



پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری

دوره ۷، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۱، صص ۱۱۹-۱۳۸

نوع مقاله: پژوهشی

توسعه مدل دو هدفه انتخاب سبد سهام چند دوره‌ای با در نظر گرفتن شاخص‌های ریسک

سید فرید موسوی^۱، کاوه خلیلی دامغانی^۲، افشین جلیل زاده اقدم^۳،
آرزو گازی نیشابوری^{۴*}

۱. استادیار، گروه مدیریت عملیات و فناوری اطلاعات، دانشکده مدیریت، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران
۲. دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، تهران، ایران
۳. دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، تهران، ایران
۴. دانش آموخته دکتری مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، تهران، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۱۵

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۲/۰۴

چکیده

مسئله مورد تحقیق، مدل‌سازی سبد سهام در بازار سرمایه با توجه به اهمیت لزوم مشارکت سرمایه‌گذاران خرد در انتقال نقدینگی برای توسعه صنعتی کشور می‌باشد. برای انتخاب سهام پربازده و با هدف اینکه سرمایه‌گذاران، عایدی بیشتر از نرخ سود بدون ریسک داشته باشند، باید شاخص‌هایی برای اندازه‌گیری ریسک سرمایه‌گذاری و کمینه کردن آن به‌منظور رسیدن به یک جواب بهینه با ایجاد تعادل بین ریسک سرمایه‌گذار و حداقل بازده مورد انتظار وی در نظر گرفته شود. در این تحقیق، از سنج‌های ریسک منسجم ارزش در معرض خطر شرطی برای کمینه کردن ریسک درون سهام و ارزش در معرض خطر با در نظر گرفتن کواریانس قیمتی برای حداقل نمودن ریسک بین سهام استفاده می‌گردد. در اجرای مدل با دو رویکرد قطعی و فازی و با استفاده از تکنیک‌های برنامه‌ریزی تصادفی محدودیت شانس برای قطعی کردن محدودیت احتمالی که ارتباط بین دو شاخص ریسک ذکر شده را بیان می‌کند و همچنین روش حل برنامه‌ریزی آرمانی به‌منظور حل مدل دو هدفه صورت گرفته است. مدل‌های ساخته شده در نرم افزار لینگو اجرا شده‌اند. نتایج به‌دست آمده حاکی از انتخاب سهامی است که اصلاح قیمتی کمتری نسبت به سایر سهام دارند و ارتباط تغییرات قیمتی آن‌ها نیز حداقل شده است. برای تحقیقات آتی در این زمینه پیشنهاد می‌شود از روش‌های تقریبی شامل روش‌های حل ابتکاری و فراابتکاری برای بهینه‌سازی و اندازه‌گیری سنج ریسک ارزش در معرض خطر آنتروپیک استفاده شود. **کلیدواژه‌ها:** سبد سهام چند دوره‌ای، مدل دو هدفه، شاخص‌های ریسک



۱- مقدمه و بیان مسئله

سرمایه‌گذاری در کشورهای در حال توسعه، رکن اساسی پیشرفت می‌باشد. در این پژوهش قصد داریم در خصوص سرمایه‌گذاری در بازار سرمایه ایران با تشکیل یک سبد سهام دو هدفه، سهام سودآور را شناسایی کنیم و با محاسبه میزان عایدی سبد سرمایه‌گذاری و مقایسه آن با نرخ سود بانکی، سرمایه‌گذاران خرد را تشویق به انتقال نقدینگی خود به بازار بورس و اوراق بهادار تهران کنیم. اولین بار [۱]، تئوری مدرن پورترفولیو را با در نظر گرفتن واریانس به‌عنوان شاخص ریسک سرمایه‌گذاری مطرح نمود چرا که قبل از وی به اندازه‌گیری ریسک توجهی نمی‌شد. در ادامه، پژوهش‌های دیگری تحت عنوان تئوری فرامدرن پورترفوی با دیدگاه ریسک نامطلوب که عبارت‌است از هرگونه انحراف منفی نسبت به میانگین عایدی سهام، مطرح شد. سال‌ها قبل از معرفی تئوری فرامدرن پورترفوی، [۲] هم زمان با مارکویتز، احتمال سطح زیان از پیش تعیین شده را به‌عنوان ریسک پیشنهاد کرد و مینیمم‌سازی احتمال سطح زیان خاص به‌عنوان یک ایده انتخابی مطرح گردید. ارزش در معرض خطر^۱ که به‌عنوان اولین سنج ریسک نزولی طیفی مطرح شد، در حقیقت بیان دیگری از تعریف ری از ریسک است. در سال‌های اخیر، هوانگ منحنی ریسک را به‌عنوان معیار جدید اندازه‌گیری ریسک تعریف کرد و مدل میانگین-ریسک را پیشنهاد داد [۳]. در ادامه این پژوهش‌ها، نیم‌سنجه‌های ریسک مانند نیم‌واریانس، نیم‌بتا و نیم‌آنتروپی برای اندازه‌گیری ریسک نزولی سهام در قالب مدل‌های چند هدفه، چند دوره‌ای و با در نظر گرفتن انواع پارامترهای قطعی، احتمالی و فازی مطرح شدند [۴]. انواع مدل‌های بررسی شده در سبد سهام که در گذشته انجام شده و یا امکان مدل‌سازی آن‌ها وجود دارد، به سه دسته تقسیم می‌گردند. اولین نوع تقسیم‌بندی مربوط به دسته دوره زمانی است، چرا که در ابتدا مدل‌های ارائه شده همانند مدل مارکویتز در حالت تک دوره‌ای در نظر گرفته می‌شد، در صورتی که در دنیای واقعی سرمایه‌گذار می‌تواند در هر دوره زمانی استراتژی خود را برای خرید و فروش سهام موجود در سبد یا سهام جدید که در بازار وجود دارند، بهینه‌سازی کند. نوع دیگری از تقسیم‌بندی مدل‌سازی سهام، مربوط به دسته پارامترها می‌باشد. پژوهشگران این رشته خیلی زود به این نتیجه رسیدند که کنترل کردن ریسک کار آسانی نیست، زیرا ریسک در خروجی‌ها عدم قطعیت دارد و هسته اصلی این عدم قطعیت، وجود نوسانات قیمت است [۴]. آخرین نوع تقسیم‌بندی مربوط به دسته‌بندی توابع هدف از لحاظ وجود یک یا چند هدف در مسئله مدل‌سازی است که تفاوت عمده آنها این است که در



مسائل چند هدفه، چند گزینه برای جواب بهینه وجود دارد که می‌بایست با تکنیک‌های تصمیم‌گیری با اهداف چند گانه بررسی شوند [۵].

