*پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری*
*دوره 3، شماره 4، زمستان 1397*

# مدل‌سازی ریاضی مسئله زمان‌بندی پروژه با رویکرد محدودیت منابع و حل آن با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری

**عالیه کاظمی[1*]، فاطمه سروندی[2]**

1- دانشیار، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران
2- کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

دریافت: 1396/2/14 پذیرش: 1397/1/20

## چکیده

مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع یکی از مسائل بسیار معروف و مطرح در زمینه تحقیق در عملیات و مدیریت پروژه است. در پژوهش حاضر، این مسئله با در نظر گرفتن اهداف مهمی شامل کمینه‌کردن زمان اتمام پروژه و همچنین کمینه‌کردن حداکثر هزینه انجام پروژه در یک روز مدل‌سازی شده است. در این راستا، تمامی روابط پیش‌نیازی ممکن بین فعالیت‌های یک پروژه موردتوجه قرار گرفته است. مدل پیشنهادی برای سه پروژه واقعی در اندازه‌های متفاوت و با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری شامل الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی ازدحام ذرات و تکامل تفاضلی اجرا شده است. نتایج حاصل از اجرای مدل نشان می‌دهد که الگوریتم تکامل تفاضلی برای پروژه‌های با مقیاس بزرگ و الگوریتم ازدحام ذرات برای پروژه‌های با مقیاس متوسط، از کارایی مطلوبی در مقایسه با الگوریتم ژنتیک برخوردار است. استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل پروژه‌های با مقیاس کوچک توصیه نمی‌شود.

**واژگان کلیدی**: زمان‌بندی پروژه؛ محدودیت منابع؛ الگوریتم ژنتیک؛ الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات؛ الگوریتم تکامل تفاضلی.

---

* نویسنده مسئول مقاله: E-mail: Aliyehkazemi@ut.ac.ir

## 1- مقدمه

پروژه‌ها مجموعه فعالیت‌هایی هستند که برای دستیابی به‌منظور یا هدف خاصی انجام می‌گیرند و باید در تاریخ‌های معین، با هزینه‌هایی معین و کیفیت تعیین‌شده‌ای به انجام برسند. موفقیت هر پروژه درگرو دستیابی هم‌زمان به هر سه عامل زمان، هزینه و کیفیت تعیین‌شده است و خارج شدن هر یک از سه عامل مذکور از حدود مقرر می‌تواند به شکست پروژه بیانجامد. انتخاب صحیح پروژه‌ها یکی از مهم‌ترین اقدامات سازمان‌های پروژه‌محور در راستای مدیریت راهبردی است و محدودیت منابع موجب می‌شود سازمان‌ها نتوانند برای تمامی پروژه‌ها سرمایه‌گذاری نمایند [1، ص1]. مدیریت پروژه در واقع روش استفاده مناسب از منابع در راستای اجرای درست و به هنگام یک پروژه است. مدیریت زمان پروژه، شامل فرآیندهای ضروری برای مدیریت تکمیل به‌موقع پروژه است. یک مدل زمان‌بندی، ارائه‌ای است از برنامه اجرایی فعالیت‌های پروژه شامل مدت‌زمان‌ها، وابستگی‌ها و دیگر اطلاعات برنامه‌ریزی که برای تولید زمان‌بندی‌های پروژه و دیگر مصنوعات زمان‌بندی، استفاده می‌شوند. برنامه مدیریت زمان‌بندی، شیوه زمان‌بندی و ابزار زمان‌بندی را شناسایی می‌کند و ساختار و معیارهای توسعه و نظارت زمان‌بندی پروژه را تنظیم و تثبیت می‌نماید.

ازجمله مسائل با مبانی نظری غنی در حوزه تحقیق در عملیات و مدیریت پروژه، زمان‌بندی پروژه با در نظر گرفتن محدودیت منابع[1] است. تاکنون تحقیقات زیادی در این زمینه به چاپ رسیده است که دو دلیل عمده بر این امر می‌توان برشمرد؛ نخست آن‌که این مسئله با توجه به شرایط متفاوت کاربردی و صنعتی ازنظر ماهیت چندجمله‌ای نامعین سخت[2]، تابع هدف، خصوصیات فعالیت‌ها، منابع و روابط پیش‌نیازی بسیار متنوع است و دوم آن‌که محققین همواره به دنبال ارائه راه‌حل‌های کاراتری برای حل این مسائل بوده‌اند. این مسئله با توجه به ماهیت غیر چندجمله‌ای سختی که دارد، یکی از دشوارترین و پیچیده‌ترین مسائل تحقیق در عملیات به شمار می‌رود [2، ص5]. مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود یک مسئله چندجمله‌ای

