

اندازه‌های انعطاف‌پذیر در فرایند تولید: رویکرد جدیدی بر مبنای تحلیل پوششی داده‌ها با مرز دوگانه

حسین عزیزی^۱، علیرضا امیرتیموری^۲

- ۱- استادیار، گروه ریاضی، واحد پارس‌آباد مغان، دانشگاه آزاد اسلامی، پارس‌آباد مغان، ایران.
۲- استاد، گروه ریاضی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران.

پذیرش: ۱۳۹۵/۰۳/۲۲

دریافت: ۱۳۹۴/۱۲/۰۶

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) رویکردی برای اندازه‌گیری کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری (DMU‌های) دارای ورودی‌های متعدد و خروجی‌های متعدد با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی است. در مدل‌های متعارف DEA، ورودی یا خروجی بودن یک اندازه عملکردی باید معلوم باشد. با این حال در برخی از موقعیت‌ها، یک اندازه عملکردی می‌تواند برای برخی از DMU‌ها نقش ورودی و برای برخی دیگر نقش خروجی داشته باشد. چنین متغیرهایی را اندازه‌های انعطاف‌پذیر می‌نامند. این مقاله رویکرد جدید «DEA با مرز دوگانه» را برای طبقه‌بندی اندازه‌های انعطاف‌پذیر معرفی می‌کند. در رویکرد پیشنهادی، هر اندازه انعطاف‌پذیر طوری به عنوان ورودی یا خروجی طبقه‌بندی می‌شود که کارایی DMU مورد ارزیابی بیشینه‌سازی شود. از این رو طبقه‌بندی اندازه‌های انعطاف‌پذیر با استفاده از رویکرد DEA پیشنهادی، ساده و منطقی‌تر است. یک مثال در مؤسسات آموزش عالی انگلستان، کاربرد رویکرد پیشنهادی را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، اندازه انعطاف‌پذیر.

۱- مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها^۱ (DEA) با سنجش تطبیقی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری^۲ (DMUها) سر و کار دارد. در مدل‌های DEA کلاسیک، کارایی یک DMU با بیشینه‌سازی نسبت مجموع وزنی خروجی‌های آن به مجموع وزنی ورودی‌های آن مشروط به این شرط که این نسبت برای هیچ DMUیی از یک تجاوز نکند، به دست می‌آید. از زمان کار پیشگامانه چارنز^۳ و همکاران [۱]، مطالعات نشان داده است که DEA فن مؤثری برای اندازه‌گیری کارایی نسبی مجموعه‌ای از DMUهای همگن است که از ورودی‌های یکسان برای تولید خروجی‌های یکسان استفاده می‌کنند. از DEA در محیط‌های متعددی شامل سیستم‌های آموزشی، واحدهای مراقبت بهداشتی، تولیدات کشاورزی، تدارکات نظامی و بسیاری کاربردهای دیگر استفاده شده است (چارنز و همکاران [۲]، کوپر^۴ و همکاران [۳] و امروزنژاد و همکاران [۴]). در کاربردهای DEA متعارف، با داشتن مجموعه‌ای از اندازه‌های موجود فرض می‌شود که موقعیت هر اندازه در فرایند تولید قبل از انجام DEA به‌روشنی به عنوان ورودی یا خروجی مشخص شده است؛ برای مثال در یک مطالعه متعارف فعالیت شعب بانکی، به‌روشنی می‌توان مشخص کرد که تعداد کارکنان یک ورودی است و سود به دست آمده یک خروجی است. با این حال برای نمونه در یک کاربرد آموزش عالی، همواره این پرسش وجود دارد که در سنجش فعالیت‌های دانشگاه‌ها، درآمد پژوهشی یک ورودی است یا یک خروجی؟ در مقالات، بسیاری از مؤلفان پیشنهاد کرده‌اند که باید آن را به عنوان ورودی در نظر گرفت، زیرا این پولی است که به‌وسیله دانشگاه کسب شده است و برای همان دوره استفاده می‌شود. برخی دیگر می‌گویند این درآمدی است که دانشگاه به دست آورده است و باید به عنوان خروجی در نظر گرفته شود. با این حال برای به دست آوردن نمره کارایی بالاتر، برخی از دانشگاه‌ها ممکن است درآمد پژوهشی را در سمت ورودی در نظر بگیرند و برخی دیگر آن را به عنوان خروجی منظور کنند. سؤال اصلی این است: چگونه درباره نقش درآمد پژوهشی برای هر دانشگاه تصمیم بگیریم؟

کوک^۵ و بال^۵ [۵] و کوک و ژو^۶ [۶] به سؤال‌های بسیار مشابهی در سیاق DEA

اشاره کرده‌اند. کوک و بالا [۵، صص ۴۳۹-۴۵۰] مسئله تصمیم‌گیری در مورد وضعیت مناسب اندازه‌های انعطاف‌پذیر را در زمانی که اطلاعات اضافی وجود دارند، بررسی کردند. آنها به‌طور خاص موقعیتی را بررسی کردند که مشاوران شعب بانکی، داده‌های اضافی طبقه‌بندی را ارائه می‌کنند—برای مثال کیفیت هر شعبه را تعیین می‌کنند؛ شعب خوب یا بد را مشخص می‌کنند. ایده آنها این است که به هر اندازه انعطاف‌پذیر یک موقعیت اختصاص داده شود، به‌طوری که نمرات کارایی به دست آید که بیشترین تطابق را با نظر کارشناس داشته باشد. کوک و ژو [۶، صص ۶۹۲-۶۹۹] متغیرهایی را در نظر گرفتند که وضعیت آنها انعطاف‌پذیر است و روش متفاوتی را برای طبقه‌بندی این متغیرها با وارد کردن یک مسئله برنامه‌ریزی کسری برای گنجاندن متغیرهای انعطاف‌پذیر پیشنهاد کردند. مدل آنها بعدها با استفاده از تبدیل چارنز و کوپر [۷] به یک شکل خطی تبدیل می‌شود [۸]. یک ایراد عمده در روش پیشنهادی کوک و بالا [۵، صص ۴۳۹-۴۵۰] نیاز به وارد کردن اطلاعات اضافی برای تصمیم‌گیری درباره موقعیت هر متغیر است و نقطه ضعف اصلی مدل پیشنهاد شده توسط کوک و ژو [۶، صص ۶۹۲-۶۹۹] آن است که مدل آنها کارایی را بیش از حد برآورد می‌کند.

