

شناسایی عینی بازده به مقیاس تکنولوژی برای مدل‌های DEA

انسیه حاجی‌نژاد^{۱*}، محمدرضا علیرضایی^۲

۱- دانشجوی دکتری ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

۲- دانشیار، گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

پذیرش: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱

دریافت: ۱۳۹۵/۰۴/۰۳

چکیده

یکی از مسائل مهم و چالش‌برانگیز در به‌کارگیری یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، تعیین درست بازده به مقیاس (RTS) برای مجموعه داده‌ها است که ما آن را بازده به مقیاس تکنولوژی (TRTS) می‌نامیم تا تفکیک صحیحی میان بازده به مقیاس تکنولوژی و بازده به مقیاس واحدهای تصمیم‌گیرنده داشته باشیم. در حال حاضر تنها روش‌های عینی^۱ موجود برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی، روش‌های آماری می‌باشند که با وجود تئوری قوی، در کاربرد با دشواری‌هایی همراه هستند. در این مقاله ساختاری عینی، نوین و غیرآماری برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی به طور صرف براساس داده‌ها ارائه نموده و آن را روش زاویه‌ها می‌نامیم. دلیل این نامگذاری آن است که در این روش، شکاف میان فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت و متغیر با استفاده از زاویه میان ابرصفحات محاسبه می‌شود. شکاف در دو بخش افزایشی و کاهش‌ی مرز محاسبه می‌گردد. هرچه شکاف در بخش افزایشی (کاهش‌ی) بزرگ‌تر باشد، بازده به مقیاس تکنولوژی به فرض افزایشی (کاهش‌ی) نزدیک‌تر است. نوآوری روش پیشنهادی در این است که بازده به مقیاس تکنولوژی را صرفاً با استفاده از داده‌ها و بدون هیچ‌گونه فرض آماری شناسایی می‌کند. افزون بر این، برخلاف آزمون‌های آماری که صرفاً به رد یا قبول فرضیه‌ای می‌پردازند، شکاف ارائه شده در این مقاله میزان افزایشی یا کاهش‌ی بودن بازده به مقیاس تکنولوژی را نیز نشان می‌دهد.

درستی روش پیشنهادی با استفاده از ۶ نمونه یک ورودی - یک خروجی با بازده به مقیاس تکنولوژی متفاوت و قابل مشاهده و نیز یک نمونه دو ورودی - یک خروجی نشان داده شده است. افزون بر این، روش زاویه‌ها برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی مجموعه داده شرکت‌های گاز استانی مورد استفاده قرار گرفته است.

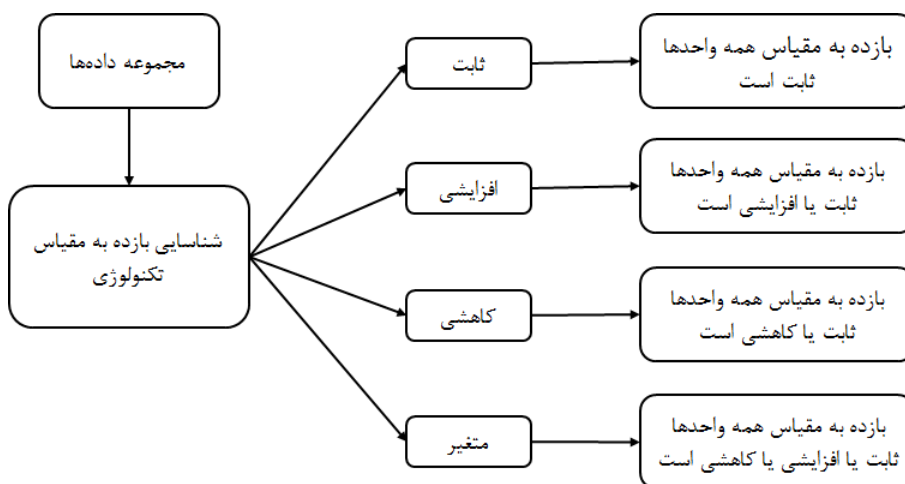
واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، بازده به مقیاس (RTS)، تکنولوژی.

۱- مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها^۲ (DEA) ساختاری غیرپارامتریک برای محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده^۳ (DMU) است که هر یک چندین ورودی را به چندین خروجی تبدیل می‌کنند. تحلیل پوششی داده‌ها یکی از پرکاربردترین تکنیک‌های سنجش کارایی است که محققان زیادی بر استفاده از این تکنیک در مسائل مختلف کاربردی تحقیق کرده‌اند [۱]، صص ۱۵۳-۱۶۵؛ ۲، صص ۱۳۷-۱۵۶؛ ۳، صص ۱-۱۹؛ ۴، صص ۱۹۱-۲۱۷]. با این حال یکی از مهم‌ترین و چالشی‌ترین حوزه‌ها در تحلیل پوششی داده‌ها، شناسایی بازده به مقیاس^۴ (RTS) است که در دو سطح انجام می‌پذیرد: تکنولوژی - که ما آن را بازده به مقیاس تکنولوژی^۵ (TRTS) می‌نامیم - و واحدهای تصمیم‌گیرنده. زمانی که بازده به مقیاس در سطح تکنولوژی تعیین شود، آن گاه بازده به مقیاس در سطح واحدهای تصمیم‌گیرنده نیز به تناسب قابل تعیین است، برای مثال اگر بازده به مقیاس تکنولوژی مجموعه داده‌ای افزایشی شناسایی شود، آن‌گاه بازده به مقیاس واحدها ممکن است ثابت یا افزایشی باشند. رابطه این دو سطح در شکل ۱ نشان داده شده است. شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر نمرات کارایی واحدها - با استفاده از هر مدل تحلیل پوششی داده‌ها - دارد. با این حال، برخلاف شناسایی بازده به مقیاس در سطح واحدهای تصمیم‌گیرنده، پژوهشگران بسیار اندکی به بحث شناسایی عینی^۶ بازده به مقیاس تکنولوژی پرداخته‌اند. لذا در این مقاله به ارائه روش عینی نوینی برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی، یعنی روش زاویه‌ها می‌پردازیم.