1. Resource Constrained Project Scheduling (RCPSP)
2. Non-deterministic Polynomial-time hard (NP-Hard)

نامعین سخت است و برای نخستین بار در سال 1963 مطرح شد [3، ص11]. اخیراً، محققان مطالعات گسترده‌ای برای ارائه راه‌حل‌های کاربردی بر روی این موضوع انجام داده‌اند [4، ص5875]. با توجه به اینکه روش‌های بهینه‌یابی موجود برای حل این مسئله عمدتاً شامل تعداد زیادی متغیر و محدودیت هستند که از کارآیی عملی آن‌ها در حل مسائل با ابعاد واقعی می‌کاهد، استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری در حل این مسائل کاملاً به‌جا است.

در تحقیق حاضر، سعی شده است به سؤالات زیر به شیوه مناسب پاسخ داده شود:

- ساختار مدل ریاضی مناسب برای مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چگونه است؟
- چگونه می‌توان از الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع بهره برد؟
- چگونه می‌توان از الگوریتم تکامل تفاضلی برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع بهره برد؟
- چگونه می‌توان از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع بهره برد؟
- عملکرد الگوریتم‌های ذکرشده در پروژه‌هایی با مقیاس‌های کوچک، متوسط و بزرگ چگونه است؟

در ادامه پس از بررسی مطالعات مرتبط انجام‌شده در بخش 2، مدل پیشنهادی در بخش 3 ارائه شده است. در بخش 3، الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مدل پیشنهادی معرفی شده و در فصل 4، نتایج حاصل از حل مدل با استفاده از الگوریتم‌های مختلف ارائه شده است. نهایتاً در بخش 5 نتیجه‌گیری و پیشنهادها بیان شده است.

## 2- پیشینه پژوهش

بسیاری از تحقیقات، اگرچه به حل هم‌زمان دو مسئله زمان‌بندی پروژه و تخصیص نیروی انسانی پرداخته‌اند، اما با تک‌مهارته فرض‌کردن نیروی انسانی، حالت بسیار ساده‌ای از زمان‌بندی پروژه چندمهارته را بررسی کرده‌اند. از تحقیقات مرتبط با تحقیق

حاضر می‌توان به تحقیق جیانگ و شی در سال 2005 اشاره کرد که الگوریتمی به نام روش شمارنده شاخه و برش را برای به حداقل رساندن مدت‌زمان کل پروژه‌های تحت محدودیت منابع متعدد براساس یک درخت شمارش ارائه دادند [5، ص988]. این روش با توجه به جایگزین‌های ممکن بهتر، شاخه‌های جدید در درخت تولید می‌کند و اگر جایگزین‌های ممکن بدتر بود، شاخه‌های مربوط به آن از درخت قطع می‌شود. ژانگ و همکاران در سال 2006 از رویکرد مبتنی بر بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود با هدف به حداقل‌رساندن مدت‌زمان پروژه استفاده کردند [6، ص87]. در این تحقیق، اولویت فعالیت‌ها برای برنامه‌ریزی توسط ذرات نشان داده شده و از طرح موازی برای تغییر اولویت‌های ذره‌ها به یک برنامه عملی با توجه به اولویت و محدودیت منابع استفاده شد. سپس تجزیه‌وتحلیل محاسباتی به‌منظور بررسی عملکرد رویکرد مبتنی بر بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود انجام و نشان داده شد. این روش می‌تواند برای حل این‌گونه مسائل بسیار اثربخش باشد و در حل مسائل مشابه کارایی داشته باشد. دماک و همکاران در سال 2009 مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندگانه را با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی حل کردند [7، ص2654]. در این روش، حل با استفاده از یک بردار تخصیص حالت و نیز بردار موقعیت انجام می‌شود. راه‌حل‌های همسایه با استفاده از دو اپراتور جهش و متقاطع ایجاد می‌شود و اپراتور انتخاب از مقادیر تابع هدف استفاده می‌کند که برای راه‌حل‌های غیرعملی جریمه در نظر می‌گیرد. نتایج به‌دست‌آمده از این روشِ حل با نتایج به‌دست‌آمده از روش‌های شبیه‌سازی تبرید و ازدحام ذرات مقایسه شد و نشان داده شد روش الگوریتم تکامل تفاضلی به‌خوبی توانایی حل مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود را دارد. وو و همکاران در سال 2010 الگوریتم تکامل تفاضلی بهبودیافته را که یک استراتژی جهش جدید به‌منظور سرعت بخشیدن به‌سرعت همگرایی دارد، برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود با هدف به حداقل رساندن مدت‌زمان پروژه به کار بردند [8، ص801]. در این تحقیق، اولویت فعالیت‌ها برای برنامه‌ریزی توسط یک بردار منحصربه‌فرد نشان داده شده و از یک طرح سری برای تغییر این اولویت‌ها و رسیدن به یک برنامه عملی با توجه به محدودیت منابع استفاده شد. نتایج