در این مقاله، ما رویکرد جدیدی را برای طبقه‌بندی ورودی‌ها و خروجی‌ها پیشنهاد می‌کنیم که آن را رویکرد «DEA با مرز دوگانه» می‌نامیم و ما را قادر می‌سازد که اندازه‌های انعطاف‌پذیر کل مجموعه DMUهای مورد بررسی را طبقه‌بندی کنیم. شرط اصلی DEA با مرز دوگانه آن است که به هر DMU می‌توان علاوه بر بهترین کارایی نسبی ممکن، بدترین کارایی نسبی ممکن را نیز اختصاص داد. تلفیق بدترین و بهترین نمره کارایی نسبی ممکن برای یک DMU، نمره کارایی کلی آن DMU را تعریف می‌کنند. زمان ارزیابی DMUها از دیدگاه خوشبینانه، زمانی که تعداد مواردی که یک اندازه انعطاف‌پذیر به عنوان ورودی در نظر گرفته می‌شود، با تعداد مواردی که به عنوان خروجی در نظر گرفته می‌شود، مساوی باشد، می‌توانیم با مقایسه نمره بدترین کارایی نسبی ممکن آنها (یعنی ارزیابی از دیدگاه بدبینانه) مشخص کنیم که اندازه انعطاف‌پذیر به عنوان ورودی در نظر گرفته شود یا خروجی. بنابراین در رویکرد پیشنهادی، تحلیل بهترین کارایی و تحلیل بدترین کارایی با هم تلفیق می‌شود

تا طبقه‌بندی ورودی‌ها و خروجی‌های مجموعه‌ای از DMUها امکان‌پذیر شود. ما این را در قسمت ۴ با یک مثال نشان می‌دهیم. مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است. قسمت ۲، DEA با مرز دوگانه را معرفی می‌کند. قسمت ۳، یک رویکرد مبتنی بر DEA با مرز دوگانه برای مدلسازی فرایندهای تولید در حضور اندازه‌های انعطاف‌پذیر ارائه می‌کند. قسمت ۴ مفید بودن و کاربردپذیری مدل‌های پیشنهادی را در سنجش مؤسسات آموزش عالی در انگلستان نشان می‌دهد. نتیجه‌گیری‌ها و ملاحظات بیشتر در قسمت ۵ ارائه شده‌اند.

۲- DEA با مرز دوگانه

۲-۱- مدل DEA برای اندازه‌گیری کارایی خوشبینانه

فرض می‌کنیم که n واحد عملیاتی وجود دارند که عملکرد کارایی آنها باید اندازه‌گیری شود و در آنها از m ورودی استفاده می‌شود و S خروجی تولید می‌شود. برای هماهنگی با اصطلاحات DEA، جهت این واحدهای عملیاتی از اصطلاح DMU استفاده خواهیم کرد، هر چند که برخی از این واحدها ممکن است قدرت تصمیم‌گیری نداشته باشند. ما مقادیر مشاهده شده ورودی و خروجی را به ترتیب با x_{ij} ($i=1, \dots, m$) و y_{rj} ($r=1, \dots, s$) برای DMU_j ($j=1, \dots, n$) نشان می‌دهیم. فرض می‌کنیم که ورودی‌ها و خروجی‌ها همگی مقادیر نامنفی هستند. کارایی نسبی DMU_o به صورت زیر به دست می‌آید [۱، صص ۴۲۹-۴۴۴]:

$$\begin{aligned} \min \theta_o \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq \theta_o x_{io}, \quad i=1, \dots, m, \\ \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{ro}, \quad r=1, \dots, s, \\ \lambda_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad \theta_o \text{ free.} \end{aligned} \quad (1)$$

DMU_o کارای خوشبینانه است، اگر و تنها اگر امکان بهبود هیچ ورودی یا خروجی بدون بدتر شدن وضعیت یک ورودی یا خروجی دیگر وجود نداشته باشد؛ به عبارتی اگر $\theta_o^* = 1$ ، در این صورت DMU_o کارای خوشبینانه است؛ در غیر این

صورت، اگر $\theta_o^* < 1$ آنگاه DMU_o غیرکارای خوشبینانه است. لازم به ذکر است که، مدل (۱) یک برنامه بازده به مقیاس ثابت است و فرض می‌کند که وضعیت همه متغیرهای ورودی و خروجی قبل از حل مدل مشخص است.

۲-۲- مدل DEA برای اندازه‌گیری کارای بدبینانه

اکنون مدلی را معرفی می‌کنیم که برای تعیین بدترین نمره کارایی نسبی ممکن یک DMU در مقابل بهترین نمره کارایی نسبی ممکن آن تعیین می‌شود، به کار می‌رود [۹-۱۵]:

$$\begin{aligned} & \max \varphi_o \\ & \text{s.t. } \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \geq \varphi_o x_{io}, \quad i=1, \dots, m, \\ & \quad \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \leq y_{ro}, \quad r=1, \dots, s, \\ & \quad \lambda_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad \varphi_o \text{ free.} \end{aligned} \quad (2)$$