دو رویکرد کلی در تعیین بازده به مقیاس تکنولوژی وجود دارد: استفاده از نظر خبره^۷ و روش‌های عینی. روش‌های عینی موجود که برای تعیین بازده به مقیاس تکنولوژی مورد استفاده قرار می‌گیرند، رویکرد آماری دارند. در زمینه روش‌های آماری اصلی‌ترین مقاله متعلق به بنکر^۸ [۵، صص ۱۳۹-۱۵۹؛ ۶، صص ۲۷۳-۲۹۵] می‌باشد. وی در این مقاله به بررسی آماری ویژگی‌های مرز تولید حاصل از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها

می‌پردازد. همچنین، سیمر^۹ و ویلسون^{۱۰} [۷، صص ۱۱۵-۱۳۲] و ویلسون [۸، صص ۲۴۷-۲۵۴] از آزمون‌های آماری ناپارامتریک برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی استفاده کرده‌اند. در رابطه با بازده به مقیاس در سطح واحدهای تصمیم‌گیرنده نیز می‌توان به روش‌های کلاسیک اشاره کرد که در دو مسیر اصلی توسعه یافته‌اند [۹، صص ۳۴۵-۳۶۲]: مسیر اول توسط فار^{۱۱}، گراسکف^{۱۲} و لاول^{۱۳} [۱۰؛ ۱۱] ارائه شده است که از نسبت معیارهای شعاعی استفاده می‌کند. مسیر دوم که توسط بنکر و همکاران [۱۲، صص ۳۵-۴۴]، بنکر و ترال^{۱۴} [۱۳، صص ۷۴-۸۴] گسترش یافته است، شامل مدل‌های شعاعی و نیز مدل‌های جمعی و ضربی است. در ادامه نیز مقالات بسیاری برای شناسایی بازده به مقیاس در سطح واحدهای تصمیم‌گیرنده در مدل‌های مختلف تحلیل پوششی داده‌ها ارائه شده است که از آن جمله می‌توان به شناسایی بازده به مقیاس در مدل‌های غیرشعاعی [۱۴، صص ۶۶۴-۶۷۰؛ ۱۵، صص ۲۵-۳۵]، در مدل‌های با محدودیت وزنی [۱۶، صص ۷۱۹-۷۲۴؛ ۱۷، صص ۴۳۱-۴۳۸؛ ۱۸، صص ۲۴۲-۲۴۳؛ ۱۹، صص ۳۱-۴۷] و در مدل‌های FDH [۲۰، صص ۸۰۰-۸۰۲؛ ۲۱، صص ۱۰۵۵-۱۰۵۹؛ ۲۲، صص ۲۱۶۸-۲۱۷۶] اشاره کرد. شناسایی بازده به مقیاس واحدهای تصمیم‌گیرنده در حضور داده‌های نامطلوب و غیراختیاری [۲۳، صص ۷۶-۸۹؛ ۲۴، صص ۱۶۴-۱۷۵] و داده‌های منفی [۲۵، صص ۷۸-۸۱] نیز مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۱ ارتباط بازده به مقیاس در سطح تکنولوژی و واحدهای تصمیم‌گیرنده

مقالات بسیاری در زمینه بازده به مقیاس در ادبیات تحلیل پوششی داده‌ها وجود دارد که به تعدادی از آنها در بالا اشاره شد. عمده این مقالات به شناسایی بازده به مقیاس در سطح واحدهای تصمیم‌گیرنده و تعدادی اندکی نیز به بررسی بازده به مقیاس در سطح تکنولوژی می‌پردازند. با این حال، همه این مقالات از واژه بازده به مقیاس برای اشاره به این دو مسئله استفاده می‌کنند که منجر به عدم شفافیت در ایجاد تمایز بین این دو مسئله متفاوت می‌شود. بنابراین ما در این مقاله از بازده به مقیاس تکنولوژی به جای بازده به مقیاس استفاده می‌کنیم و به ارائه روشی نوین برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی به صورت عینی و بر اساس صرفاً داده‌ها می‌پردازیم.

همان طور که اشاره شد، روش‌های عینی موجود برای تعیین بازده به مقیاس تکنولوژی محدود به روش‌های آماری هستند [۵]، صص ۱۳۹-۱۵۹؛ ۶، صص ۲۷۳-۲۹۵؛ ۷، صص ۱۱۵-۱۳۲]. استفاده از روش‌های آماری معمولاً مستلزم برقراری فرض‌هایی در جامعه است که عدم برقراری هر یک از این فرض‌ها باعث ایجاد مشکلاتی در نتیجه‌گیری می‌شود. علاوه بر آن، روش‌های آماری رویکردی بالا به پایین دارند؛ به این معنا که تنها می‌توان فرضیه‌هایی در رابطه با جامعه ساخت و سپس آنها را مورد آزمون قرار داد؛ برای مثال برای یک مجموعه داده تنها می‌توان فرض بازده به مقیاس تکنولوژی کاهشی^{۱۵} (ITRS) را رد یا قبول کرد. در صورت قبول این فرض، نمی‌توان میزان کاهشی بودن آن را محاسبه کرد. رویکرد دیگر برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی استفاده از نظر کارشناس است. هرچند استفاده از این روش بسیار ساده است، ولی ممکن است با خطای انسانی همراه باشد؛ به عبارت دیگر بسیار محتمل است که کارشناس با استفاده از شناخت پیشین خود، رفتار تکنولوژی را پیش‌داوری نماید. از این رو بازده به مقیاس تکنولوژی تعیین شده برای مجموعه داده نادرست خواهد بود.

با توجه به کمبودهای ذکر شده، ساختاری ساده برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی ارائه می‌شود که بدون هیچ‌گونه فرضی در رابطه با داده‌ها یا اعداد کارایی، بازده به مقیاس تکنولوژی را صرفاً از داده‌ها استخراج می‌کند. در این روش معیاری برای محاسبه شکاف میان فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت^{۱۶} (CTRS) و بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر^{۱۷} (VTRS) معرفی شده و در دو بخش افزایشی و کاهشی

مرز محاسبه می‌شود. این معیار، زاویه بین ابرصفحات با فرض‌های بازده به مقیاس تکنولوژی متفاوت است. از این رو روش معرفی شده را روش زاویه‌ها می‌نامیم. در این روش به ازای هر واحد تصمیم‌گیرنده، یک ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت و یک ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر ساخته می‌شود و زاویه بین این دو ابرصفحه محاسبه می‌شود. زاویه محاسبه شده با توجه به بازده به مقیاس واحد مورد بررسی - منظور بازده به مقیاس در سطح واحد تصمیم‌گیرنده است - در بخش کاهشی یا افزایشی مرز دسته‌بندی می‌شود. لازم به ذکر است که اگر بازده به مقیاس واحد ثابت باشد، زاویه محاسبه شده صفر است و در هیچ دسته‌ای قرار نمی‌گیرد. هرچه شکاف در بخش کاهشی (افزایشی) مرز بیشتر باشد، بازده به مقیاس تکنولوژی به فرض کاهشی (افزایشی) نزدیک‌تر است. بنابراین برخلاف روش‌های آماری که صرفاً به رد یا قبول فرضیه‌ای می‌پردازند، این روش میزان کاهشی یا افزایشی بودن بازده به مقیاس تکنولوژی را نیز نشان می‌دهد.

سهم این مقاله در ادبیات دو جنبه دارد. نخست، یکی از مؤلفه‌های اساسی در محاسبه کارایی واحدها، تعیین درست بازده به مقیاس تکنولوژی است. از طرفی، مقالات بسیار اندکی به این مسئله به صورت عینی پرداخته‌اند. بنابراین مقاله حاضر سعی بر آن دارد که با ارائه ساختاری برای شناسایی عینی بازده به مقیاس تکنولوژی، مسیر جدیدی را برای بحث و ارائه راهکار در این زمینه بگشاید. دوم، روش‌های عینی موجود برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی همه آماری می‌باشند. هر چند این روش‌ها از لحاظ تئوری قوی می‌باشند، اما ممکن است در کاربرد چنین نباشند. مقاله حاضر مسیر جدیدی برای روش‌های غیر آماری و ابتکاری در شناسایی عینی بازده به مقیاس تکنولوژی می‌گشاید که می‌تواند در کاربرد مؤثرتر واقع شوند.