این روش با دیگر نتایج مربوط به الگوریتم ژنتیک و روش ازدحام ذرات مقایسه و مشاهده شد که الگوریتم تکامل تفاضلی ضمن دستیابی به جواب‌های بهینه، کیفیت بهتری در مقایسه با روش‌های مذکور دارد. چن و همکاران در سال 2011 برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود با روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات دو قانون پیشنهاد دادند؛ یکی به نام قانون جستجوی محلی تأخیری و دیگری قانون برنامه‌ریزی دو جهته. این دو قانون پیشنهادی برای پیداکردن حداقل مدت‌زمان انجام پروژه در روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات مورداستفاده قرار گرفت. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که روش پیشنهادی برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود کارآمد است [9، ص1906]. در سال 2014، لیو و همکاران کاربرد نمودار گانت فازی و الگوریتم ژنتیک را برای محاسبه فعالیت بهینه در برنامه‌ریزی پروژه، موردبررسی قرار دادند [10، ص247]. آن‌ها مدت‌زمان هر فعالیت را با توجه به محدودیت‌های تخصیص منابع قابل تنظیم در نظر گرفتند. در این مطالعه، الگوریتم ژنتیک نه‌تنها اولویت فعالیت‌ها، بلکه مدت‌زمان هر فعالیت با توجه به محدودیت منابع را محاسبه می‌کند. نتایج این بررسی نشان داد که بهره‌گیری از این روش می‌تواند مدت‌زمان اتمام پروژه را به میزان قابل‌توجهی کاهش دهد. یان و همکاران در سال 2014 یک الگوریتم تکامل تفاضلی بهبودیافته را به‌منظور دستیابی به بهره‌وری محاسباتی بالاتر برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود معرفی کردند [11، ص 1925]. دو عملیات جهش موازی برای بهبود توانایی جستجو در روش تکامل تفاضلی استفاده شد. اپراتور انتخاب برای برگزیدن بهترین نتیجه از بردار هدف و دو بردار دنباله استفاده می‌کند. نتایج محاسباتی نشان داد که الگوریتم تکامل تفاضلی بهبودیافته پاسخ‌های بهتری از چندین الگوریتم دیگر که از روش‌های قطعی و اکتشافی حاصل می‌شود، دارد. فهیمی و همکاران در سال 2014 از روش‌های توجیه انباشته و بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود به‌صورت هم‌زمان استفاده کردند [12، ص5872]. آن‌ها از روش توجیه انباشته برای افزایش کیفیت جواب‌های موردنیاز و از روش ازدحام ذرات برای به دست آوردن مدت‌زمان پروژه استفاده کردند. کومار و ویدیارتی در سال 2015 نسخه‌ای بهبودیافته از بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای حل

مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود ارائه دادند [13، صص3-2]. آن‌ها روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات متعارف را در دو مورد بهبود دادند: در موقعیت ذره و نیز به‌روز شدن سرعت آن. کدری و بوکتور در سال 2017 یک الگوریتم ژنتیک برای مسئله زمان‌بندی با محدودیت منابع و زمان‌های انتقال[1] پیشنهاد دادند [14، ص 454]. غفوری و تقی‌زاده در سال 1395 یک مدل ریاضی چندهدفه برای مسئله زمان‌بندی پروژه تحت شرایط محدودیت منابع توسعه و با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری کرم شب‌تاب و تبرید شبیه‌سازی‌شده حل نمودند. نتایج به‌دست‌آمده حاکی از عملکرد مطلوب الگوریتم کرم شب‌تاب و عملکرد قابل‌قبول تبرید شبیه‌سازی‌شده در حل مسئله ذکرشده بود. [15، صص117-142].