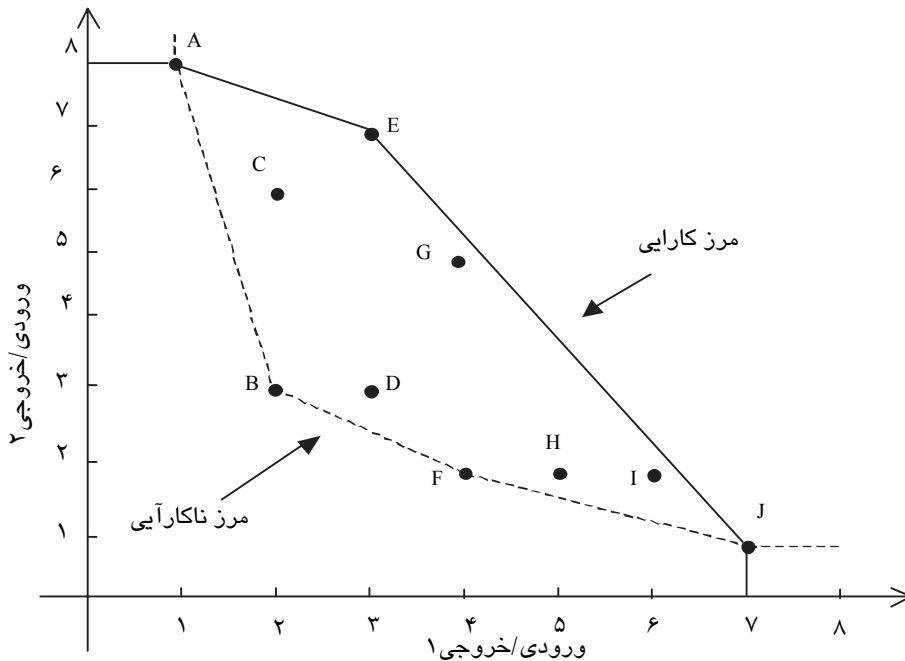
فرض کنید ورودی‌ها را با همان نسبت φ_o افزایش دهیم و خروجی‌ها را بدون تغییر نگه داریم. اگر ورودی را نتوان به همان نسبت افزایش داد؛ یعنی $\varphi_o^* = 1$ ، آنگاه DMU_o ناکارای بدبینانه است. از سوی دیگر، اگر ورودی‌ها را بتوان به همان نسبت افزایش داد؛ یعنی $\varphi_o^* > 1$ ، آنگاه DMU_o غیرناکارای بدبینانه است. تمام واحدهای ناکارای بدبینانه یک مرز تولید ناکارا را تشکیل می‌دهند که می‌توان به آن مرز ورودی بیشینه نیز گفت، در مقابل مرز تولید سنتی که می‌توان آن را مرز خروجی بیشینه دانست. مدل (۲) مدل اساسی تحلیل بدترین کارایی یا کارایی بدبینانه می‌باشد که کاملاً شبیه مدل DEA (۱) می‌باشد.

برای نشان دادن تفاوت بین DMU های کارای خوشبینانه، غیرکارای خوشبینانه، غیرناکارای بدبینانه، و ناکارای بدبینانه از یکدیگر، ما از داده‌های خروجی دوبعدی و ورودی یک‌بعدی استفاده می‌کنیم. مجموعه داده‌ها در جدول ۱ نشان داده شده است. در اینجا تمام ورودی‌ها برای سادگی با مقدار یک نرمال شده است.

جدول ۱ داده‌ها برای ده DMU با یک ورودی و دو خروجی

خروجی ۲	خروجی ۱	ورودی	DMU
۸	۱	۱	A
۳	۲	۱	B
۶	۲	۱	C
۳	۳	۱	D
۷	۳	۱	E
۲	۴	۱	F
۵	۴	۱	G
۲	۵	۱	H
۲	۶	۱	I
۱	۷	۱	J

مرزهای کارایی و ناکارایی برای این مجموعه داده‌ها در شکل ۱ نشان داده شده است، به طوری که این شکل نشان می‌دهد، سه تا از DMUها روی مرز کارایی هستند که ما آنها را کارای خوشبینانه می‌نامیم و مابقی DMUها را نسبت به مرز کارایی، غیرکارای خوشبینانه می‌نامیم. همچنین، چهار تا از DMUها روی مرز ناکارایی واقع شده‌اند که ما آنها را ناکارای بدبینانه می‌نامیم و مابقی DMUها را نسبت به مرز ناکارایی، غیرناکارای بدبینانه می‌نامیم که در اینجا واحدهای کارای خوشبینانه و ناکارای بدبینانه همپوشانی، یعنی واحدهای مشترک نیز دارند.



شکل ۱ مرزهای کارایی و ناکارایی برای ده DMU.

۳- اندازه‌های انعطاف‌پذیر در فرایند تولید

در DEA سنتی، تصمیم‌گیرنده تصمیم می‌گیرد که چه معیارهایی ورودی و چه معیارهایی خروجی هستند. اما در محیط عوامل انعطاف‌پذیر، تصمیم‌گیرنده ضعیف می‌شود. به عبارت دیگر، تصمیم‌گیرنده نمی‌داند که عامل انعطاف‌پذیر ورودی است یا خروجی. بنابراین نیاز به مدل‌هایی داریم که وضعیت عامل انعطاف‌پذیر هر DMU را به صورت جداگانه مشخص کند. پس از اجرای مدل‌ها، تصمیم‌گیرنده وضعیت یک عامل انعطاف‌پذیر را در می‌یابد.

۳-۱- مدل DEA با اندازه‌های انعطاف‌پذیر برای اندازه‌گیری کارایی خوشبینانه
فرض کنید x_{ij} ($i=1, \dots, m$) ورودی متفاوت و y_j ($r=1, \dots, s$) خروجی متفاوت برای DMU_j ($j=1, \dots, n$) باشد. همچنین فرض کنید که t عامل

انعطاف‌پذیر وجود دارند که وضعیت ورودی/خروجی آنها باید تعیین شود. این اندازه‌ها در بعضی از DMUها ممکن است به عنوان ورودی در نظر گرفته شوند و در بعضی دیگر به عنوان خروجی. مقادیر اتخاذ شده به وسیله این عوامل انعطاف‌پذیر با نماد z_{kj} ($k=1, \dots, t$) برای DMU_j نشان داده می‌شوند. برای کار با عوامل انعطاف‌پذیر، مدل برنامه خطی صحیح مختلط زیر پیشنهاد شده است [۱۶]:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_o \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_o x_{io}, \quad i=1, K, m, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro}, \quad r=1, K, s, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{kj} \leq \theta_o z_{ko} + M\delta_{1k}, \quad k=1, K, t, \\ & -\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{kj} \leq -z_{ko} + M\delta_{2k}, \quad k=1, K, t, \\ & \delta_{1k} + \delta_{2k} = 1, \quad k=1, K, t, \\ & \delta_{1k}, \delta_{2k} \in \{0,1\}, \quad k=1, K, t, \\ & \lambda_j \geq 0, \quad j=1, K, n; \quad \theta_o \text{ free.} \end{aligned} \quad (3)$$