در نظر نگرفتن همزمان شاخص‌های ریسک کواریانس، ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی در یک مدل ریاضی و عدم ارائه یک روش مدل‌سازی ریاضی که شاخص‌های ریسک ذکر شده را در نرم‌افزار لینگو بهینه کند، موجب می‌شود تا در نهایت یک مدل سرمایه‌گذاری ریسک‌گریز و محافظه کارانه جهت حفظ منافع سرمایه‌گذاران ایجاد شود. در این تحقیق با استفاده از یک مدل‌سازی ریاضی و با در نظر گرفتن محدودیت‌های کارا مانند حدود بالا و پایین سرمایه‌گذاری، حداقل عایدی مورد انتظار و سطح تنوع پذیری پورتفوی با اندازه‌گیری آنتروپی سبب، به توسعه یک مدل سبب سهام چند دوره‌ای با در نظر گرفتن شاخص ریسک منسجم ارزش در معرض خطر شرطی^۲ و ارزش در معرض خطر با لحاظ کردن ارتباط قیمتی در آن پرداخته می‌شود.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

۲-۱- مدل‌سازی مسئله انتخاب سبب سرمایه‌گذاری

سرمایه‌گذاران باید ریسک و بازده را هم زمان مورد توجه قرار داده و میزان تخصیص سرمایه به هر یک از گزینه‌های سرمایه‌گذاری را تعیین نمایند. مدل میانگین-واریانس مارکوویتز به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\text{Min}(\sigma_p^2) = \sigma_{\xi_i}^2 \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) + 2x_i x_j \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{cov}(\xi_i, \xi_j)$$

$$\sum_{i=1}^n \xi_i x_i \geq r_f$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$$

(۱)

که در آن پارامترها به شرح زیر تعریف شده‌اند:

شاخص ریسک واریانس سبب	σ_p^2
مقدار خرید سهم i از سرمایه اولیه	x_i
مقدار خرید سهم j از سرمایه اولیه	x_j



متوسط عایدی سهم i	ξ_i
متوسط عایدی سهم j	ξ_j
واریانس متوسط عایدی سهم i	$\sigma_{\xi_i}^2$
کوواریانس متوسط عایدی سهم i و j	$\text{cov}(\xi_i, \xi_j)$
متوسط عایدی سهم j	
نرخ سود بدون ریسک	r_f

در مدل‌های جدید سنجه‌های ریسک متفاوتی جایگزین سنجه ریسک مارکویتز شده‌اند و محدودیت‌های متنوعی به مدل اضافه می‌گردند.

۲-۲- پیشینه پژوهش در زمینه سنجه‌های ریسک در مدل‌سازی سبد سهام

در این بخش تعدادی از پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه شاخص ریسک مورد اندازه‌گیری در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری در جدول ۱ ارائه خواهد شد. این دسته‌بندی‌ها شامل مدیریت ریسک‌های مالی توسط شاخص‌های متنوع و نوع پارامتر خواهد بود.

جدول ۱. مرور ادبیات مدل‌های ریسک در پورتفولیو

شاخص ریسک	نوع پارامتر			نام نویسنده	ردیف
	فازی	احتمالی	قطعی		
میانگین وزنی ارزش در معرض خطر	*			[۶]	۱
ارزش در معرض خطر آنتروپیک		*		[۷]	۲
میانگین انحراف مطلق ارزش در معرض خطر شرطی			*	[۸]	۳
ارزش در معرض خطر شرطی		*		[۹]	۴

۲-۳- پیشینه پژوهش در زمینه پارامترها در مدل‌سازی سبد سهام

در پژوهشی [۱۰]، پس از ارائه منحنی ریسک که تعریف جدیدی از ریسک سرمایه‌گذاری را نشان می‌داد، مدل انتخاب سبد میانگین-نیم واریانس و میانگین-آنتروپیک را با در نظر گرفتن عدم قطعیت فازی مطرح شد. در پژوهش دیگری [۱۱]، خود یک رویکرد اکتشافی برای انتخاب سبد سهام با استفاده از تکنیک بهینه‌سازی الگوریتم ذرات (PSO) ارائه شد. نتایج این مطالعه با نتایج الگوریتم‌های ژنتیک، جستجوی ممنوعه و شبیه‌سازی تبرید مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که رویکرد بهینه‌سازی ازدحام ذرات در بهینه‌سازی سبد سهام موفق است.



پژوهش [۱۲]، یک نوع جدید از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به نام بهینه‌سازی رانش ازدحام ذرات را پیشنهاد دادند و آن را برای حل مسئله سبب سهام چند دوره‌ای اعمال کردند. در پایان عملکرد و اثربخشی این الگوریتم، بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)، الگوریتم ژنتیک (GA) و دو حل‌کننده بهینه‌سازی کلاسیک (LOQO و CPLEX) را از نظر مرز کارا، زمان حل، پیچیدگی محاسباتی و کیفیت جواب‌ها مقایسه کرده و نشان دادند که روش پیشنهادی در حل مسئله نسبت به سایر ابزارهای بهینه‌سازی آزمایش شده کارآمدتر و مؤثرتر است. [۱۳]، در پژوهشی با در نظر گرفتن برخی معیارها، از جمله بازده، هزینه تراکنش، ریسک و چولگی سبب، به مسئله انتخاب سبب سهام چند دوره‌ای در محیط فازی پرداختند. یک رویکرد برنامه‌نویسی با TOPSIS در اصل برای تبدیل مدل‌های پیشنهادی به مدل‌های تک هدفه طراحی شده و پس از آن از الگوریتم ژنتیک برای به دست آوردن جواب‌های بهینه استفاده شده است. علاوه بر این، یک مثال عددی برای نشان دادن مزیت مدل پیشنهادی و کارایی الگوریتم طراحی شده نسبت به رویکردهای موجود ارائه شده است. [۱۴]، در پژوهش خود به یک مسئله انتخاب سبب سهام چند دوره‌ای با نرخ بازده و ریسک فازی پرداختند. یک مدل احتمالی میانگین-واریانس-آنتروپی برای انتخاب سبب سهام چند دوره‌ای با در نظر گرفتن چهار معیار یعنی بازده، ریسک، هزینه معامله و درجه تنوع سبب ارائه شده است. در مدل پیشنهادی، برای کمی‌سازی درجه تنوع سبب از معیار آنتروپی استفاده شده است. در نهایت، در تحلیل مقایسه‌ای با دو مثال عددی کارایی روش‌های پیشنهادی و الگوریتم طراحی شده نشان داده شد.

[۱۵]، مسئله بهینه‌سازی سبب سهام را با محدودیت‌های واقعی با این فرض که بازده دارایی‌های پر ریسک اعداد فازی هستند، مورد بحث قرار داده و الگوریتم کلونی زنبورهای مصنوعی اصلاح شده را برای حل مسئله بهینه‌سازی مربوطه ارائه کرد. [۱۶]، یک مدل چند هدفه میانگین-ارزش در معرض خطر میانگین-نیم آنتروپی برای بهینه‌سازی سبب سهام ارائه دادند که در آن با رویکرد تئوری اعتبار به محاسبه ارزش در معرض خطر میانگین پرداختند. [۱۷]، به تدوین مدل جامع سبب بهینه سهام با استفاده از تحلیل اطلاعات حسابداری، اطلاعات مبتنی بر ارزش و اطلاعات کارت ارزیابی متوازن پرداخته و برای تشکیل سبب بهینه سهام، از رویکرد کاهش ابعاد، روش‌های تحلیل پوششی داده‌ها، ماشین بردار پشتیبان و الگوریتم‌های خوشه‌بندی استفاده کردند.