۲- ساختار روش زاویه‌ها

ایده اصلی روش زاویه‌ها برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی، محاسبه شکاف یا فاصله بین دو مرز کارایی با بازده به مقیاس تکنولوژی متفاوت است. برای یک مجموعه داده، مرز کارایی ۱ را با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر و مرز کارایی ۲ را با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت در نظر بگیرید؛ شکاف یا فاصله

بین این دو مرز کارایی بیانگر میزان انحراف واحدهای واقع بر مرز ۱، از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت است. هرچه شکاف یا فاصله بزرگ‌تر باشد، واحدهای واقع بر مرز ۱ از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت دورتر می‌باشند. محل قرارگیری واحد واقع بر مرز کارایی ۱ تعیین‌کننده آن است که واحد اشاره شده به فرض بازده به مقیاس تکنولوژی افزایشی یا بازده به مقیاس تکنولوژی کاهش^{۱۸}ی (DTRS) نزدیک‌تر می‌باشد.

اگرچه لایه اول - که به عنوان مرز کارایی شناخته می‌شود - به لحاظ ساخت مرز تولید از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، اما شکاف این لایه از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت نمی‌تواند به تنهایی این فرض را برای کل تکنولوژی نقض کند. بنابراین نیاز است تا لایه‌های پایین‌تر نیز مورد بررسی قرار گیرند. به این منظور از تکنیک لایرینگ^{۱۹} استفاده می‌نماییم (بخش ۲،۲ را ببینید)؛ یعنی اولین مرز با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر حذف شده و برای باقیمانده واحدها به طور مجدد یک مرز با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت و یک مرز با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر ساخته می‌شود و شکاف بین این دو مرز محاسبه می‌شود. این روند تا حذف کل واحدهای مشاهده شده ادامه پیدا می‌کند. با استفاده از بازده به مقیاس لایه‌ای (بخش ۲،۲ را ببینید)، شکاف محاسبه شده در دو بخش افزایشی و کاهش^{۱۸}ی مرز تقسیم‌بندی می‌شود که با استفاده از آن می‌توان فرض‌های بازده به مقیاس تکنولوژی افزایشی، کاهش^{۱۸}ی و متغیر را مورد بررسی قرار داد:

- اگر شکاف از مرز با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت در هر دو بخش افزایشی و کاهش^{۱۸}ی مرز کم باشد، فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت پذیرفته می‌شود؛
- اگر شکاف از مرز با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت در بخش افزایشی مرز زیاد و در بخش کاهش^{۱۸}ی مرز کم باشد، فرض بازده به مقیاس تکنولوژی افزایشی پذیرفته می‌شود؛
- اگر شکاف از مرز با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت در بخش کاهش^{۱۸}ی مرز زیاد و در بخش افزایشی مرز کم باشد، فرض بازده به مقیاس تکنولوژی کاهش^{۱۸}ی پذیرفته می‌شود؛

- اگر شکاف از مرز با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت در هر دو بخش افزایشی و کاهشی مرز زیاد باشد، فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر پذیرفته می‌شود.
در ادامه هر یک از مفاهیم مطرح شده در ایده کلی روش زاویه‌ها را با جزییات بیشتر توضیح می‌دهیم.

۲-۱- تعریف شکاف

شکاف معیاری برای محاسبه میزان فاصله از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت می‌باشد. از این رو تعریف مناسب شکاف مهم‌ترین گام در شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی است. شکاف باید به گونه‌ای تعریف شود که فاصله گرفتن یا نزدیک شدن به فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت را به خوبی نشان دهد. نکته‌ای که باید در آغاز مشخص شود آن است که شکاف روی یکواحد تصمیم‌گیرنده تعریف می‌شود یا یک ابرصفحه، یا یک لایه یا غیره. ما در اینجا، شکاف را برای هر واحد تصمیم‌گیرنده تعریف و محاسبه می‌کنیم. برای توجیه این نوع تعریف، دو مجموعه داده را در نظر بگیرید: در مجموعه اول، بیش از نیمی از واحدها با انحراف از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت به فرض بازده به مقیاس تکنولوژی افزایشی متمایل هستند، در مجموعه دوم، کمتر از ۱۰٪ از واحدها به فرض بازده به مقیاس تکنولوژی افزایشی متمایل می‌باشند. مشهود است که فرض بازده به مقیاس تکنولوژی افزایشی در مجموعه اول قابل توجه است، در حالی که در مجموعه دوم قابل ملاحظه نمی‌باشد. از طرفی ممکن است بیش از یک واحد روی یک ابرصفحه یا لایه قرار گیرد. بنابراین با بررسی شکاف روی چیزی غیر از واحدهای تصمیم‌گیرنده این امکان وجود دارد که تعدد انحراف‌ها مغفول واقع شود.

معیاری که ما به عنوان شکاف مورد استفاده قرار می‌دهیم، زاویه بین دو ابرصفحه به ازای هر واحد تصمیم‌گیرنده می‌باشد. در روش پیشنهادی برای هر واحد یک ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت و یک ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر ایجاد می‌شود. سپس، زاویه بین این دو ابرصفحه به عنوان شکاف برای واحد مورد بررسی لحاظ می‌شود. با توجه به آنکه زاویه به عنوان معیار محاسبه شکاف از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت مورد استفاده

قرار می‌گیرد، این روش شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی را روش زاویه‌ها می‌نامیم.

هرچند ما در اینجا برای محاسبه شکاف از زاویه بین دو ابرصفحه استفاده می‌کنیم، معیارهای دیگری مانند کارایی CCR، کارایی مقیاس، فاصله اقلیدسی و غیره نیز قابل بررسی بوده و محققان می‌توانند بر استفاده از آنها مطالعه کنند.

۲-۲- لایرینگ و بازده به مقیاس لایه‌ای

برای آنکه بتوانیم علاوه بر لایه اول - که به عنوان مرز کارایی شناخته می‌شود - شکاف لایه‌های پایین‌تر از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت را نیز محاسبه کنیم، لازم است از تکنیک لایرینگ استفاده شود. در تکنیک لایرینگ، لایه اول را واحدهای کارا از اجرای مدل تحلیل پوششی داده‌ها بر روی تمام واحدها تشکیل می‌دهند. سپس، این واحدها از مجموعه حذف شده و مدل تحلیل پوششی داده‌ها دوباره بر روی واحدهای باقیمانده اجرا می‌شود. واحدهای کارا از این مرحله، لایه دوم را ایجاد می‌کنند. به همین ترتیب، با حذف لایه $(1-t)$ -م از داده‌ها و اجرای مجدد مدل، لایه t -م مشخص می‌شود. این فرایند تا حذف تمام واحدها ادامه پیدا می‌کند.

