی در تابع هدف آن، به‌منظور پیش‌بینی کارایی مورد انتظار شعب با لحاظ بازدهی متغیر نسبت به مقیاس برای آنها استفاده شد که سبب کاربردی‌سازی



مدل پیشنهادی گردید.

به‌منظور حل مدل پیشنهادی، در این تحقیق الگوریتم‌های هیبریدی جدیدی با ترکیب روش شبیه‌سازی مونت کارلو با الگوریتم‌های فراابتکاری GA و ICA طراحی گردید. جهت ارزیابی دقت مدل پیشنهادی و اعتبارسنجی الگوریتم‌های هیبریدی پیشنهادی در این تحقیق، یک مطالعه موردی در حوزه صنعت بانکداری نوین مطرح و نتایج محاسباتی مورد تحلیل قرار گرفت. همچنین در این تحقیق، برای مقایسه نتایج الگوریتم‌های هیبریدی پیشنهادی، از شاخص‌های ضریب تعیین ( $R^2$ ) و خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) استفاده گردید و نتایج نشان داد که الگوریتم MC-ICA در حل مدل پیشنهادی و در هر دو معیار  $R^2$  و RMSE نسبت به الگوریتم MC-GA عملکرد بهتری داشته است. در نهایت با مقایسه منحنی‌های میانگین و بهترین مقدار تابع هدف در تکرارهای صورت گرفته در الگوریتم‌های پیشنهادی نتایج نشان داد که MC-ICA در نرخ همگرایی به جواب نسبت به MC-GA عملکرد بهتری داشته است. در ادامه، موارد زیر جهت تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود:

- توسعه مدل پیشنهادی با لحاظ توزیع غیرنرمال برای ورودی‌ها و خروجی‌های شعب بانک
- توسعه مدل پیشنهادی با در نظر گرفتن وابستگی شبکه بین شعب بانک
- توسعه مدل پیشنهادی با محدودیت‌های احتمالی

## ۷- پی‌نوشت‌ها

1. Stochastic Data Envelopment Analysis
2. Principal Component Analysis
3. Monte Carlo Simulation
4. Genetic Algorithm
5. Imperialist Competitive Algorithm
6. Charnes & Cooper
7. Rhodes
8. Sengupta
9. Stochastic Data Envelopment Analysis
10. Cooper
11. Banker, Charnes & Cooper
12. Punyangarm
13. Shanmugam & Johnson
14. Qin & Liu
15. Nataraja & Johnson
16. Dai
17. Credibility
18. Wanke
19. Papi
20. Yu
21. Stochastic Frontier Analysis
22. Organisation for Economic Cooperation and Development
23. Cong
24. Response Surface Methodology
25. Fuzzy Dynamic Stochastic-BCC
26. Expected Value
27. Mean Chance
28. Chromosome
29. Pop-size



- |                                 |                                |
|---------------------------------|--------------------------------|
| ۳۰. Fitness Function Evaluation | ۳۳. Offspring                  |
| ۳۱. Selection                   | ۳۴. Mutation                   |
| ۳۲. Crossover                   | ۳۵. Root-Mean-Square Deviation |

## ۸- منابع

- [۱] Papi, S., Khorramabadi, M., & Lashgarara, S. (۲۰۱۸). Estimating productivity of the provinces of Iran in the health sector using Fuzzy data in Imprecise Data Envelopment Analysis (IDEA). *Journal of Health Administration*, 21(۷۳), ۳۵-۴۸.
- [۲] Arteaga, F. J. S., Tavana, M., Di Caprio, D., & Toloo, M. (۲۰۱۹). A dynamic multi-stage slacks-based measure data envelopment analysis model with knowledge accumulation and technological evolution. *European Journal of Operational Research*, ۲۷۸(۲), ۴۴۸-۴۶۲.
- [۳] Charnes, A., & Cooper, W. W. (۱۹۵۹). Chance-constrained programming. *Management science*, 6(۱), ۷۳-۷۹.
- [۴] Charnes, A., Cooper, W.W and Rhodes, E. (۱۹۷۸) Measuring the efficiency of DMUs, *European Journal of Operational Research*, ۲, p. ۴۲۹-۴۴۴.
- [۵] Sengupta, J. (۱۹۸۲). *Decision models in stochastic programming: operational methods of decision making under uncertainty* (Vol. ۷). North-Holland.
- [۶] Cooper, W. W., Huang, Z., Lelas, V., Li, S. X., & Olesen, O. B. (۱۹۹۸). Chance constrained programming formulations for stochastic characterizations of efficiency and dominance in DEA. *Journal of Productivity Analysis*, 9(۱), ۵۳-۷۹.
- [۷] Punyangarm, V., Yanpirat, P., Charnsethikul, P., & Lertworasirikul, S. (۲۰۰۶). A Credibility Approach for Fuzzy Stochastic Data Envelopment Analysis (FSDEA).
- [۸] Shanmugam, R., & Johnson, C. (۲۰۰۷). At a crossroad of data envelopment and principal component analyses. *Omega*, ۳۵(۴), ۳۵۱-۳۶۴.
- [۹] Qin, R., & Liu, Y. K. (۲۰۱۰). A new data envelopment analysis model with fuzzy random inputs and outputs. *Journal of Applied Mathematics and Computing*, 33(۱).
- [۱۰] Nataraja, N. R., & Johnson, A. L. (۲۰۱۱). Guidelines for using variable selection techniques in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, ۲۱۵(۳), ۶۶۲-۶۶۹.
- [۱۱] Dai, X., Liu, Y., & Qin, R. (۲۰۱۳). "Modeling Fuzzy DEA with Expectation Criterion". *Journal of the Operational Research Society*, ۶۰, ۱۵۷۶-۱۵۸۶.