[۱۸]، در پژوهشی به مدل‌سازی انتخاب سبب بهینه با رویکرد حسابداری ذهنی و بر مبنای شاخص‌های ارزیابی ریسک و بازده بر اساس نظر خبرگان پرداختند. [۱۹]، پژوهشی با هدف



ارائه یک مدل دو هدفه انتخاب سبب سرمایه با قابلیت پیاده‌سازی در شرایط عدم قطعیت داده‌های مالی انجام داده که بدین منظور از رویکرد بهینه‌سازی استوار استفاده شد. [۲۰]، پژوهشی با هدف مدل‌سازی انتخاب سبب سهام با در نظر گرفتن محدودیت حدود نسبت‌های سرمایه‌گذاری جهت بهینه‌سازی همزمان بازده و ریسک در شرایط عدم اطمینان فازی ارائه کرد. برای این منظور، دو مدل برنامه‌ریزی امکانی جدید با بکارگیری اندازه‌های میانگین و ریسک نامطلوب احتمالی و امکانی بازده فازی توسعه داده شد. [۲۱]، مدل‌های برنامه‌ریزی بازدهی را برای مساله طراحی زنجیره تأمین و انتخاب سبب سهام توسعه دادند.

۲-۴- پیشینه پژوهش در زمینه مدل‌های بهینه‌سازی سهام

به‌طور کلی مدل‌های ریاضی در بخش تابع هدف به دو قسمت تک هدفه و چند هدفه تقسیم می‌شوند. در جدول ۲ برخی مطالعات انجام شده که بیشترین هماهنگی را با هدف این پژوهش داشتند، ذکر شده است.

جدول ۲. مرور ادبیات مدل‌های تک هدفه و چند هدفه در پورتفولیو

ردیف	نام نویسنده	نوع پارامتر			تعداد اهداف		افق برنامه‌ریزی	
		قطعی	احتمالی	فازی	تکی	چندتایی	تکی	چند دوره‌ای
۱	[۲۲]		✓		✓		✓	
۲	[۲۳]					✓		✓
۳	[۲۴]				✓		✓	
۴	[۲۵]			✓		✓	✓	
۵	پژوهش حاضر	✓		✓		✓	✓	✓

۲-۵- پیشینه پژوهش در زمینه مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی

در این بخش مرتبطترین پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه کاربرد روش حل برنامه‌ریزی آرمانی در مدل‌سازی سبب سهام با اندازه‌گیری شاخص‌های ریسک سرمایه‌گذاری در جدول ۳ مورد بررسی قرار می‌گیرد چرا که روش حل مدل این پژوهش به روش برنامه‌ریزی آرمانی^۴ می‌باشد.



جدول ۳. مرور ادبیات کاربردهای برنامه‌ریزی آرمانی در پورتفولیو

ردیف	نام نویسنده	شرح نوآوری صورت گرفته
۱	[۲۶]	ارائه یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی در ابزار مشتقه با کمینه کردن تعداد حجم معاملات
۴	[۲۷]	مدلسازی مدل میانگین-ارزش در معرض خطر شرطی با برنامه‌ریزی آرمانی و مقایسه مدل ارائه شده و اثبات کارایی آن با مدل قطعی
۵	[۲۸]	تبدیل مدل میانگین-ریسک مارکویتز به یک مدل چند دوره‌ای و دو هدفه و حل آن به روش برنامه‌ریزی آرمانی
۶	[۲۹]	ارائه یک مدل چند هدفه با در نظر گرفتن شاخص‌های ریسک مانند CVaR و شاخص‌های عایدی مانند ارزش مورد انتظار پایان (EVE) و حل مدل به روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی
۸	پژوهش حاضر	ارائه یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی ساده برای حل مدل دو هدفه تابع‌های ریسک ارزش در معرض خطر با در نظر گرفتن کواریانس قیمتی و ارزش در معرض خطر شرطی

۳- روش‌شناسی پژوهش

۳-۱- مدل مفهومی و متغیرهای پژوهش

در این تحقیق یک مدل دو هدفه با محدودیت‌های کاربردی با دو رویکرد قطعی، هنگامی که بازده دارایی‌ها یک عدد ثابت فرض شوند و رویکرد فازی، هنگامی که بازده دارایی‌ها عدد فازی مثلثی فرض شوند، به شرح زیر ارائه می‌گردد:

$$\min(z_1) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (VaR_i w_{i,t})^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_{i,t} w_{j,t} \rho_{\xi_i, \xi_j} VaR_i VaR_j} \quad ۳$$

$$\min(z_2) = L_t$$

Subject to:

$$\Pr(L_t \leq \sqrt{\sum_{i=1}^n (VaR_i w_{i,t})^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_{i,t} w_{j,t} \rho_{\xi_i, \xi_j} VaR_i VaR_j}) \geq 1 - \alpha, \quad t = 1, \dots, T \quad ۴$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \xi_{i,t} w_{i,t} - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n c_{i,t} |w_{i,t} - w_{i,t-1}| \geq RMIN \quad ۵$$



$$-\sum_{i=1}^n w_{i,t} \ln w_{i,t} \geq E_t, \quad t = 1, \dots, T \quad 6$$

$$\varepsilon_{i,t} z_{i,t} \leq w_{i,t} \leq U_{i,t} z_{i,t}, \quad t = 1, \dots, T, \quad i = 1, \dots, n \quad 7$$

$$\sum_{i=1}^n w_{i,t} = 1, \quad t = 1, \dots, T \quad 8$$

$$0 \leq w_{i,t} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T, \quad i = 1, \dots, n \quad 9$$

$$z_{i,t} \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad i = 1, \dots, n \quad 10$$

که در آن:

در رابطه ۳، دو تابع هدف ارزش در معرض خطر با در نظر گرفتن ارتباط قیمتی بین سهام (کواریانس) و ارزش در معرض خطر شرطی اختصاراً با پارامتر L مینیمم می‌شوند. در رابطه ۴، رابطه بین دو تابع هدف ذکر شده به صورت یک محدودیت احتمالی بیان شده است که باید در مدل نهایی به یک محدودیت قطعی تبدیل شود. در رابطه ۵، محدودیت حداقل عایدی مورد انتظار سرمایه‌گذار با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی در هر دوره بیان شده است. در رابطه ۶، سطح تنوع پذیری پورتفولیو با حد پایین آنروپی اندازه‌گیری می‌شود. در رابطه ۷، حداقل و حداکثر سرمایه‌گذاری در هر سهم در هر دوره با ترکیب متغیرهای تصمیم باینری و مقدار تخصیص سرمایه بیان شده است. در رابطه ۸، محدودیت نرمال‌سازی وجود دارد به مفهوم آن‌که کل بودجه سرمایه‌گذاری در هر دوره باید تخصیص یابد. رابطه ۹ و ۱۰، به ترتیب متغیرهای مقدار تخصیص سرمایه به هر سهم در هر دوره و متغیر باینری مبنی بر تصمیم خرید یا عدم خرید را بیان می‌کنند.