برای شناسایی لایه‌ها در تکنیک لایرینگ، از مدل جمعی با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر استفاده می‌کنیم [۲۶، صص ۹۵-۱۱۲]. به این ترتیب لایه‌های ایجاد شده مرز قوی مجموعه امکان تولید متناظر می‌باشند. مجموعه واحدهای باقیمانده در مرحله t -م لایرینگ را با PPS^t نمایش می‌دهیم؛ به عبارت دیگر PPS^t مجموعه واحدهای مشاهده شده در مرحله t -م لایرینگ است، برای مثال PPS^1 مجموعه کل واحدها است و PPS^2 مجموعه کل واحدها به جز واحدهایی است که بر مرز کارایی قرار دارند.

شکاف از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت ممکن است در بخش افزایشی یا کاهششی مرز حادث شود؛ به عبارت دیگر، یک واحد با فاصله گرفتن از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت ممکن است به فرض بازده به مقیاس تکنولوژی افزایشی یا کاهششی نزدیک شود که این مسئله وابسته به محل قرار گرفتن واحد مورد بررسی است. اگر بازده به مقیاس واحد مورد بررسی افزایشی (کاهششی) باشد، شکاف

متناظر آن در بخش افزایشی (کاهشی) مرز قرار می‌گیرد. از این رو برای دسته‌بندی شکاف از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت در دو بخش افزایشی و کاهشی مرز لازم است که بازده به مقیاس واحدهای کارای واقع بر هر لایه مشخص شود. تعیین بازده به مقیاس در سطح واحدهای تصمیم‌گیرنده در بسیاری از مراجع مورد بحث واقع شده است [۹، صص ۳۴۵-۳۶۲؛ ۱۰؛ ۱۱؛ ۱۲، صص ۳۵-۴۴]. روش متداول آن است که بازده به مقیاس واحدهای کارا تعیین شده و سپس بازده به مقیاس سایر واحدها با توجه به بازده به مقیاس واحدهای مرجع آنها تعیین شود. اما در اینجا با توجه به آنکه بررسی شکاف از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت برای لایه t -م مستقل از لایه‌های بالاتر (لایه‌های $1, 2, \dots, t-1$) می‌باشد، از بازده به مقیاس معمول استفاده نمی‌کنیم. بازده به مقیاس هر واحد را با توجه به لایه‌ای که بر روی آن قرار دارد، محاسبه می‌کنیم و آن را بازده به مقیاس لایه‌ای (LRTS) می‌نامیم؛ به عبارت دیگر بازده به مقیاس لایه‌ای یک واحد که بر روی لایه t -م واقع شده، برابر بازده به مقیاس این واحد بر روی مرز کارایی مجموعه PPS^t است.

۲-۳- تعیین واحدهای مرجع

برای محاسبه شکاف از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت برای یک مجموعه داده لازم است شکاف به ازای همه لایه‌ها محاسبه شود. شکاف هر لایه نیز با محاسبه شکاف به ازای همه واحدهای واقع بر روی لایه مورد بررسی محاسبه می‌شود. به ازای هر واحد، یک ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت و یک ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر در نظر گرفته می‌شود، زاویه بین این دو ابرصفحه به عنوان شکاف برای واحد مورد بررسی لحاظ می‌شود.

یک مجموعه با n واحد را در نظر بگیرید که هر واحد از m ورودی برای تولید s خروجی استفاده می‌کند. فرض کنید x_{ij} ورودی i ($i = 1, \dots, m$) و y_{rj} خروجی r ($r = 1, \dots, s$) متناظر واحد j باشد. اکنون فرض کنید z_0 یک واحد کارا بر روی لایه t -م و PPS^t مجموعه واحدهای مشاهده شده در مرحله t -م لایرینگ باشد. ابرصفحه BCC گذرنده از z_0 را به عنوان ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر در نظر می‌گیریم. با توجه به آنکه ممکن است z_0 کارای CCR نباشد،

از ابرصفحه CCR گذرنده از واحد مرجع j_0 در مدل جمعی با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت زیر:

$$\max \sum_{i=1}^m S_i^- + \sum_{r=1}^s S_r^+ \quad (\bar{1})$$

$$\text{s. t} \quad \sum_{j \in \text{PPSt}} \lambda_j x_{ij} + S_i^- = x_{i0} \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{ب})$$

$$\sum_{j \in \text{PPSt}} \lambda_j y_{rj} - S_r^+ = y_{r0} \quad r = 1, \dots, s \quad (\text{ج})$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j \in \text{PPSt} \quad (\text{د})$$

$$S_i^-, S_r^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, m, \quad r = 1, \dots, s \quad (\text{ه})$$

به عنوان ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت استفاده می‌کنیم. برای تعیین واحد یا واحدهای مرجع j_0 لازم است که این واحد را با استفاده از مدل (۱) ارزیابی کنیم. فرض کنیم λ^* بردار بهینه حاصل از مدل (۱) باشد. مجموعه واحدهای مرجع j_0 را به صورت $\{j | \lambda_j^* > 0\}$ نمایش می‌دهیم. به این ترتیب محاسبه شکاف برای واحد j_0 - که بر روی لایه t -ام واقع است - معادل محاسبه زاویه بین ابرصفحه BCC گذرنده از j_0 و ابرصفحه CCR گذرنده از j_r ($j_r \in \text{Ref}_{j_0}$) است. با توجه به آنکه ممکن است Ref_{j_0} بیش از یک عضو داشته باشد، بنابراین بیش از یک زاویه برای واحد مورد بررسی به دست می‌آید. در این حالت کوچکترین زاویه به عنوان شکاف واحد j_0 از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت لحاظ می‌شود.

۲-۴ - زاویه‌ها وسیله‌ای برای محاسبه شکاف

روش زاویه‌ها وسیله‌ای برای محاسبه زاویه انحراف از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت است. هرچه زاویه انحراف بزرگتر باشد، مجموعه داده از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت دورتر است. بالعکس هرچه زاویه محاسبه شده

کوچک‌تر باشد، مجموعه داده به فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت نزدیک‌تر است.