برای هر عامل انعطاف‌پذیر k ، متغیرهای دوگانی $\delta_{1k}, \delta_{2k} \in \{0,1\}$ معرفی شده است که در آن $\delta_{2k} = 1$ نشان می‌دهد عامل k ورودی است، و $\delta_{1k} = 1$ آن را به عنوان خروجی معرفی می‌کند. در اینجا M یک عدد مثبت بزرگ می‌باشد. مدل (۳) یک اندازه با ماهیت ورودی است. یک نتیجه‌گیری مهم آن است که برخلاف DEA استاندارد، حتی در شرایط بازده به مقیاس ثابت، مدل با ماهیت ورودی و مدل با ماهیت خروجی، ممکن است نمرات کارایی متفاوتی ایجاد کند. این مسئله به طور مشخص با اندازه‌های انعطاف‌پذیر قابل انتظار است، زیرا یک DMU ممکن است یک اندازه انعطاف‌پذیر را در یک مدل به عنوان ورودی در نظر بگیرد و در مدل دیگر آن را به عنوان خروجی منظور کند.

۳-۲- مدل DEA با اندازه‌های انعطاف‌پذیر برای اندازه‌گیری کارایی بدبینانه
از دیدگاه بدبینانه نیز باید اجازه دهیم که هر DMU وضعیت هر اندازه انعطاف‌پذیر را تعیین

کند، به طوری که هر DMU برخی از اندازه‌های انعطاف‌پذیر را به عنوان ورودی و برخی دیگر را به عنوان خروجی در نظر بگیرد. در این حالت مدل زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned}
 & \max \varphi_o \\
 \text{s.t. } & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq \varphi_o x_{io}, \quad i=1, K, m, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \leq y_{ro}, \quad r=1, K, s, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j z_{kj} \geq \varphi_o z_{ko} - M\delta_{1k}, \quad k=1, K, t, \\
 & -\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{kj} \geq -z_{ko} - M\delta_{2k}, \quad k=1, K, t, \\
 & \delta_{1k} + \delta_{2k} = 1, \quad k=1, K, t, \\
 & \delta_{1k}, \delta_{2k} \in \{0,1\}, \quad k=1, K, t, \\
 & \lambda_j \geq 0, \quad j=1, K, n; \quad \varphi_o \text{ free.}
 \end{aligned} \tag{4}$$

باز برای هر عامل انعطاف‌پذیر k ، متغیرهای دوگانی $\delta_{1k}, \delta_{2k} \in \{0,1\}$ معرفی شده است که در آن $\delta_{2k} = 1$ نشان می‌دهد عامل k ورودی است و $\delta_{1k} = 1$ آن را به عنوان خروجی معرفی می‌کند.

۴- یک کاربرد در مؤسسات آموزش عالی انگلستان

این قسمت رویکرد پیشنهادی را در سنجش مؤسسات آموزش عالی انگلستان نشان می‌دهد. ما مدل‌ها را برای داده‌های استفاده شده توسط کوک و ژو [۶]، صص [۶۹۲-۶۹۹] به کار می‌بریم (همچنین، رجوع کنید به بیزلی^۱ [۱۷]، کوک و ژو [۱۸]، کوک و همکاران [۱۹] و امیرتیموری و امروزنژاد [۲۰]). دو عامل به عنوان ورودی انتخاب می‌شوند: مخارج عمومی (x_1) و مخارج تجهیزات (x_2)، و سه عامل به عنوان خروجی انتخاب می‌شوند: دانشجویان کارشناسی (y_1)، پژوهش تخصصی (y_2) و آموزش تخصصی (y_3). اندازه انعطاف‌پذیر در اینجا درآمد پژوهشی (z_1) است. وضعیت درآمد پژوهشی برای هر دانشگاه توسط مدل‌ها تعیین خواهد شد. مجموعه داده‌ها متشکل از ۵۰ دانشگاه است که در جدول ۲ نشان داده شده است؛ برای این مثال عددی، $M = 10^4$ در نظر گرفته شده است.

جدول ۲ مجموعه داده‌های دانشگاه‌ها [۱۷].

درآمد پژوهشی	آموزش تخصصی	پژوهش تخصصی	دانشجویان کارشناسی	مخارج تجهیزات	مخارج عمومی	DMU
۲۵۴	۰	۲۶	۱۴۵	۶۴	۵۲۸	۱
۱۴۸۵	۱۶	۷۰	۳۸۱	۳۰۱	۲۶۰۵	۲
۴۵	۳	۶	۴۴	۲۳	۳۰۴	۳
۹۴۰	۰	۴۸	۲۸۷	۴۸۵	۱۶۲۰	۴
۱۰۶	۸	۳۰	۹۱	۹۰	۴۹۰	۵
۲۹۶۷	۴	۱۷۰	۳۵۲	۷۶۷	۲۶۷۵	۶
۲۹۸	۱۲	۳۱	۷۰	۰	۴۲۲	۷
۷۷۶	۰	۳۲	۲۰۳	۱۲۶	۹۸۶	۸
۳۹	۰	۱۷	۶۰	۳۲	۵۲۳	۹
۳۵۳	۱۷	۴۴	۸۰	۸۷	۵۸۵	۱۰
۲۹۳	۰	۲۰	۱۹۱	۱۶۱	۹۳۱	۱۱
۷۸۱	۰	۳۷	۱۳۹	۹۱	۱۰۶۰	۱۲
۲۱۵	۰	۱۹	۱۰۴	۱۰۹	۵۰۰	۱۳
۲۶۹	۰	۲۴	۱۳۲	۷۷	۷۱۴	۱۴
۳۹۲	۱۰	۴۱	۱۳۵	۱۲۱	۹۲۳	۱۵
۵۴۶	۰	۳۱	۱۶۹	۱۲۸	۱۲۶۷	۱۶
۹۲۵	۰	۲۴	۱۲۵	۱۱۶	۸۹۱	۱۷
۷۶۴	۱۴	۴۱	۱۷۶	۵۷۱	۱۳۹۵	۱۸
۶۱۵	۳۶	۹۳	۲۸	۸۳	۹۹۰	۱۹
۳۱۸۲	۲۳	۱۷۶	۵۱۱	۲۶۷	۳۵۱۲	۲۰
۷۹۱	۰	۵۳	۱۹۸	۲۲۶	۱۴۵۱	۲۱
۷۴۱	۵	۳۴	۱۶۱	۸۱	۱۰۱۸	۲۲
۳۴۷	۴	۳۶	۱۴۸	۴۵۰	۱۱۱۵	۲۳
۲۹۴۵	۱	۴۸	۲۰۷	۱۱۲	۲۰۵۵	۲۴