۳-۲- مدل نهایی و روش حل برنامه‌ریزی آرمانی

چون با یک مسئله دو هدفه مواجه هستیم، باید با یکی از روش‌های حل تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه مسئله را حل کنیم که در این تحقیق از روش برنامه‌ریزی آرمانی استفاده می‌شود. [۳۰] مدل برنامه‌ریزی آرمانی را ارائه دادند.

$$\text{Min}(d_j^+, d_j^-)$$

Subject to:

$$g_i(x) \leq 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad 11$$

$$z_j + d_j^+ + d_j^- = z_j^*, \quad \forall j = 1, 2, \dots, k$$



$$d_j^+ d_j^- = 0$$

که در آن:

در تابع هدف انحرافات مثبت و منفی از آرمان زام کمینه می‌شوند. در بخش محدودیت‌ها، محدودیت‌های سیستمی مربوط به منابع مسئله نوشته شده‌اند و همچنین، Z_j^* آرمان تابع هدف Z_j می‌باشد.

با استفاده از این روش، هر یک از توابع هدف با محدودیت‌های مرتبط به دو زیر مدل جداگانه تبدیل می‌شوند تا یک جواب ایده‌آل به عنوان آرمان هر تابع هدف، در مدل نهایی برنامه‌ریزی آرمانی قرارگیرد. مدل نهایی برنامه‌ریزی آرمانی به شرح زیر است:

$$\min = dv_t^+ + dc_t^+ \quad ۱۲$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n (VaR_i^2 w_{i,t}^2)} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_{i,t} w_{j,t} \rho_{\xi_{it}, \xi_{jt}} VaR_i VaR_j - dv_t^+ = f_1^* \quad ۱۳$$

$$\sqrt{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n (VaR_i^2 w_{i,t}^2)} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_{i,t} w_{j,t} \rho_{\xi_{it}, \xi_{jt}} VaR_i VaR_j + \quad ۱۴$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \cdot (10000000 - \sqrt{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n (VaR_i^2 w_{i,t}^2)} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_{i,t} w_{j,t} \rho_{\xi_{it}, \xi_{jt}} VaR_i VaR_j) - dc_t^+ = f_2^* \quad ۱۵$$

$$E(L_t) \leq \left(\frac{\sum_{i=1}^n (\sum_{t=1}^T (VaR_i w_{i,t})^2 + 2 \sum_{t=1}^T \sum_{j=i+1}^n w_{i,t} w_{j,t} \rho_{\xi_{it}, \xi_{jt}} VaR_i VaR_j)}{T} \right)^{-z_\alpha} \quad ۱۵$$

$$\sqrt{\sigma^2(L_t) + \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (\sum_{i=1}^n (VaR_i w_{i,t})^2 + 2 \sum_{t=1}^T \sum_{j=i+1}^n w_{i,t} w_{j,t} \rho_{\xi_{it}, \xi_{jt}} VaR_i VaR_j - E(VaR_i))^2}{t-1}} + 2COV(L_t, -\sqrt{\sum_{i=1}^n (VaR_i w_{i,t})^2 + 2 \sum_{t=1}^T \sum_{j=i+1}^n w_{i,t} w_{j,t} \rho_{\xi_{it}, \xi_{jt}} VaR_i VaR_j})} \quad ۱۶$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \xi_{i,t} w_{i,t} - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n c_{i,t} |w_{i,t} - w_{i,t-1}| \geq RMIN \quad ۱۶$$

$$-\sum_{i=1}^n w_{i,t} \ln w_{i,t} \geq E_t, \quad t = 1, \dots, T \quad ۱۷$$

$$\varepsilon_{i,t} z_{i,t} \leq w_{i,t} \leq U_{i,t} z_{i,t}, \quad t = 1, \dots, T, \quad i = 1, \dots, n \quad ۱۸$$

$$\sum_{i=1}^n w_{it} = 1 \quad t = 1, \dots, T \quad ۱۹$$

$$0 \leq w_{i,t} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T, \quad i = 1, \dots, n \quad ۲۰$$

$$z_{i,t} \in \{0, 1\} \quad t = 1, \dots, T, \quad i = 1, \dots, n \quad ۲۱$$



$$\begin{aligned}d_1^+ d_1^- &= 0 \\d_2^+ d_2^- &= 0 \\d_k^+, d_k^- &\geq 0, k = 1, 2\end{aligned}$$

۲۲

که در آن:

در رابطه ۱۲، مجموع انحرافات دو تابع هدف مینیمم می‌شوند. در رابطه ۱۳ و ۱۴، انحرافات دو تابع هدف از مقدار ایده‌آل آن‌ها محاسبه می‌شود. در رابطه ۱۵، محدودیت احتمالی که رابطه بین دو شاخص ریسک را بیان می‌کند، با استفاده از تکنیک برنامه‌ریزی تصادفی محدودیت شانس به یک محدودیت قطعی معادل تبدیل شده‌است. بقیه روابط در مدل اولیه تفسیر شده‌اند.

۳-۳- ارزش مورد انتظار فازی

مدل پیشنهادی در این تحقیق دارای عدم قطعیت در پارامترهای ورودی است. این عدم قطعیت در پارامتر عایدی سهام در هر دوره به صورت یک عدد فازی مثلثی در نظر گرفته می‌شود.

فرض کنید $\tilde{\xi}$ یک متغیر فازی است، به شرط آنکه حداقل یکی از دو انتگرال زیر محدود باشد،

مقدار امید ریاضی $\tilde{\xi}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E[\tilde{\xi}] = \int_0^{+\infty} Cr\left(\left\{\tilde{\xi} \geq x\right\}\right) dx - \int_{-\infty}^0 Cr\left(\left\{\tilde{\xi} \leq x\right\}\right) dx \quad 23$$

حال فرض کنید f یک تابع از اعداد حقیقی و $\tilde{\xi}$ یک متغیر فازی مثلثی است، به شرط اینکه حداقل

یکی از دو انتگرال زیر محدود باشد، مقدار امید ریاضی $E[F(\tilde{\xi})]$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E[F(\tilde{\xi})] = \int_0^{+\infty} Cr\left(\left\{f(\tilde{\xi}) \geq x\right\}\right) dx - \int_{-\infty}^0 Cr\left(\left\{f(\tilde{\xi}) \leq x\right\}\right) dx \quad 24$$

بنابراین، متغیر فازی مثلثی $\tilde{\xi} = (a, b, c)$ دارای مقدار امید ریاضی زیر است (لئو و لئو،

۲۰۰۲)

$$E(\tilde{\xi}) = \frac{a + 2b + c}{4} \quad 25$$



در مدل این تحقیق، عایدی فازی سهام، جایگزین عایدی قطعی سهام می‌شوند و با فرمول ۲۵، امید ریاضی آنها جایگزین می‌شوند. در انتها، جواب‌های دو مدل قطعی و فازی مقایسه می‌شوند.