واحد z_0 را در نظر بگیرید، فرض کنید با استفاده از تکنیک لایرینگ مشخص می‌شود که z_0 بر روی لایه t -ام قرار دارد. اکنون لازم است یک ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت و یک ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر متناظر z_0 ایجاد شود و زاویه بین آن دو به عنوان شکاف z_0 از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت لحاظ شود. همان طور که در بخش ۲-۳ اشاره شد، برای ساخت ابرصفحه بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت متناظر z_0 از واحدهای مرجع آن که در مجموعه Ref_{j_0} ذخیره شده است، استفاده می‌کنیم. واحد $z_r \in Ref_{j_0}$ را با استفاده از مدل مضربی CCR ورودی‌محور زیر ارزیابی می‌کنیم:

$$\max u^c y_{jr} \quad (\text{آ}۲)$$

$$\text{s. t} \quad u^c y_j - v^c x_j \leq 0 \quad j \in PPS^t \quad (\text{ب}۲)$$

$$v^c x_{jr} = 1 \quad (\text{ج}۲)$$

$$u^c, v^c \geq 0 \quad (\text{د}۲)$$

با ارزیابی واحد $z_r \in Ref_{j_0}$ به کمک مدل (۲)، یک ابرصفحه حمایتگر گذرنده از z_r به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$u^c y - v^c x = 0 \quad (\text{۳})$$

همچنین با ارزیابی واحد z_0 با استفاده از مدل BCC ورودی‌محور زیر

$$\max u^v y_{j_0} - u_0 \quad (\text{آ}۴)$$

$$\text{s. t} \quad u^v y_j - v^v x_j - u_0 \leq 0 \quad j \in PPS^t \quad (\text{ب}۴)$$

$$v^v x_{j_0} = 1 \quad (4c)$$

$$u^v, v^v \geq 0, u_0 \text{ free in sign} \quad (4d)$$

یک ابرصفحه حمایتگر گذرنده از j_0 به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$u^v y - v^v x - u_0 = 0 \quad (5)$$

اکنون زاویه بین این دو ابرصفحه با استفاده از ضرب داخلی محاسبه می‌شود:

$$(-v^c, u^c)^T (-v^v, u^v) = \cos \alpha \left\| (-v^c, u^c) \right\| \left\| (-v^v, u^v) \right\| \quad (6)$$

$$\alpha = \arccos \left(\frac{(-v^c, u^c)^T (-v^v, u^v)}{\left\| (-v^c, u^c) \right\| \left\| (-v^v, u^v) \right\|} \right) \quad (7)$$

زاویه محاسبه شده به عنوان کاندید برای شکاف j_0 از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت ذخیره می‌شود. با توجه به آنکه ممکن است مجموعه Ref_{j_0} بیش از یک عضو داشته باشد، بیش از یک ابرصفحه CCR و زاویه محاسبه می‌شود. بنابراین کوچک‌ترین زاویه به دست آمده به عنوان شکاف متناظر با j_0 لحاظ می‌شود. هرگاه یک واحد، کارای CCR باشد آن گاه دو ابرصفحه با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت و متغیر بر هم منطبق بوده و زاویه بین آنها صفر می‌باشد. زمانی که بیش از یک ابرصفحه CCR یا BCC وجود داشته باشد، جفت ابرصفحه‌ای را در نظر می‌گیریم که کوچک‌ترین زاویه را با یکدیگر بسازند.

۲-۵- دسته‌بندی و تحلیل زوایا در دو بخش افزایشی و کاهششی مرز

همزمان با محاسبه زاویه متناظر با هر واحد تصمیم‌گیرنده، بازده به مقیاس لایه‌ای واحد نیز تعیین می‌شود. با استفاده از بازده به مقیاس لایه‌ای، زوایا در دو بخش افزایشی و کاهششی مرز تقسیم‌بندی می‌شوند:

- اگر بازده به مقیاس لایه‌ای واحد مورد بررسی افزایشی باشد، زاویه متناظر آن در بخش افزایشی مرز قرار می‌گیرد.
 - اگر بازده به مقیاس لایه‌ای واحد مورد بررسی کاهش‌ی باشد، زاویه متناظر آن در بخش کاهش‌ی مرز قرار می‌گیرد.
- به منظور جمع‌بندی زوایا در دو بخش افزایشی و کاهش‌ی مرز، میانگین و میانه زوایا در این دو بخش محاسبه می‌شود. میانگین و میانه در این دو بخش، بیانگر میزان افزایشی یا کاهش‌ی بودن بازده به مقیاس تکنولوژی است. به طور کلی می‌توان گفت:

- اگر میانه و میانگین در هر دو بخش افزایشی و کاهش‌ی مرز کم باشد، فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت پذیرفته می‌شود؛
 - اگر میانه و میانگین در بخش افزایشی مرز زیاد و در بخش کاهش‌ی مرز کم باشد، فرض بازده به مقیاس تکنولوژی افزایشی پذیرفته می‌شود؛
 - اگر میانه و میانگین در بخش کاهش‌ی مرز زیاد و در بخش افزایشی مرز کم باشد، فرض بازده به مقیاس تکنولوژی کاهش‌ی پذیرفته می‌شود؛
 - اگر میانه و میانگین در هر دو بخش افزایشی و کاهش‌ی مرز زیاد باشد، فرض بازده به مقیاس تکنولوژی متغیر پذیرفته می‌شود.
- لازم به ذکر است تفاوت زیاد بین میانگین و میانه به معنای وجود چولگی در داده‌ها است. لذا باید در تحلیل نتایج دقت نمود. برای سادگی تحلیل، مقادیر میانه و میانگین زوایا را با استفاده از میانگین هندسی ترکیب می‌کنیم. فرض کنید $Mean^{ITRS}$ و Med^{ITRS} میانگین و میانه در بخش افزایشی مرز باشند. میانگین هندسی این دو معیار را با GM^{ITRS} نمایش داده و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$GM^{ITRS} = \sqrt{Mean^{ITRS} \times Med^{ITRS}} \quad (8)$$

فرض کنید $Mean^{DTRS}$ و Med^{DTRS} میانگین و میانه در بخش کاهش‌ی مرز باشند. میانگین هندسی این دو معیار به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$GM^{DTRS} = \sqrt{\text{Mean}^{DTRS} \times \text{Med}^{DTRS}} \quad (9)$$

۳- نتایج عددی

در این قسمت با استفاده از نمونه‌های ساخته‌شده و نیز داده‌های واقعی، درستی روش زاویه‌ها را نشان می‌دهیم. به این منظور نخست یک مجموعه از نمونه‌های یک ورودی - یک خروجی و در ادامه، یک نمونه دو ورودی - یک خروجی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در بخش ۳-۳، روش زاویه‌ها را بر یک مجموعه داده واقعی آزمایش می‌کنیم.

برای هر مجموعه داده، درصد واحدها در هر بخش (تعداد (%)) و نیز میانگین هندسی میانگین و میانه زوایا در بخش افزایشی مرز (GM^{ITRS}) و در بخش کاهش‌ی مرز (GM^{DTRS}) با استفاده از روش زاویه‌ها محاسبه و در جدول مربوط نمایش داده می‌شود.