ادامه جدول ۲

درآمد پژوهشی	آموزش تخصصی	پژوهش تخصصی	دانشجویان کارشناسی	مخارج تجهیزات	مخارج عمومی	DMU
۴۵۳	۰	۹	۱۱۵	۷۴	۴۴۰	۲۵
۲۳۳۱	۲۸	۹۳	۳۵۳	۸۴۱	۳۸۹۷	۲۶
۶۹۵	۰	۳۷	۱۲۹	۸۱	۸۳۶	۲۷
۹۸	۷	۳۰	۱۷۴	۵۰	۱۰۰۷	۲۸
۸۷۹	۰	۳۸	۲۵۳	۱۷۰	۱۱۸۸	۲۹
۴۸۳۸	۰	۲۱۷	۵۴۴	۶۲۸	۴۶۳۰	۳۰
۴۹۰	۲۶	۵۲	۹۴	۷۷	۹۷۷	۳۱
۲۹۱	۱۷	۴۲	۱۲۸	۶۱	۸۲۹	۳۲
۳۲۷	۱	۱۹	۱۹۰	۳۹	۸۹۸	۳۳
۹۵۶	۹	۵۹	۱۶۸	۱۳۱	۹۰۱	۳۴
۵۱۲	۳۷	۸۵	۱۱۹	۱۱۹	۹۲۴	۳۵
۵۶۳	۱۳	۵۶	۱۹۳	۶۲	۱۲۵۱	۳۶
۷۱۴	۰	۳۶	۲۱۷	۲۳۵	۱۰۱۱	۳۷
۲۹۷	۳	۲۶	۱۵۱	۹۴	۷۳۲	۳۸
۲۷۷	۲	۲۱	۴۹	۴۶	۴۴۴	۳۹
۱۵۴	۰	۷	۵۷	۲۸	۳۰۸	۴۰
۵۳۱	۰	۲۳	۱۱۷	۴۰	۴۸۳	۴۱
۳۰۵	۷	۳۰	۷۹	۶۸	۵۱۵	۴۲
۸۵	۱	۱۰	۱۰۱	۸۲	۵۹۳	۴۳
۱۳۰	۲۰	۳۱	۷۱	۲۶	۵۷۰	۴۴
۱۰۴۳	۱	۴۰	۲۹۳	۱۲۳	۱۳۱۷	۴۵
۱۵۲۳	۲	۵۳	۴۰۳	۱۴۹	۲۰۱۳	۴۶
۷۴۳	۱	۳۱	۱۶۱	۸۹	۹۹۲	۴۷
۵۱۳	۱۳	۶۰	۱۵۱	۸۲	۱۰۳۸	۴۸
۷۲	۰	۶	۱۶	۱	۲۰۶	۴۹
۴۸۵	۰	۳۲	۲۴۰	۹۵	۱۱۹۳	۵۰

نتایج مدل (۳) در جدول ۳ با عنوان «کارایی با متغیر انعطاف‌پذیر» گزارش شده‌اند. مقادیر بهینه δ_1 و δ_2 نشان می‌دهند که درآمد پژوهشی به عنوان متغیر ورودی در نظر گرفته شده است و یا به عنوان متغیر خروجی، و ۲۵ دانشگاه آن را در مدل به عنوان یک اندازه ورودی در نظر می‌گیرند. یک معیار برای تصمیم‌گیری در مورد وضعیت کلی ورودی یا خروجی بودن یک اندازه انعطاف‌پذیر، تصمیم‌گیری بر اساس اکثریت DMUها خواهد بود. استفاده از یک قاعده ساده تصمیم‌گیری اکثریتی در بسیاری از موقعیت‌ها به صورت گسترده‌ای به کار می‌رود، و به نظر می‌رسد که کمترین مخالفت را برای تصمیم‌گیری برانگیزد. از دیدگاه خوشبینانه، ما قادر به تصمیم‌گیری درباره اندازه انعطاف‌پذیر نیستیم. به علاوه ما کارایی مؤسسه آموزش عالی را در دو حالت با مدل (۱) ارزیابی کردیم، یک بار درآمد پژوهشی را به عنوان ورودی در نظر گرفتیم و بار دیگر به عنوان خروجی. اینها در جدول ۳ گزارش شده‌اند.

جدول ۳ سنجش کارایی خوشبینانه مؤسسات آموزش به صورت تطبیقی

DMU	کارایی، با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر ورودی	کارایی، با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر خروجی	کارایی، با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر انعطاف‌پذیر	δ_1	δ_2
۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰
۲	۰,۶۱۴۷	۰,۶۳۹۷	۰,۶۱۴۷	۰	۱
۳	۰,۸۳۷۲	۰,۶۶۲۷	۰,۶۶۲۷	۱	۰
۴	۰,۶۴۵۱	۰,۶۸۵۷	۰,۶۴۵۱	۰	۱
۵	۱,۰۰۰۰	۰,۸۹۲۸	۰,۸۹۲۸	۱	۰
۶	۰,۷۸۷۱	۱,۰۰۰۰	۰,۷۸۷۱	۰	۱
۷	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰
۸	۰,۷۴۹۷	۰,۸۱۱۹	۰,۷۴۹۷	۰	۱
۹	۱,۰۰۰۰	۰,۵۲۵۱	۰,۵۲۵۱	۱	۰
۱۰	۰,۸۸۸۷	۰,۹۰۶۶	۰,۸۸۸۷	۰	۱
۱۱	۰,۸۹۰۱	۰,۷۴۷۰	۰,۷۴۷۰	۱	۰
۱۲	۰,۵۷۵۴	۰,۶۷۳۱	۰,۵۷۵۴	۰	۱
۱۳	۰,۷۹۸۸	۰,۷۷۱۰	۰,۷۷۱۰	۱	۰
۱۴	۰,۷۵۰۵	۰,۷۰۱۸	۰,۷۰۱۸	۱	۰
۱۵	۰,۷۰۴۲	۰,۶۸۸۳	۰,۶۸۸۳	۱	۰
۱۶	۰,۵۳۰۳	۰,۵۱۹۷	۰,۵۱۹۷	۱	۰
۱۷	۰,۵۲۴۶	۰,۸۱۹۵	۰,۵۲۴۶	۰	۱
۱۸	۰,۵۹۲۵	۰,۶۲۷۸	۰,۵۹۲۵	۱	۰
۱۹	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰

ادامه جدول ۳

δ_2	δ_1	کارآیی، با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر انعطاف پذیر	کارآیی، با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر خروجی	کارآیی، با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر ورودی	DMU
۱	۰	۰,۷۳۱۷	۰,۸۷۴۴	۰,۷۳۱۷	۲۰
۱	۰	۰,۵۸۹۸	۰,۶۲۱۶	۰,۵۸۹۸	۲۱
۱	۰	۰,۶۶۴۰	۰,۷۱۶۷	۰,۶۶۴۰	۲۲
۰	۱	۰,۵۵۳۶	۰,۵۵۳۶	۰,۶۰۳۱	۲۳
۱	۰	۰,۴۶۴۱	۱,۰۰۰۰	۰,۴۶۴۱	۲۴
۱	۰	۰,۹۵۱۷	۱,۰۰۰۰	۰,۹۵۱۷	۲۵
۱	۰	۰,۴۲۵۱	۰,۵۶۵۴	۰,۴۲۵۱	۲۶
۱	۰	۰,۶۹۸۶	۰,۷۸۳۳	۰,۶۹۸۶	۲۷
۰	۱	۰,۸۰۸۸	۰,۸۰۸۸	۱,۰۰۰۰	۲۸
۱	۰	۰,۷۷۵۵	۰,۸۲۵۰	۰,۷۷۵۵	۲۹
۱	۰	۰,۶۲۶۷	۰,۸۸۷۸	۰,۶۲۶۷	۳۰
۱	۰	۰,۷۲۸۳	۰,۷۷۵۹	۰,۷۲۸۳	۳۱
۰	۱	۰,۸۴۰۷	۰,۸۴۰۷	۰,۸۹۴۹	۳۲
۰	۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۳۳
۱	۰	۰,۹۲۶۰	۱,۰۰۰۰	۰,۹۲۶۰	۳۴
۰	۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۳۵
۰	۱	۰,۷۳۱۶	۰,۷۳۱۶	۰,۸۱۰۷	۳۶
۱	۰	۰,۷۸۱۶	۰,۸۳۰۸	۰,۷۸۱۶	۳۷
۰	۱	۰,۸۰۶۴	۰,۸۰۶۴	۰,۸۳۳۴	۳۸
۱	۰	۰,۶۲۰۴	۰,۶۷۱۸	۰,۶۲۰۴	۳۹
۱	۰	۰,۷۴۰۱	۰,۷۴۱۴	۰,۷۴۰۱	۴۰
۰	۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۴۱
۱	۰	۰,۷۹۵۶	۰,۸۱۸۱	۰,۷۹۵۶	۴۲
۰	۱	۰,۶۴۲۶	۰,۶۴۲۶	۰,۹۲۰۶	۴۳
۰	۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۴۴
۱	۰	۰,۸۱۳۲	۰,۸۸۸۵	۰,۸۱۳۲	۴۵
۱	۰	۰,۸۴۷۷	۰,۸۵۱۳	۰,۸۴۷۷	۴۶
۰	۱	۰,۶۸۸۴	۰,۶۸۸۴	۰,۶۵۴۹	۴۷
۰	۱	۰,۷۹۴۷	۰,۷۹۴۷	۰,۸۴۳۱	۴۸
۰	۱	۰,۴۶۷۹	۰,۴۶۷۹	۰,۸۰۲۷	۴۹
۰	۱	۰,۸۳۵۵	۰,۸۳۵۵	۰,۸۴۱۷	۵۰

با اعمال مدل DEA (۴)، نمرات کارایی بدبینانه DMUها را به دست می‌آوریم که در ستون چهارم جدول ۴ نشان داده شده‌اند. همچنین، مقادیر بهینه δ_1 و δ_2 نشان می‌دهند که درآمد پژوهشی به عنوان اندازه ورودی در نظر گرفته شده است و یا به عنوان اندازه خروجی. در اینجا ۳۲ دانشگاه آن را در مدل به عنوان یک اندازه خروجی و ۱۸ دانشگاه آن را در مدل به عنوان یک اندازه ورودی در نظر می‌گیرند. به‌علاوه ما کارایی مؤسسه آموزش عالی را در دو حالت با مدل (۲) ارزیابی کردیم، یک بار درآمد پژوهشی را به عنوان ورودی در نظر گرفتیم و بار دیگر به عنوان خروجی. نتایج در جدول ۴ گزارش شده‌اند. بنابراین ارزیابی یا تصمیم‌گیرنده می‌تواند درآمد پژوهشی را برای کل مجموعه DMUها به عنوان یک اندازه خروجی در نظر بگیرد. استفاده از «روش اکثریت» برای تعیین وضعیت یک متغیر انعطاف‌پذیر با بسیاری از مدل‌های بحث شده در مقالات تصمیم‌گیری چند معیاری مانند کوک [۲۱] سازگار است.

برای طبقه‌بندی اندازه انعطاف‌پذیر درآمد پژوهشی فقط از دیدگاه خوشبینانه، ما نرم بردار نمرات کارایی خوشبینانه درآمد پژوهشی به عنوان اندازه ورودی و اندازه خروجی را مقایسه کردیم و آنها را به ترتیب به صورت $\|\theta_{input}^1\| = 5.6765$ و $\|\theta_{output}^1\| = 5.7107$ به دست آوردیم. از روی نرم‌های به دست آمده نیز می‌توان نتیجه گرفت که اندازه انعطاف‌پذیر درآمد پژوهشی باید به عنوان اندازه خروجی در نظر گرفته شود، زیرا در این حالت نمره کل DMUها بزرگ‌تر است. چنین روشی زمانی سودمند است که فقط یک اندازه انعطاف‌پذیر وجود داشته باشد. در کل برای t اندازه انعطاف‌پذیر باید 2^t برنامه خطی حل شود. بنابراین در کل این روش اصلاً مناسب نیست.