۴- تجزیه و تحلیل داده‌ها

در این بخش یک مثال عددی برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با مدل بررسی شده با دو رویکرد قطعی و فازی برای پارامتر بازدهی هر سهم در هر دوره ارائه می‌شود. بدین منظور، ۶ سهم از بازار بورس و اوراق بهادار تهران در ۴ ماه از سال ۹۷ به‌عنوان جامعه آماری کل انتخاب شده است. در انتخاب این دارایی‌ها سعی شده تا گروه‌های صنعتی مختلف در نظر گرفته شوند و حتی‌الامکان از داده‌های اخیر استفاده گردد.

برای پیش‌بینی بازده دارایی‌ها به وسیله اعداد فازی مثلثی از سه قیمت پایانی، کمترین و بالاترین قیمت سهم در هر دوره استفاده شده است. بر این اساس، حداقل بازده برای یک دارایی به‌عنوان پارامتر اول، محتمل‌ترین بازده دارایی به‌عنوان پارامتر دوم و حداکثر بازده ممکن سهم به‌عنوان پارامتر سوم عدد فازی مثلثی مربوط به بازده هر یک از دارایی‌ها در نظر گرفته شده است. همچنین در این مثال، سطح اطمینان برابر ۹۵ درصد است و سقف و کف نسبت‌های سرمایه‌گذاری نیز به ترتیب ۰.۳ و ۰.۱ در نظر گرفته شده است. با توجه به توضیحات ارائه شده، بازده قطعی و بازده فازی مثلثی ۶ سهم مورد نظر به دست آمده و نتایج آن در جدول ۴ و ۶ ارائه شده است. همچنین از امید ریاضی عدد فازی مثلثی برای فازی‌زدایی عایدی‌های فازی مثلثی سهام استفاده شده است که نتایج آن در جدول ۷ ارائه شده است. پس از حل زیر مدل‌های تک هدفه مدل در حالت قطعی و فازی، نتایج حل مدل نهایی دو هدفه به روش برنامه‌ریزی آرمانی در جدول‌های ۵ و ۸ بیان شده است. پس از حل مدل، نسبت‌های بهینه سرمایه‌گذاری و همچنین مقدار تابع هدف مسئله به دست می‌آیند. این مقادیر بهینه برای نسبت‌های سرمایه‌گذاری در جدول ۵ و ۸ برای حداقل بازده ۱۰ درصد در ۴ دوره (ماه) ارائه شده است.

جدول ۴. عایدی قطعی ۶ سهم منتخب در هر دوره

عایدی قطعی	دوره	نماد	عایدی قطعی	دوره	نماد
-۰,۰۰۳	تیر	شیران	۰,۰۱۳	تیر	کخاک
۰,۰۵۷	مرداد		۰,۱۸۱	مرداد	
۰,۲۵۰	شهریور		۰,۲۶۴	شهریور	
۰,۰۲۹	مهر		۰,۰۷۶	مهر	



نماد	دوره	عایدی قطعی	نماد	دوره	عایدی قطعی
فایرا	تیر	-۰,۰۳۱	وبملت	تیر	-۰,۰۱۸
	مرداد	۰,۴۸۶		مرداد	۰,۱۹۳
	شهریور	-۰,۰۳۰		شهریور	۰,۳۱۴
	مهر	-۰,۰۴۹		مهر	۰,۳۱۵
دلر	تیر	۰,۰۸۸	قچار	تیر	-۰,۰۲۰
	مرداد	-۰,۰۴۰		مرداد	-۰,۰۱۶
	شهریور	۰,۴۶۲		شهریور	۰,۲۷۶
	مهر	۰,۰۶۲		مهر	-۰,۱۸۸

جدول ۵. نتایج حل مدل برنامه‌ریزی آرمانی در حالت قطعی

شیران	وبملت	قچار	دلر	فایرا	کخاک	
۰.۱۰	۰.۱۱	۰.۲۵	۰.۰۰	۰.۲۸	۰.۲۶	W_{i1}
۰.۱۷	۰.۱۳	۰.۱۰	۰.۰۰	۰.۳۰	۰.۳۰	W_{i2}
۰.۲۹	۰.۱۰	۰.۲۱	۰.۳۰	۰.۱۰	۰.۰۰	W_{i3}
۰.۳۰	۰.۲۳	۰.۰۰	۰.۲۰	۰.۲۷	۰.۰۰	W_{i4}
۱	۱	۱	۱	۱	۰	Z_{i1}
۱	۱	۱	۱	۱	۰	Z_{i2}
۱	۱	۱	۱	۱	۰	Z_{i3}
۱	۱	۱	۱	۱	۰	Z_{i4}
۰.۴۵						R_p
۳۳۹۶۲۶۵.۱۲						$VaRP_1$
۳۳۷۹۹۷۵.۰۴						$VaRP_2$
۳۳۷۹۸۹۹.۴۴						$VaRP_3$
۳۳۶۹۲۷۷.۲۷						$VaRP_4$
۶۶۹۵۳۲۳.۲۵						L_1
۶۷۲۹۶۷۶.۸۵						L_2



شیران	وبملت	قچار	دلر	فایرا	کخاک	
						L_3
						L_4
			۱.۳۵			E_1
			۱.۳۵			E_2
			۱.۳۵			E_3
			۱.۳۵			E_4
			۱.۵۳			$H_1(W)$
			۱.۵۲			$H_2(W)$
			۱.۵۱			$H_3(W)$
			۱.۳۷			$H_4(W)$
			.			dv_1^+
			.			dv_2^+
			.			dv_3^+
			.			dv_4^+
			.			dc_1^+
			.			dc_2^+
			.			dc_3^+
			۰.۶۳۵			dc_4^+

جواب بهینه، حاصل از حل مدل دو هدفه برنامه‌ریزی آرمانی در حالت قطعی بودن عایدی سهام در هر دوره که توابع فاصله را کمینه می‌کنند، برابر است با ۰.۶۳۵ که تنها برای تابع ارزش در معرض خطر شرطی در دوره چهارم یک انحراف مثبت به وجود آمده است و برای این تابع در دوره‌های اول تا سوم، همچنین برای تابع ارزش در معرض خطر در دوره‌های اول تا چهارم، فاصله جریمه‌ای لحاظ نشده است. مقادیر متغیرها و توابع پس از حل نهایی در برنامه‌ریزی آرمانی به‌دست آمده است. عایدی کل سبد سرمایه‌گذاری در این حالت تقریباً ۴۵ درصد است.