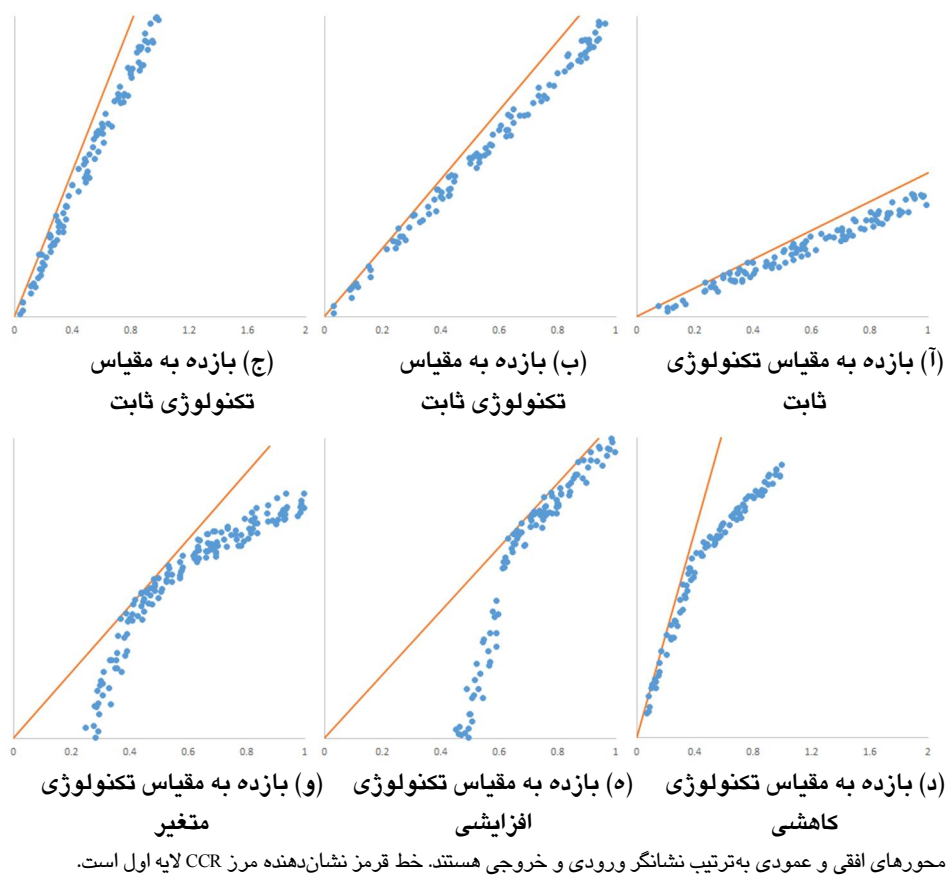
رد یا قبول فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت با استفاده از درصد واحدها و زاویه در هر بخش، نیازمند مقادیر آستانه‌ای می‌باشد؛ برای مثال اگر درصد واحدها و نیز زاویه در بخش بازده به مقیاس تکنولوژی افزایشی بیش از یک مقادیر آستانه باشد، آنگاه فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت رد می‌شود. با بررسی روش زاویه‌ها روی مجموعه داده‌های متعدد با بازده به مقیاس تکنولوژی مشخص، این مقادیر آستانه‌ای به دست آمده است:

- اگر تعداد واحدها در بخشی از مرز کمتر از ۱۰ درصد تعداد کل واحدها باشد، به این معنا است که زاویه ایجاد شده به وسیله این واحدها قابل ملاحظه نیست.
- در حالت بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت وجود زوایای کوچک در هر دو بخش افزایشی و کاهش‌ی مرز کاملاً بدیهی است؛ از این رو زوایای کمتر از ۱۰ درجه قابل اعتنا نبوده و موجب رد فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت نمی‌شود.

۳-۱- نمونه‌های یک ورودی-یک خروجی

به منظور بررسی درستی روش پیشنهادی از ۶ نمونه یک ورودی - یک خروجی استفاده می‌کنیم. نمونه‌های مورد استفاده دارای بازده به مقیاس تکنولوژی متفاوت

بوده و در شکل ۲ نشان داده شده‌اند. دلیل استفاده از این نمونه‌ها آن است که بازده به مقیاس تکنولوژی آنها به‌سادگی از شکل قابل شناسایی است. همان‌طور که در شکل می‌توان دید نمونه‌های (آ)–(ج) دارای بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت می‌باشند، نمونه‌های (د)، (ه) و (و) به‌ترتیب دارای بازده به مقیاس تکنولوژی کاهشی، افزایشی و متغیر هستند.



شکل ۲ نمونه‌هایی با یک ورودی-یک خروجی

نتایج حاصل از روش زاویه‌ها برای هر نمونه، در جدول ۱ نمایش داده شده است.

جدول ۱ نتایج روش زاویه‌ها روی نمونه‌های شکل ۲

نمونه	تعداد واحد	بخش افزایشی مرز		بخش کاهش‌ی مرز	
		تعداد (%)	GM ^{ITRS}	تعداد (%)	GM ^{DTRS}
(آ)	۱۰۴	۴۱,۳۵	۴,۹۳	۴۲,۳۱	۵,۷۱
(ب)	۱۰۴	۳۴,۶۲	۴,۰۸	۵۰,۰۰	۵,۶۵
(ج)	۱۰۳	۳۵,۹۲	۳,۵۹	۴۷,۵۷	۶,۷۳
(د)	۹۷	۱۶,۴۹	۲,۶۲	۷۱,۱۳	۲۱,۳۲
(ه)	۱۰۴	۵۳,۸۵	۲۳,۱۷	۳۱,۷۳	۷,۳۴
(و)	۱۵۵	۳۰,۳۲	۱۸,۲۳	۵۸,۰۶	۱۷,۰۰

با توجه به جدول ۱ می‌توان به نکات زیر اشاره کرد:

- درصد نسبی واحدها در هر بخش بیش از ۱۰ درصد می‌باشد. از این رو زاویه ایجاد شده در هر بخش قابل بررسی است.
- برای نمونه‌های (آ)-(ج) زاویه حاصل عدد کوچکی - کمتر از ۱۰ درجه - است، بنابراین فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت در هیچ یک از دو بخش افزایشی و کاهش‌ی مرز رد نمی‌شود.
- زاویه برای نمونه (د) در بخش افزایشی مرز کمتر از ۳ درجه است، در حالی که در بخش کاهش‌ی مرز حدود ۲۱ درجه است که این بیانگر کاهش‌ی بودن بازده به مقیاس تکنولوژی است.
- زاویه نمونه (ه) در بخش کاهش‌ی مرز کمتر از ۸ درجه است، در حالی که در بخش افزایشی مرز حدود ۲۳ درجه است که این بیانگر بازده به مقیاس تکنولوژی افزایشی داده‌ها است.
- در نهایت، زاویه برای نمونه (و) در هر دو بخش افزایشی و کاهش‌ی مرز مقدار قابل توجهی است؛ بنابراین فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت در هر دو بخش رد می‌شود و بازده به مقیاس تکنولوژی داده‌ها متغیر است. البته با توجه به اعداد در دو بخش افزایشی و کاهش‌ی مرز که حدود ۱۸ و ۱۷ درجه است، از این رو می‌توان گفت که میزان کاهش‌ی بودن بازده به مقیاس تکنولوژی نسبت به نمونه (د) و میزان افزایشی بودن نسبت به نمونه (ه) کمتر است.