و بالاخره، آنچه در اینجا می‌خواهیم بر آن تأکید کنیم، این است که هر نتیجه‌گیری ارزیابی که فقط یکی از این دو دیدگاه را در نظر بگیرد، بدون تردید یک‌طرفه، غیر واقع‌گرایانه و غیر متقاعدکننده خواهد بود [۲۲، صص ۱۵۳-۱۷۳؛ ۲۳، صص ۱۲۹-۱۵۰؛ ۲۴، صص ۹۹-۱۱۷؛ ۲۵، صص ۱-۱۶؛ ۲۶، صص ۱۲۹-۱۴۴].

جدول ۴ سنجش کارایی بدبینانه مؤسسات آموزش به صورت تطبیقی

DMU	کارایی، با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر ورودی	کارایی، با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر خروجی	کارایی با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر انعطاف پذیر	δ_1	δ_2
۱	۱,۹۷۱۱	۱,۸۱۷۵	۱,۸۱۷۵	۱	۰
۲	۱,۲۴۶۰	۱,۲۴۳۳	۱,۲۴۳۳	۱	۰
۳	۱,۰۱۹۷	۱,۰۰۰۰	۱,۰۱۹۷	۰	۱
۴	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰
۵	۲,۱۵۴۰	۱,۳۵۸۶	۲,۱۵۴۰	۰	۱
۶	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰
۷	۲,۱۰۳۶	۲,۱۰۹۶	۲,۱۰۹۶	۱	۰
۸	۱,۳۰۳۳	۱,۳۵۰۹	۱,۳۵۰۹	۱	۰
۹	۱,۱۴۲۵	۱,۰۰۰۰	۱,۱۴۲۵	۰	۱
۱۰	۱,۸۳۳۶	۱,۶۰۱۰	۱,۸۳۳۶	۰	۱
۱۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰
۱۲	۱,۱۵۶۶	۱,۲۱۶۶	۱,۲۱۶۶	۱	۰
۱۳	۱,۳۴۰۵	۱,۰۸۳۹	۱,۳۴۰۵	۰	۱
۱۴	۱,۳۶۶۱	۱,۲۷۶۵	۱,۳۶۶۱	۰	۱
۱۵	۱,۷۱۱۵	۱,۴۵۶۳	۱,۷۱۱۵	۰	۱
۱۶	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰
۱۷	۱,۰۰۰۰	۱,۰۳۳۳	۱,۰۳۳۳	۱	۰
۱۸	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰
۱۹	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰
۲۰	۱,۶۵۸۸	۱,۷۸۶۳	۱,۷۸۶۳	۱	۰
۲۱	۱,۰۷۰۵	۱,۰۶۳۵	۱,۰۷۰۵	۰	۱
۲۲	۱,۴۷۸۰	۱,۴۴۱۴	۱,۴۷۸۰	۰	۱
۲۳	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰
۲۴	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱	۰

ادامه جدول ۴

δ_2	δ_1	کارایی با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر انعطاف‌پذیر	کارایی با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر خروجی	کارایی با در نظر گرفتن درآمد پژوهشی به عنوان متغیر ورودی	DMU
۰	۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۲۵
۰	۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۲۶
۰	۱	۱,۴۲۴۶	۱,۴۲۴۶	۱,۳۳۱۸	۲۷
۱	۰	۱,۴۱۲۹	۱,۰۴۹۷	۱,۴۱۲۹	۲۸
۰	۱	۱,۳۳۰۱	۱,۳۳۰۱	۱,۲۹۴۰	۲۹
۰	۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۳۰
۰	۱	۱,۲۶۳۲	۱,۲۶۳۲	۱,۳۳۰۰	۳۱
۱	۰	۱,۸۶۸۸	۱,۵۵۶۵	۱,۸۶۸۸	۳۲
۰	۱	۱,۱۲۹۴	۱,۱۲۹۴	۱,۱۲۶۳	۳۳
۰	۱	۲,۱۴۱۳	۲,۱۴۱۳	۱,۹۰۹۴	۳۴
۱	۰	۱,۹۱۲۵	۱,۵۸۸۰	۱,۹۱۲۵	۳۵
۱	۰	۱,۷۷۰۹	۱,۵۹۳۱	۱,۷۷۰۹	۳۶
۰	۱	۱,۲۹۱۹	۱,۲۹۱۹	۱,۲۷۴۰	۳۷
۱	۰	۱,۶۶۲۲	۱,۵۶۸۸	۱,۶۶۲۲	۳۸
۰	۱	۱,۳۱۹۶	۱,۳۱۹۶	۱,۲۸۰۰	۳۹
۰	۱	۱,۰۱۳۶	۱,۰۱۳۶	۱,۰۰۵۴	۴۰
۰	۱	۱,۹۰۵۵	۱,۹۰۵۵	۱,۶۳۷۸	۴۱
۱	۰	۱,۸۶۲۳	۱,۶۷۸۰	۱,۸۶۲۳	۴۲
۰	۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۴۳
۱	۰	۱,۶۳۸۲	۱,۲۶۶۹	۱,۶۳۸۲	۴۴
۰	۱	۱,۴۱۹۱	۱,۴۱۹۱	۱,۴۲۲۹	۴۵
۰	۱	۱,۲۸۲۸	۱,۲۸۲۸	۱,۲۸۱۳	۴۶
۱	۰	۱,۳۷۵۵	۱,۳۲۸۵	۱,۳۷۵۵	۴۷
۱	۰	۱,۸۳۱۱	۱,۶۲۳۶	۱,۸۳۱۱	۴۸
۰	۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۴۹
۰	۱	۱,۱۶۳۲	۱,۱۶۳۲	۱,۱۷۰۰	۵۰

۵- نتیجه‌گیری و ملاحظات پایانی

ما در این مقاله یک رویکرد DEA با مرز دوگانه برای محاسبه کارایی فنی DMUهای دارای اندازه‌های انعطاف‌پذیر ایجاد کردیم. برای این نوع سیستم‌های تولید، مدل‌های DEA متعارف تغییر داده می‌شوند تا اندازه‌های انعطاف‌پذیر در آنها لحاظ شوند. رویکرد پیشنهادی در بسیاری از کاربردها از جمله سنجش کارایی تولید، سیستم‌های مراقبت بهداشتی و مؤسسات آموزشی که اساساً بعضی متغیرها هم به عنوان ورودی و هم به عنوان خروجی قابل لحاظ هستند، قابلیت کاربرد دارد. بالاخره یک کاربرد در آموزش عالی استفاده شده است تا مفید بودن رویکرد پیشنهادی را نشان دهد.