جدول ۶. عایدی فازی برای ۶ سهم منتخب در هر دوره

	تیر	مرداد	شهریور	مهر
کخاک	۰.۰۱۳۰۶۴	۰.۱۵۴۳۶۲	۰.۲۱۸۲۲۴	۰.۰۵۲۶۵۵
	۰.۰۲۱۵۲۸	۰.۱۶۷۵۱۷	۰.۲۶۳۷۰۲	۰.۰۷۵۵۱۴
	۰.۰۵۷۹۴۲	۰.۱۸۱۴۹۴	۰.۲۶۶۰۶۲	۰.۰۹۵۱۰۵
فایرا	-۰.۰۳۰۶۷	۰.۴۶۷۵۹۲	-۰.۰۴۶۰۸	-۰.۰۴۸۸
	-۰.۰۲۷۸۶	۰.۴۸۶۴۴۶	-۰.۰۳۰۴۹	-۰.۰۳۸۴۱
	-۰.۰۲۵۶۷	۰.۵۲۵۴۶۸	-۰.۰۱۸۷۶	-۰.۰۳۱۶۴
دلر	۰.۰۸۷۹۵۷	-۰.۰۳۹۸	۰.۴۵۹۴۸	۰.۰۲۰۱۶۶
	۰.۰۹۵۲۸۴	-۰.۰۲۰۵۹	۰.۴۶۲۱۲۹	۰.۰۶۱۵۴۹
	۰.۱۰۳۴۲۶	-۰.۰۱۰۲	۰.۴۸۷۹۵۱	۰.۰۶۴۱۴۹
قچار	-۰.۰۱۹۸۵	-۰.۰۳۰۷۸	۰.۲۶۲۸۳۳	-۰.۱۸۸۳۶
	۰	-۰.۰۱۶۲۳	۰.۲۷۵۵۶۲	-۰.۱۸۲۶۳
	۰.۰۳۱۷۶۹	-۰.۰۰۹۲۴	۰.۲۹۹۴۳۴	-۰.۱۷۹۸۳
وبملت	-۰.۰۳۶۲۱	۰.۱۵۱۹۰۱	۰.۳۱۳۵۹۷	۰.۳۱۴۷۵۵
	-۰.۰۲۳۹۴	۰.۱۵۷۴۰۳	۰.۳۳۱۱۲۷	۰.۳۹۴۳۱
	-۰.۰۱۸۲۹	۰.۱۹۲۹۸۱	۰.۳۵۸۴۴۶	۰.۴۲۴۴۱۹
شیران	-۰.۰۰۵۸۱	۰.۰۳۶۸۴۴	۰.۱۹۹۸۲۵	-۰.۰۲۴۴۴
	-۰.۰۰۲۶۵	۰.۰۵۶۹۳۶	۰.۲۰۹۱۲	۰.۰۰۹۵۴۶
	۰.۰۲۴۶۹۳	۰.۰۹۶۲۶۸	۰.۲۵۰۲۱۶	۰.۰۲۸۸۶۴

همان‌طور که از جدول ۶ پیداست، برای پارامتر عایدی هر سهم در هر دوره یک عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شده است. برای محاسبه این اعداد فازی، از سه نوع قیمت برای هر سهم در هر دوره استفاده شده است: پایین‌ترین قیمت، بالاترین قیمت و قیمت پایانی. سپس کمترین، بیشترین و متوسط عایدی‌های به‌دست آمده به ترتیب برای حد پایین، حد بالا و متحمل‌ترین حالت رخداد پارامتر عایدی فازی مثلثی هر سهم در هر دوره لحاظ شده است.

جدول ۷. امید ریاضی عایدی فازی مثلثی هر سهم در هر دوره

	تیر	مرداد	شهریور	مهر
کخاک	۰.۰۲۸۵۱۶	۰.۱۶۷۷۲۳	۰.۲۵۲۹۲۲	۰.۰۷۴۶۹۷
فایرا	-۰.۰۲۸۰۲	۰.۴۹۱۴۸۸	-۰.۰۳۱۴۵	-۰.۰۳۹۳۱



مهر	شهریور	مرداد	تیر	
۰.۰۵۱۸۵۳	۰.۴۶۷۹۲۲	-۰.۰۲۲۷۹	۰.۰۹۵۴۸۸	دلر
-۰.۱۸۳۳۶	۰.۲۷۸۳۴۸	-۰.۰۱۸۱۲	۰.۰۰۲۹۸	قچار
۰.۳۸۱۹۴۹	۰.۳۳۳۵۷۵	۰.۱۶۴۹۲۲	-۰.۰۲۵۶	وبملت
۰.۰۰۵۸۷۸	۰.۲۱۷۰۷	۰.۰۶۱۷۴۶	۰.۰۰۳۳۹۵	شیران

در جدول ۷ برای تبدیل عدم قطعیت‌های در نظر گرفته شده برای پارامترهای عایدی فازی مثلثی و قطعی کردن آنها از امید ریاضی اعداد فازی مثلثی استفاده می‌شود که به آن میانگین اعتبار فازی نیز می‌گویند. جدول ۷ مکانیزم فازی زدایی را نشان می‌دهد.

جدول ۸. نتایج حل مدل برنامه‌ریزی آرمانی در حالت فازی

شیران	وبملت	قچار	دلر	فایرا	کخاک	
۰.۲۰	۰.۲۰	۰	۰.۰۰	۰.۳۰	۰.۳۰	W_{i1}
۰.۲۰	۰.۲۷	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۲۳	۰.۳۰	W_{i2}
۰.۳۰	۰.۱۷	۰.۰۰	۰.۱۰	۰.۱۷	۰.۲۵	W_{i3}
۰.۳۰	۰.۲۳	۰.۰۰	۰.۰۰	۰.۱۷	۰.۳۰	W_{i4}
۱	۰	۱	۰	۱	۱	Z_{i1}
۱	۱	۰	۱	۱	۱	Z_{i2}
۱	۱	۰	۱	۱	۱	Z_{i3}
۱	۱	۰	۱	۱	۱	Z_{i4}
۰.۴۷						R_p
۳۵۳۶۷۴۲						$VaRP_1$
۳۳۶۷۶۲۰						$VaRP_2$
۳۱۸۲۷۳۲						$VaRP_3$
۳۱۸۷۶۵۰						$VaRP_4$
۶۷۶۸۳۷۱						L_1
۶۶۸۳۸۱۰						L_2