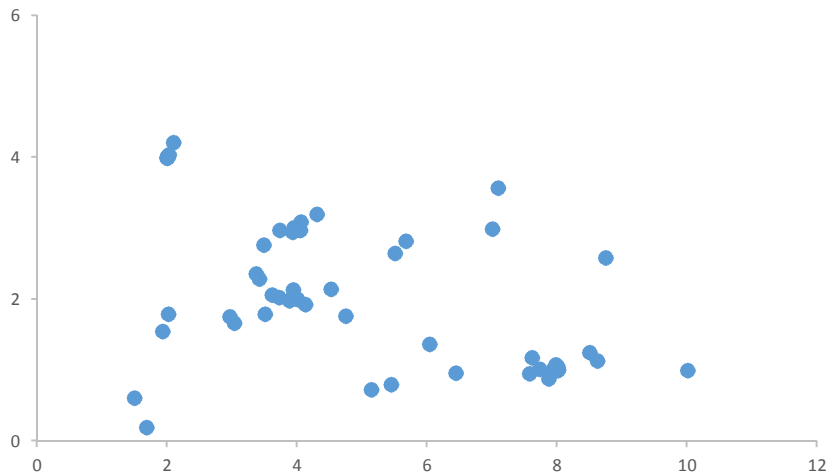
۲-۳- نمونه دو ورودی - یک خروجی

نمونه دیگری که برای بررسی درستی روش زاویه‌ها مورد استفاده قرار می‌دهیم، یک نمونه دو ورودی - یک خروجی با بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت است. برای ساخت این نمونه از مثال ارائه شده در [۲۷] بخش ۲، ۶، ۲، استفاده می‌کنیم که در جدول ۲ ارائه شده است. این نمونه شامل ۶ واحد دو ورودی - یک خروجی است که با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت، خروجی هر واحد به عدد ۱ اسکیل شده است.

جدول ۲ مثال دو ورودی - یک خروجی [۲۷]

۶	۵	۴	۳	۲	۱	واحد	ورودی
۱۰	۲	۴	۸	۷	۴	x_1	
۱	۴	۲	۱	۳	۳	x_2	خروجی
۱	۱	۱	۱	۱	۱	y	

با فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت، هر ضریب نامنفی از این داده‌ها قابلیت تولید دارد. بنابراین به ازای هر واحد، ۱۰ واحد با ضرایب متفاوت ایجاد می‌کنیم که در مجموع ۶۰ واحد تولید می‌شود. برای لحاظ کردن نويز در داده‌ها برای هر ورودی و خروجی، یک مقدار تصادفی کوچک اضافه یا کم می‌شود. نحوه ساخت این مجموعه داده با ۶۰ واحد نشان می‌دهد که بازده به مقیاس تکنولوژی آن ثابت است. با توجه به بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت مجموعه داده ساخته شده، می‌توان خروجی را به عدد ۱ اسکیل نمود. به این ترتیب در شکل ۳، واحدها تنها با استفاده از ورودی‌ها نمایش داده شده‌اند. لازم به ذکر است که رابطه‌ای بین نقاط جدول ۲ و به تبع آن، بین ضرایب این نقاط وجود ندارد. بنابراین طبیعی است که شکل ۳، برخلاف نمونه‌های یک ورودی - یک خروجی بخش ۱-۳، بازده به مقیاس تکنولوژی این نمونه را مشخص نمی‌سازد.



محورهای افقی و عمودی به ترتیب نشانگر ورودی اول و دوم هستند.

شکل ۳ نمونه با دو ورودی و خروجی برابر ۱

نتایج حاصل از روش زاویه‌ها برای نمونه دو ورودی - یک خروجی ساخته شده در جدول ۳ نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که نتایج از داده‌های اولیه بدون اسکیل کردن خروجی‌ها به ۱، به دست آمده است.

جدول ۳ نتایج روش زاویه‌ها بر روی نمونه دو ورودی - یک خروجی

بخش کاهش‌ی مرز		بخش افزایش‌ی مرز		تعداد واحد
GM ^{DTRS}	تعداد (%)	GM ^{ITRS}	تعداد (%)	
۶,۳۸	۴۷	۵,۶۰	۲۰	۶۰

با استفاده از جدول ۳، به سادگی می‌توان دید که هرچند درصد تعداد واحدها در دو بخش کاهش‌ی و افزایش‌ی مرز قابل توجه است، اما زاویه در هر دو بخش کمتر یا مساوی ۶,۵ درجه است. بنابراین بازده به مقیاس تکنولوژی این نمونه همان طور که انتظار می‌رفت، ثابت است.

۳-۳- مجموعه داده واقعی

در این قسمت کاربرد روش زاویه‌ها بر روی یک مجموعه داده واقعی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. به این منظور از مجموعه داده گاز استانی در دو دوره متوالی سال‌های ۸۷ و ۸۸ که شامل ۲۷ استان یا واحد تصمیم‌گیرنده است، استفاده می‌کنیم. این مجموعه داده حاصل استقرار نظام مانیتورینگ بهره‌وری در شرکت‌های گاز استانی [۲۸] است. ورودی‌های این مجموعه داده عبارت است از: ۱- هزینه‌های پرسنلی؛ ۲- هزینه‌های غیرپرسنلی؛ ۳- شاخص نرمال‌ساز. همچنین خروجی‌ها عبارت است از ۱- تأمین ایمنی ۲- تأمین پایدار؛ ۳- برخورداری. با توجه به نوع شاخص‌ها، امکان ادغام دو سال وجود دارد. بنابراین مجموعه داده شامل ۵۴ واحد را با استفاده از روش زاویه‌ها مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. نتایج حاصل در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴ نتایج روش زاویه‌ها روی داده‌های گاز استانی با ۳ ورودی و ۳ خروجی

بخش افزایشی مرز		بخش کاهش‌ی مرز		تعداد واحد
تعداد (%)	GM ^{ITRS}	تعداد (%)	GM ^{DTRS}	
۲۷,۷۸	۲۲,۴۴	۵,۵۶	۱۱,۸۱	۵۴

نتایج جدول ۴ نشان می‌دهد که درصد واحدها در بخش کاهش‌ی مرز قابل توجه نیست. بنابراین، بازده به مقیاس تکنولوژی این مجموعه داده کاهش‌ی نخواهد بود. اما تعداد واحدها و زاویه در بخش افزایش‌ی مرز بیش از مقادیر آستانه است؛ به عبارت دیگر، تعداد واحدها در بخش افزایش‌ی مرز قابل توجه بوده و زاویه حدود ۲۲ درجه تشکیل می‌دهند. بنابراین مجموعه داده گاز استانی دارای بازده به مقیاس تکنولوژی افزایش‌ی است.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش زاویه‌ها برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژی صرفاً با استفاده از داده‌ها پیشنهاد شد. این روش بر پایه محاسبه شکاف از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت می‌باشد. شکاف به صورت زاویه بین دو ابرصفحه با فرض‌های بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت و متغیر محاسبه می‌شود. به ازای هر