- [۱۲] Yaghoubi, A., & Amiri, M. (۲۰۱۵). Designing a new multi-objective fuzzy stochastic DEA model in a dynamic environment to estimate efficiency of decision making units (Case Study: An Iranian Petroleum Company). *Journal of Industrial Engineering and Management Studies*, 2(۲), ۲۶-۴۲.
- [۱۳] Azizi, H., & Jahed, R. (۲۰۱۵). Supplier selection in volume discount environments in the presence of both cardinal and ordinal data: A new approach based on double frontiers DEA. *Management Research in Iran*, ۱۹(۳), ۱۹۱-۲۱۷.
- [۱۴] Omrani, H., Beiragh, R. G., & Kaleibari, S. S. (۲۰۱۵). Performance assessment of Iranian electricity distribution companies by an integrated cooperative game data envelopment analysis principal component analysis approach. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, ۶۴, ۶۱۷-۶۲۵.
- [۱۵] Wanke, P., Barros, C. P., & Nwaogbe, O. R. (۲۰۱۶). Assessing productive efficiency in Nigerian airports using Fuzzy-DEA. *Transport Policy*, 49, ۹-۱۹.
- [۱۶] Salari Boron, M., & Zandieh, M. (۲۰۱۶). Measuring the efficiency of internet shops using a multi stages Data Envelopment Analysis (DEA) model. *Management Research in Iran*, ۲۰(۳), ۱۲۷-۱۵۲.
- [۱۷] Heydarpour, V., Zandieh, M., Farsijani, H., & Rabieh, M. (۲۰۱۷). Proposing a Model for Forecasting Port Container Terminal Performance; System Dynamics Approach. *Modern Research in Decision Making*, ۲(۲), ۱۰۹-۱۳۲.
- [۱۸] Azizi, H., Amirteimoori, A., & Kordrostami, S. (۲۰۱۸). Measurement of the worst practice of decision-making units: Incorporating both undesirable outputs and non-discretionary inputs into imprecise DEA. *Modern Research in Decision Making*, ۲(۲), ۱۹۷-۲۲۲.
- [۱۹] Yu, M. M., Lin, C. I., Chen, K. C., & Chen, L. H. (۲۰۱۹). Measuring Taiwanese bank performance: A two-system dynamic network DEA approach. *Omega*.
- [۲۰] Wanke, P., Tsionas, M. G., Chen, Z., & Antunes, J. J. M. (۲۰۲۰). Dynamic network DEA and SFA models for accounting and financial indicators with an analysis of super-efficiency in stochastic frontiers: An efficiency comparison in OECD banking. *International Review of Economics & Finance*, ۶۹, ۴۵۶-۴۶۸.
- [۲۱] Cong, D., Liang, L., Jing, S., Han, Y., Geng, Z., & Chu, C. (۲۰۲۱). Energy supply efficiency evaluation of integrated energy systems using novel SBM-DEA integrating Monte Carlo. *Energy*, ۲۳۱, ۱۲۰۸۳۴.
- [۲۲] Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (۱۹۸۴). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in DEA. *Management science*.
- [۲۳] Zhu, J. (۱۹۹۸). Data envelopment analysis vs. principal component analysis: An





- illustrative study of economic performance of Chinese cities. *European journal of operational research*, ۱۱۱(۱), ۵۰-۶۱.
- [۲۴] Vencheh, A. H., Matin, R. K., & Kajani, M. T. (۲۰۰۵). Undesirable factors in efficiency measurement. *Applied Mathematics and Computation*, ۱۶۳(۲), ۵۴۷-۵۵۲.
- [۲۵] Holland, J. H. (۱۹۷۵), *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor.
- [۲۶] Goldberg, D. E. (۱۹۸۹). *Genetic algorithms in search. Optimization, and Learning*.
- [۲۷] Kuah, C. T., Wong, K. Y., & Wong, W. P. (۲۰۱۲). Monte Carlo data envelopment analysis with genetic algorithm for knowledge management performance measurement. *Expert Systems with Applications*, ۳۹(۱۰), ۹۳۴۸-۹۳۵۸.
- [۲۸] Atashpaz-Gargari, E., & Lucas, C. (۲۰۰۷, September). Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition. In *2007 IEEE congress on evolutionary computation* (pp. 4661-4667).
- [۲۹] Kaymaz, I., & McMahon, C. A. (۲۰۰۵). A response surface method based on weighted regression for structural reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, ۲۰(۱), ۱۱-۱۷.