شیران	وبملت	قچار	دلر	فایرا	کخاک	
			۶۵۹۱۳۶۶			L_3
			۶۵۹۳۸۲۵			L_4
		۱.۳۵				E_1
		۱.۳۵				E_2
		۱.۳۵				E_3
		۱.۳۵				E_4
		۱.۳۷				$H_1(W)$
		۱.۳۷				$H_2(W)$
		۱.۵۵				$H_3(W)$
		۱.۳۶				$H_4(W)$
		.				dv_1^+
		.				dv_2^+
		.				dv_3^+
		۱۱۰۰۶				dv_4^+
		.				dc_1^+
		.				dc_2^+
		.				dc_3^+
		۵۵۰۳				dc_4^+

جواب بهینه، حاصل از حل مدل دو هدفه برنامه‌ریزی آرمانی در حالت فازی بودن عایدی سهام در هر دوره که توابع فاصله را کمینه می‌کنند، برابرست با ۱۱۰۰۶ تومان برای تابع جریمه مربوط به شاخص ریسک $VarP_t$ در دوره چهارم و ۵۵۰۳ تومان برای تابع جریمه مربوط به شاخص ریسک L_t در دوره چهارم. مقادیر متغیرها و توابع پس از حل نهایی در برنامه‌ریزی آرمانی به‌دست آمده است. عایدی کل سبد سرمایه‌گذاری در این حالت تقریباً ۴۷ درصد است.



۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق، بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای با استفاده از سنج ریسک ارزش در معرض خطر شرطی مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور، بازده دارایی‌ها به شکل قطعی و اعداد فازی مثلثی شکل در نظر گرفته شده‌اند، سپس با استفاده از روش حل برنامه‌ریزی آرمانی مدل دو هدفه با نرم‌افزار لینگو اجرا گردید. علاوه بر این، بازده انتظاری پورترفوی نیز با استفاده از میانگین اعتبار فازی محاسبه گردید. در خصوص مقایسه جواب‌های مدل فازی و مدل قطعی، با مقایسه مقدار توابع هدف در این دو مدل مشاهده می‌کنیم که مقدار تابع هدف ارزش در معرض خطر که در مدل قطعی برابرست با ۳۱۷۶۶۴۴.۴۲۷ و همین‌طور مقدار تابع هدف ارزش در معرض خطر شرطی که در مدل قطعی برابرست با ۶۶۸۴۶۳۸.۶۳ از مقدار این شاخص ریسک در مدل فازی که برابرست با ۶۵۸۸۳۲۲ بیشتر است. چرا که با در نظر گرفتن عدم قطعیت به هر نحوی که در این مقاله عدم قطعیت فازی لحاظ شده است، ریسک سرمایه‌گذاری کاهش می‌یابد. ضمن اینکه با مقایسه مقدار عایدی سبد در مدل نهایی برنامه‌ریزی آرمانی قطعی که ۰.۴۵ درصد می‌باشد و همین‌طور مقدار عایدی سبد در مدل نهایی برنامه‌ریزی آرمانی فازی که ۰.۴۷ می‌باشد، درمی‌یابیم که استفاده از مدل فازی ارجح‌تر است. زیرا با مقدار توابع ریسک کمتر، تقریباً ۲ درصد سود بیشتری را نصیب سرمایه‌گذار می‌کند. همچنین برای کارایی بیشتر مدل، محدودیت‌هایی از قبیل سقف و کف نسبت‌های سرمایه‌گذاری، حداقل عایدی مورد انتظار و سطح تنوع‌پذیری پورتفولیو با کنترل حد پایین آنتروپی لحاظ گردید. در انتهای پژوهش نیز، با استفاده از داده‌های بورس اوراق بهادار تهران یک مثال عددی برای پیاده‌سازی مدل ارائه گردید. همچنین استفاده از سنج ارزش در معرض خطر شرطی که از سنج‌های نوین ریسک می‌باشد که به بهبود مدل و تخمین بهتر ریسک پورترفوی کمک می‌کند. با توجه به موارد ذکر شده می‌توان ادعا نمود مدل معرفی شده در این مقاله می‌تواند به‌عنوان مدلی کاربردی در مسائل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری به کار گرفته شود. با توجه به مدل و جواب‌های به دست آمده از آن و نیز تحلیل حساسیت صورت گرفته، پیشنهادهای زیر می‌توانند به کاربردی شدن موضوع و افزایش کارایی آن کمک کنند:

نرم‌افزار لینگو برای مدل‌های غیرخطی جواب بهینه محلی و گاهاً نشدنی می‌دهد. چرا که این نرم‌افزار از روش‌های دقیق برای حل مدل‌های ریاضی استفاده می‌کند. بنابراین برای به‌دست آوردن جواب‌های بهینه جهانی بهتر است از روش‌های تقریبی و نرم‌افزار متلب استفاده شود.



چرا که در مسئله سبد سهام واقعی، جامعه آماری بزرگتر و دوره‌های برنامه‌ریزی به تعداد بیشتر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین هنگامی که ابعاد مسئله بزرگ و مسئله غیرخطی می‌شود، استفاده از روش‌های حل دقیق و نرم‌افزار لینگو نمی‌تواند جواب‌های بهینه را به درستی ارائه کنند. بنابراین استفاده از الگوریتم‌های تقریبی شامل الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل مسئله بهینه‌سازی در ابعاد بزرگتر توصیه می‌شود. در این تحقیق، پارامتر عایدی هر سهم در هر دوره به‌عنوان یک عدد فازی مثلثی تشکیل شد. پیشنهاد می‌شود که در پژوهش‌های آتی برای محاسبه ارزش در معرض خطر هر سهم، پارامترهای دیگر تشکیل دهنده این سنج ریسک، مانند انحراف معیار هر سهم در هر دوره برنامه‌ریزی و یا خطای معیار Z_u به‌عنوان یک عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شود. همچنین پارامترهای دیگری مانند هزینه معاملات که در مدل-سازی سبد سهام این تحقیق مورد استفاده قرار نگرفتند، می‌توانند به‌عنوان یک عدد فازی در نظر گرفته شوند و به بهبود یک مدل فازی کمک کنند.

۶- پی‌نوشت‌ها

۱. Value at Risk
۲. Conditional Value at Risk
۳. Goal Programming
۴. Liu, & Liu

۷- منابع

- [۱] Markowitz, H. *Portfolio selection*. The Journal of Finance, ۱۹۵۲; ۷(۱), ۷۷-۹۱.
- [۲] Roy, A.D. *Safety first and the holding of assets*. Econometrics, ۱۹۵۲; ۲۰, ۴۳۱-۴۴۹.
- [۳] Huang, X. *Portfolio analysis: from probabilistic to credibilistic and uncertain approach*, Tehran, Industrial Management Department, ۱۳۹۳; (In Persian).
- [۴] Abdeh-Tabrizi, H., Radpour, M. *Measuring and Managing Market Risk: Value Risk Approach*, Tehran, Pishbord public, ۱۳۸۸; (In Persian).
- [۵] Netaj Ansar, A., Khalili Damghani, K. *multi-period investment portfolio model with non-identical investment horizons for optimal purchase and sale planning*, National Conference on Recent Advances in Engineering and Modern Sciences, Qarchak, ۲۰۱۷.
- [۶] Yoshida, Y. *Portfolio optimization in fuzzy asset management with coherent risk measures derived from risk averse utility*. Neural Computing and Applications, ۲۰۲۰; ۳۲(۱۵), ۱۰۸۴۷-۱۰۸۵۷.
- [۷] Ahmadi-Javid, A., & Fallah-Tafti, M. *Portfolio optimization with entropic value-at-risk*. European Journal of Operational Research, ۲۰۱۹; ۲۷۹(۱), ۲۲۵-۲۴۱.