واحد تصمیم‌گیرنده یک زاویه محاسبه شده و براساس بازده به مقیاس لایه‌ای آن واحد، در بخش افزایشی یا کاهششی مرز لحاظ می‌شود. در نهایت، زوایای بخش افزایشی و کاهششی مرز در دو زاویه تجمیع شده که میزان انحراف از فرض بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت را نشان می‌دهند. هرچه شکاف در بخش افزایشی (کاهششی) مرز بزرگتر باشد، تکنولوژی به فرض بازده به مقیاس افزایشی (کاهششی) نزدیک‌تر است. به منظور بررسی درستی روش پیشنهادی، از ۶ نمونه یک ورودی - یک خروجی استفاده کردیم. مزیت استفاده از این نمونه‌ها در آن است که بازده به مقیاس تکنولوژی آنها به‌سادگی از روی شکل قابل شناسایی است. همچنین، روش زوایه‌ها را بر روی یک نمونه دو ورودی - یک خروجی با بازده به مقیاس تکنولوژی ثابت مورد ارزیابی قرار دادیم. روش زوایه‌ها بازده به مقیاس تکنولوژی همه نمونه‌ها را به‌درستی شناسایی نمود. افزون بر این، کاربرد روش زوایه‌ها بر داده‌های گاز استانی با ۳ ورودی و ۳ خروجی مورد بررسی قرار گرفت که بازده به مقیاس تکنولوژی این مجموعه داده افزایشی شناسایی شد.

۵ - پی‌نوشت‌ها

1. Objective
2. Data envelopment analysis
3. Decision making unit
4. Returns to scale
5. Technological returns to scale
6. Objective
7. Subjective
8. Banker
9. Simar
10. Wilson
11. Far
12. Grosskopf
13. Lovell
14. Thrall
15. Increasing technological returns to scale
16. Constant technological returns to scale
17. Variable technological returns to scale
18. Decreasing technological returns to scale
19. Layering

۶- منابع

- [1] Paradi J.C., Asmild M., Simak P.C. (2004) "Using DEA and worst practice DEA in credit risk evaluation"; *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 21, pp. 153-165.
- [2] Alirezaee M.R., Afsharian, M.-. (2009) A Combination Method for Measuring TFP Growth Using DEA Models and Tornqvist Productivity Index; with an Application to the NIOC. *Management Researches in Iran*, vol. 11, pp. 137-156.
- [3] Azar A., khosravani F., Jalali R. (2013) "The application of DEA in selecting a portfolio consisting of the most efficient and the most inefficient companies now present in Tehran stock market"; *Management Researches in Iran*, Vol. 17, pp. 1-19.
- [4] Azizi H., Jahed R. (2015) "Supplier selection in volume discount environments in the presence of both cardinal and ordinal data: A new approach based on double frontiers DEA"; *Management Researches in Iran*, Vol. 19, pp. 191-217.
- [5] Banker R. (1996) "Hypothesis tests using data envelopment analysis"; *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 7, pp. 139-159.
- [6] Banker R., Natarajan R. (2011) "Statistical tests based on DEA efficiency scores", in *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Vol. 164, W. W. Cooper, L. M. Seiford, and J. Zhu, Eds., ed: Springer US, 2011, pp. 273-295.
- [7] Simar L., Wilson P. W. (2002) "Non-parametric tests of returns to scale"; *European Journal of Operational Research*, Vol. 139, pp. 115-132.
- [8] Wilson P. W. (2008) "FEAR: A software package for frontier efficiency analysis with R"; *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 42, pp. 247-254.
- [9] Banker R. D., Cooper W. W., Seiford L. M., Thrall R. M., Zhu J. (2004) "Returns to scale in different DEA models"; *European Journal of Operational Research*, Vol. 154, pp. 345-362.

- [10] Fare R., Grosskopf S., Lovell C. (1985) *The measurement of efficiency of production*. Boston: Kluwer Nijhoff Publishing.
- [11] Fare R., Grosskopf S., Lovell C. (1994) *Production frontiers*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [12] Banker R.D. (1984) "Estimating most productive scale size using Data Envelopment Analysis"; *European Journal of Operation Researches*, 17, pp. 35-44.
- [13] Banker R.D., Thrall R.M. (1992) "Estimation of returns to scale using data envelopment analysis"; *European Journal of Operational Research*, 62, pp. 74-84.
- [14] Krivonozhko, V.E., Førsund, F.R. and Lychev, A.V. (2014) Measurement of returns to scale using non-radial DEA models. *European Journal of Operational Research*, 232, pp. 664-670.
- [15] Wu J., An Q. (2013) "Slacks-based measurement models for estimating returns to scale"; *International Journal of Information and Decision Sciences*, 5, pp. 25-35.
- [16] Hosseinzadeh Lotfi F., Jahanshahloo G.R. , Esmaceli M. (2007) "An alternative approach in the estimation of returns to scale under weight restrictions"; *Applied Mathematics and Computation*, 189, pp. 719-724.
- [17] Korhonen P.J., Soleimani-damaneh M., Wallenius J. (2011) "Ratio-based RTS determination in weight-restricted DEA models"; *European Journal of Operational Research*, 215, pp. 431-438.
- [18] Korhonen P.J., Soleimani-damaneh M., Wallenius J. (2013) "On ratio-based RTS determination: An extension"; *European Journal of Operational Research*, 231, pp. 242-243.
- [19] Tone K. (2001) "On returns to scale under weight restrictions in data Envelopment analysis"; *J. Productiv. Anal.*, 16, pp. 31-47.

- [20] Podinovski V.V. (2004) "On the linearisation of reference technologies for testing returns to scale in FDH models"; *European Journal of Operational Research*, 152, pp. 800-802.
- [21] Soleimani-damaneh M., Jahanshahloo G.R., Reshadi M. (2006) "On the estimation of returns-to-scale in FDH models"; *European Journal of Operational Research*, 174, pp. 1055-1059.
- [22] Soleimani-damaneh M., Reshadi M. (2007) "A polynomial-time algorithm to estimate returns to scale in FDH models"; *Computers & Operations Research*, 34, pp. 2168-2176.
- [23] Sueyoshi T., Goto M. (2011) "Measurement of returns to scale and damages to scale for DEA-based operational and environmental assessment: How to manage desirable (good) and undesirable (bad) outputs?"; *European Journal of Operational Research*, 211, pp. 76-89.
- [24] Sueyoshi T., Goto M. (2013) "Returns to scale vs. damages to scale in data envelopment analysis: An impact of U.S. clean air act on coal-fired power plants"; *Omega*, 41, pp. 164-175.
- [25] Allahyar M., Rostamy-Malkhalifeh M. (2015) "Negative data in data envelopment analysis: Efficiency analysis and estimating returns to scale"; *Computers & Industrial Engineering*, 82, pp. 78-81.
- [26] Charnes A., Clark C.T., Cooper W.W., Golany B. (1984) "A developmental study of data envelopment analysis in measuring the efficiency of maintenance units in the U.S. air forces"; *Ann Oper Res*, 2, pp. 95-112.
- [27] Cooper W.W., Seiford L.M., Tone K. (2006) *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses: With DEA-Solver Software and References*. Springer.
- [28] Babazadeh B., Alirezaee M. R. (2007) *Establishment of Provincial gas distribution companies productivity monitoring system*, International Management Conference 5th, Tehran, http://www.civilica.com/Paper-IRIMC05-IRIMC05_193.html.