در پژوهش حاضر، یک مدل ریاضی چندهدفه برای زمان‌بندی پروژه با منابع محدود تعریف شده است و سه الگوریتم فراابتکاری شامل الگوریتم‌های ژنتیک، ازدحام ذرات و تکامل تفاضلی برای حل مدل و برای سه پروژه با اندازه‌های بزرگ، متوسط و کوچک بررسی شده است. برای تنظیم پارامترهای مدل از روش تاگوچی استفاده شده است. ازجمله تفاوت‌های پژوهش حاضر با تحقیقات انجام‌شده پیشین، حل مدل با استفاده از سه الگوریتم متفاوت و بررسی عملکرد آن‌ها برای پروژه‌های با مقیاس‌های مختلف و مقایسه نتایج و کارآیی الگوریتم‌ها است.

## 3- مدل ریاضی برای مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود

مفروضات، زیروندها (اندیس‌ها) و متغیرهای در نظر گرفته‌شده برای مدل ریاضی مربوط به مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود به شرح زیر است:

### 3-1- مفروضات مدل

- ✓ تمامی مقادیر پارامترها به‌صورت قطعی و از قبل تعیین شده است.

1. Resource-constrained project scheduling problem with transfer times (RCPSPTT)

- ✓ هر پروژه شـــامل دو فعالیت مجازی ابتدایی و انتهایی با زمان فعالیت صـــفر و منابع موردنیاز صفر است.
- ✓ منـابع تجـدیدپذیر هســـتند؛ بدین معنا که در هر واحد زمانی (روز) تعداد منابع مشخصی در اختیار است.

## 3-2- زیروندها

N: تعداد کل فعالیت‌ها

n: نشانگر آخرین فعالیت

K: تعداد کل منابع

k: نشانگر منابع (1,…,K)

T: تعداد کل روزها (افق زمانی)

t: نشانگر روز (1,…,T)

i: نشانگر فعالیت‌ها (1,…,N)

j: نشانگر فعالیت‌ها (1,…,N)

## 3-3- متغیرها

$x_{it}$: اگر فعالیت i در روز t انجام شود، یک و در غیر این صورت صفر خواهد بود.

## 3-4- پارامترها

$A_i$: مجموعه پیش‌نیازهای فعالیت i

$d_i$: مدت‌زمان فعالیت i

$r_{ik}$: میزان منبع موردنیاز k برای فعالیت i

$r_{tk}$: میزان منبع موردنیاز k در روز t

$a_k$: میزان منبع در دسترس k در هرروز

$EFT_n$: زودترین زمان پایان آخرین فعالیت

$LFT_n$: دیرترین زمان پایان آخرین فعالیت

$EST_i$: زودترین زمان شروع فعالیت i

$LFT_i$: دیرترین زمان پایان فعالیت i

$EFT_i$: زودترین زمان پایان فعالیت i

$C_k$: هزینه استفاده از هر واحد منبع نوع k

مدل ریاضی به شرح زیر است:

$$z_1 = Min \sum_{t=EFT_n}^{LFT_n} tx_{nt} \quad (1)$$

$$z_2 = Min(Max(\sum_{t=1}^{T}(\sum_{k=1}^{K} C_k \times \sum_{i=1}^{N} r_{tk} \times X_{it})) \quad (2)$$

$$\sum_{t=EST_i}^{LFT_i} x_{it} = d_i \quad \forall_i \quad (3)$$

$$\sum_{t=EFT_i}^{LFT_i} tx_{jt} \leq \sum_{t=EFT_i}^{LFT_i} tx_{it} - d_i \qquad \forall_i, j \in A_i \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{i=max\{t,EFT_i\}}^{min\{t+d-1,LFT_i\}} r_{ik} \times x_{it} \leq a_k \quad \forall k \quad (5)$$

$$x_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i,t \quad (6)$$

روابط 1 و 2 توابع هدف هستند که به ترتیب کمینه‌سازی زمان اتمام کل پروژه و کمینه‌سازی حداکثر هزینه انجام پروژه در یک روز را موردنظر قرار می‌دهند. روابط 3 تا 6 محدودیت‌های مدل هستند. بر اساس رابطه 3، هر فعالیت به‌اندازه زمان موردنیازش طول می‌کشد. رابطه 4 تضمین می‌کند هر فعالیت پس از اتمام فعالیت‌های پیش‌نیازی خود، شروع می‌شود. بر اساس رابطه 5، هر فعالیت زمانی می‌تواند انجام شود که به اندازه منابع موردنیازش منبع در اختیار باشد. متغیرهای مدل از نوع صفر و یک هستند.