انتظار می‌رود که روش DEA جدید بتواند نقش مهمی در مطالعات و کاربردهای DEA ایفا کند. از کارهای تحقیقاتی آینده این است که ببینیم آیا روش DEA جدید را می‌توان بسط داد تا DEA نادقیق [۲۷، صص ۱۳۴-۱۵۰] یا فازی را نیز در بر بگیرد. البته هنوز چیزهای خوب زیاد دیگری مانند مدل‌های مقید به شانس، مدل‌های اتفافی، و غیره وجود دارد، که می‌توان آنها را بررسی کرد. خوانندگان علاقه‌مند می‌توانند خودشان این مسایل را بررسی کنند.

۶- پی‌نوشت‌ها

1. Data Envelopment Analysis (DEA)
2. Decision-Making Units (DMUs)
3. Charnes.
4. Cooper.
5. Cook.
6. Bala.
7. Zhu.
8. Beasley.

۷- منابع

- [1] Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E. (1978) "Measuring the efficiency of decision making units"; *European Journal of Operational Research*, 2: 429-444.

- [2] Charnes A., Cooper W.W., Lewin A., Seiford L.M. (1994) Data envelopment analysis: Theory, methodology and applications; Kluwer Academic Publishers, Boston.
- [3] Cooper W.W., Seiford L.M., Tone K. (2006) Introduction to data envelopment analysis and its uses, Springer Publisher.
- [4] Emrouznejad A., Tavares G., Parker B. (2008) "Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA"; *Socio-Economic Planning Sciences*, 42(3): 151–157.
- [5] Cook W.D., Bala K. (2003) "Performance measurement with classification information: An enhanced additive DEA model"; *Omega*, 31: 439–450.
- [6] Cook W.D., Zhu J. (2007) "Classifying inputs and outputs in DEA"; *European Journal of Operational Research*, 180: 692–699.
- [7] Charnes A., Cooper W.W. (1962) "Programming with linear fractional functional"; *Naval Research Logistics Quarterly*, 9: 181–185.
- [8] Toloo M. (2009) "On classifying inputs and outputs in DEA: A revised model"; *European Journal of Operational Research*, 198: 358–360.
- [9] Parkan C., Wang Y.M. (2000) *Worst efficiency analysis based on inefficient production frontier*; Working Paper, Department of Management Sciences, City University of Hong Kong.
- [10] Wang Y.M., Chin K.S., Yang J.B. (2007) "Measuring the performances of decision making units using geometric average efficiency"; *Journal of the Operational Research Society*, 58: 929–937.
- [11] Liu F.F., Chen C.L. (2009) "The worst-practice DEA model with slack-based measurement"; *Computers & Industrial Engineering*, 57: 496–505.
- [12] Jahanshahloo G.R., Afzalinejad M. (2006) "A ranking method based on a full-inefficient frontier"; *Applied Mathematical Modelling*, 30(3): 248–260.
- [13] Paradi J.C., Asmild M., Simak P.C. (2004) "Using DEA and worst practice DEA in credit risk evaluation"; *Journal of Productivity Analysis*, 21:153–165.
- [14] Azizi H., Ganjeh Ajirlu H. (2011) "Measurement of the worst practice of

- decision-making units in the presence of non-discretionary factors and imprecise data"; *Applied Mathematical Modelling*, 35(9): 4149–4156.
- [15] Amirteimoori A. (2007) "DEA efficiency analysis: Efficient and anti-efficient frontier"; *Applied Mathematics and Computation*, 186(1): 10–16.
- [16] Amirteimoori A., Emrouznejad A. (2011) "Flexible measures in production process: A DEA-based approach"; *RAIRO Operations Research*, 45: 63–74.
- [17] Beasley J. (1990) "Comparing university departments"; *Omega*, 8: 171–183.
- [18] Cook W.D., Zhu J. (2005) "Building performance standards into DEA structures"; *IIE Transactions*, 37: 267–275.
- [19] Cook W.D., Hababou M., Tuenter H. (2000) "Multi-component efficiency measurement and shared inputs in data envelopment analysis: An application to sales and service performance in bank branches"; *Journal of Productivity Analysis*, 14: 209–224.
- [20] Amirteimoori A., Emrouznejad A. (2012) Notes on "classifying inputs and outputs in data envelopment analysis"; *Applied Mathematics Letters*, 25:1625–1628.
- [21] Cook W.D. (2006) "Distance-based and ad hoc consensus models in ordinal preference ranking"; *European Journal of Operational Research*, 172(2): 369–385.
- [22] Azizi H. (2012) "Efficiency assessment in data envelopment analysis using efficient and inefficient frontiers"; *Management Researches in Iran*, 16(3): 153–173, (In Persian).
- [23] Azizi H. (2012) "A new approach for supplier selection in the presence of imprecise data: DEA with double frontiers"; *Management Researches in Iran*, 16(2): 129–150, (In Persian).
- [24] Azizi H., Bahari A., Jahed R. (2014) "A new approach for the selection of advanced manufacturing technologies: A new approach based on double frontiers data envelopment analysis"; *Journal of Applied Mathematics*, 10: 99–117. (In Persian).
- [25] Azizi H., Jafari Shaerlar A. (2013) "Evaluation and selection of a supplier by

interval DEA models with assurance region: A DEA approach with efficient and inefficient frontiers"; *Journal of Industrial Management*, 8(25): 1–16. (In Persian).

- [26] Azizi H., Jafari Shaerlar A., Farzipoor Saen R. (2016) "A new approach for considering a dual-role factor in supplier selection problem: DEA with efficient and inefficient frontiers"; *Journal of Production & Operations Management*, 6(2): 129–144. (In Persian).
- [27] Azizi H., Amirteimoori A. (2017) "Classifying inputs and outputs in interval data envelopment analysis"; *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 10(2): 134–150.