- [۸] Silva, L. P. D., Alem, D., & Carvalho, F. L. D. *Portfolio optimization using mean absolute deviation (MAD) and conditional value-at-risk (CVaR)*. Production, ۲۰۱۷; ۲۷.
- [۹] Chen, H. H., Yang, C. B. *Multiperiod Portfolio Investment Using Stochastic Programming with Conditional Value at Risk*, Computers and Operation Research, ۲۰۱۶; ۱-۳۰.
- [۱۰] Huang, X. *Mean-entropy models for fuzzy portfolio selection*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, ۲۰۰۸; ۱۶(۴), ۱۰۹۶-۱۱۰۱.
- [۱۱] Cura, T. *Particle swarm optimization approach to portfolio optimization. Nonlinear analysis: Real world applications*, ۲۰۰۹; ۱۰(۴), ۲۳۹۶-۲۴۰۶.
- [۱۲] Sun, J., Fang, W., Wu, X., Lai, C. H., & Xu, W. *Solving the multi-stage portfolio optimization problem with a novel particle swarm optimization*. Expert Systems with Applications, ۲۰۱۱; ۳۸(۶), ۶۷۲۷-۶۷۳۵.
- [۱۳] Liu, Y. J., Zhang, W. G., & Xu, W. J. *Fuzzy multi-period portfolio selection optimization models using multiple criteria*. Automatica, ۲۰۱۱; ۴۸(۱۲), ۳۰۴۲-۳۰۵۳.
- [۱۴] Zhang, W. G., Liu, Y. J., & Xu, W. J. *A possibilistic mean-semivariance-entropy model for multi-period portfolio selection with transaction costs*. European Journal of Operational Research, ۲۰۱۲; ۲۲۲(۲), ۳۴۱-۳۴۹.
- [۱۵] Chen, W. *Artificial bee colony algorithm for constrained possibilistic portfolio optimization problem*. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, ۲۰۱۵; ۴۲۹, ۱۲۵-۱۳۹.
- [۱۶] Shiri Ghahi, A., Didekhani, H., Khalili Damghani, K., Saeedi, P. *A Comparative Study of Multi-Objective Multi-Period Portfolio Optimization Models in a Fuzzy Credibility Environment Using Different Risk Measures*, Financial Management Strategy, ۱۳۹۷; ۵(۱۸), ۱-۲۶ (In Persian).
- [۱۷] Fattahi Nafchi, H., Arab Salehi, M., and Ismaili, M. *Selection of optimal stock portfolios using accounting information, value-based information and balanced scorecard information*. Accounting Advances. ۱۳۹۸; ۳۲۰-۲۸, (۱۱) ۲۱.
- [۱۸] Nikoo, S. F., Shams, S. H., and Seyghali, M. *Modeling of Optimal Stock portfolio Optimization Based on Risk Assessment and Behavioral Financial Approach (Mental Accounting) in Tehran Stock Exchange*. Financial Management Perspective. ۱۳۹۹; ۱۰۱-۷۵, (۳۱) ۱۰.
- [۱۹] Peykani, P., Mohammadi, O., and Barzinjpour, F., Jandaghian, A. *Portfolio Selection Under Trading Constraints and Data Uncertainty Using Robust Optimization Approach and Nsga-Ii Algorithm*. Modireat-e-Farda. ۱۳۹۹.
- [۲۰] Farrokh, M. *Fuzzy Portfolio Selection Model by Considering the Return and Downside Risk*. Modern Researches in Decision Making. ۱۴۰۰; ۶(۲), ۱-۱۸۰.



- [۲۱] Farrokh, M., Azar, A., & Jandaghi, G. *A novel robust fuzzy programming approach for closed loop supply chain design*. Modern Research in Decisionmaking, ۲۰۱۶; ۱(۳), ۱۳۱-۱۶۰.
- [۲۲] Sun, Y.F., G. Aw, K.L. Teo, Y.J. Zhu, X.Y. Wang. *multi-period portfolio optimization under probabilistic risk measure*”, *Financ. Res. Lett.* ۲۰۱۶; ۱۸, ۶۰-۶۶.
- [۲۳] Jalota, H., Thakor, M., Mittal, G. A. *Credibilistic Decision Support System for Portfolio Optimization*, *Applied Soft Computing*, ۲۰۱۷; ۱-۵۰.
- [۲۴] Mat Rifin, N.I., Othman, N.I., Ambia, S.S., Ismail, R. *Improved Conditional Value-at-Risk (CVaR) Based Method for Diversified Bond Portfolio Optimization*”. *Soft Computing in Data Science*, ۲۰۱۸; ۱۴۹-۱۶۰.
- [۲۵] Liu, Y., Zhang, W.G., Zhang, Q. *Credibilistic multi-period portfolio optimization model with bankruptcy control and affine recourse*. *Applied Soft Computing*, ۲۰۱۶; ۳۸, ۸۹۰-۹۰۶.
- [۲۶] Lin, C.-C., Liu, Y.T., Chen, A.P., *Hedging an option portfolio with minimum transaction lots: A fuzzy goal programming*, *Applied Soft Computing*, ۲۰۱۶; ۴۷, ۲۹۵-۳۰۳.
- [۲۷] Homaeifar, S., Roghanian, E. *The Application of Robust Optimization and Goal Programming in Multi Period Portfolio Selection Problem*”. *Financial Engineering and Portfolio Management*, ۲۰۱۶; ۷(۲۸), ۱۵۳-۱۶۷ (In Persian).
- [۲۸] Radulescu, C.Z. *A Multi-objective Approach to Multi-period: Portfolio Optimization with Transaction Costs*, *Financial Decision Aid Using Multiple Criteria*, ۲۰۱۸; ۹۳-۱۱۲.
- [۲۹] Jimenez, M., Bilbao-Terol, A., Arenas-Parra, M. *A model for solving incompatible fuzzy goal programming: an application to portfolio selection*, *International Transactions in Operational Research*, ۲۰۱۸; ۲۵, ۸۸۷-۹۱۲.
- [۳۰] Charnes, A., Cooper, W.W. *Deterministic equivalents for optimizing and satisfying under chance constraints*”, *Operations Research*, ۱۱(۱), January-February, *Inform.*, ۱۹۶۳; ۱۸-۳۹.