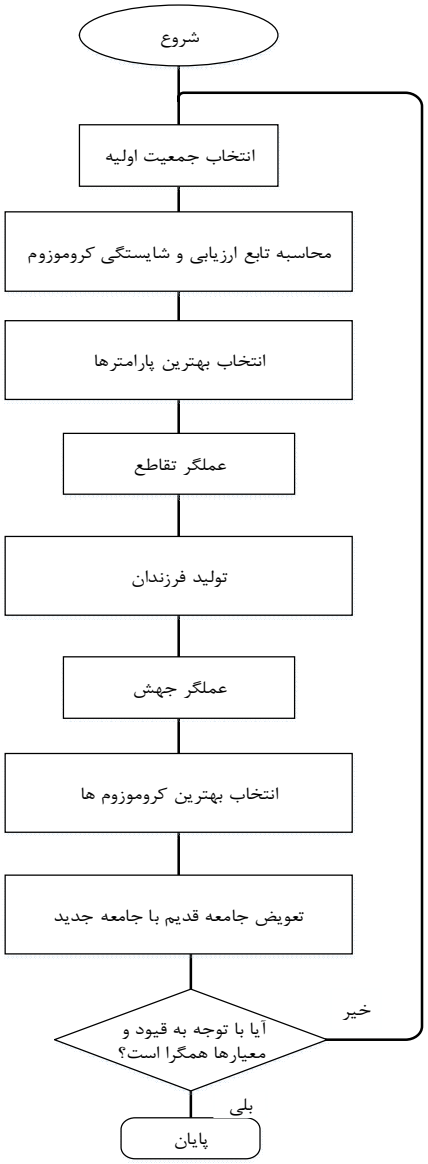
## 4- معرفی الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسئله و روش تاگوچی

### 4-1- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یک روش برنامه‌نویسی است که از تکامل ژنتیکی به‌عنوان یک الگوی حل مسئله استفاده می‌کند. ابتدا با توجه به مسئله، متغیرهایی که باید تعیین شوند، مشخص می‌شوند. سپس به نحو مناسبی کدگذاری و به شکل کروموزوم نمایش داده می‌شود. بر اساس تابع هدف، مقدار برازندگی کروموزوم‌ها مشخص شده و جمعیت اولیه دلخواهی به‌طور تصادفی انتخاب می‌شود. به دنبال آن، مقدار برازندگی برای هر کروموزوم جمعیت اولیه حساب می‌شود. عملگرهای الگوریتم ژنتیک شامل کدگذاری، تابع برازش، عملگر تقاطع یا ترکیب، عملگر جهش و سازوکار انتخاب است. مراحل الگوریتم در شکل 1 آمده است.

### 4-2- الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات

الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات، روش سراسری بهینه‌سازی است که با استفاده از آن می‌توان با مسائلی که جواب آن‌ها یک نقطه یا سطح در فضای n بعدی است، برخورد نمود. در چنین فضایی، فرضیاتی مطرح می‌شود و یک سرعت ابتدایی به ذرات اختصاص داده می‌شود. همچنین کانال‌های ارتباطی بین ذرات در نظر گرفته می‌شود. سپس این ذرات در فضای پاسخ حرکت می‌کنند و نتایج حاصله بر مبنای ملاک شایستگی پس از هر بازه زمانی محاسبه می‌شود. با گذشت زمان، ذرات به سمت ذراتی که دارای ملاک شایستگی بالاتری هستند و در گروه ارتباطی یکسانی قرار دارند، شتاب می‌گیرند. مزیت اصلی این روش بر استراتژی‌های بهینه‌سازی دیگر این است که تعداد فراوان ذرات ازدحام کننده، باعث انعطاف روش در برابر مشکل پاسخ بهینه محلی می‌شود. هر ذره دارای یک موقعیت است که مشخص می‌نماید مختصات ذره در فضای جستجوی چندبعدی چیست. با حرکت ذره در طول زمان، موقعیت ذره تغییر می‌کند؛ $X_i(t)$ موقعیت ذره $i$ ام در زمان $t$ ام را مشخص می‌نماید. همچنین هر ذره برای حرکت‌نمودن در فضا نیاز به یک سرعت دارد؛ $V_i(t)$ سرعت ذره i ام در زمان $t$ ام را مشخص می‌نماید.




**شکل 1 مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک**

با افزودن سرعت به موقعیت هر ذره می‌توان موقعیت جدیدی برای ذره در نظر گرفت. به‌روز نمودن موقعیت ذره با استفاده از فرمول زیر صورت می‌گیرد:

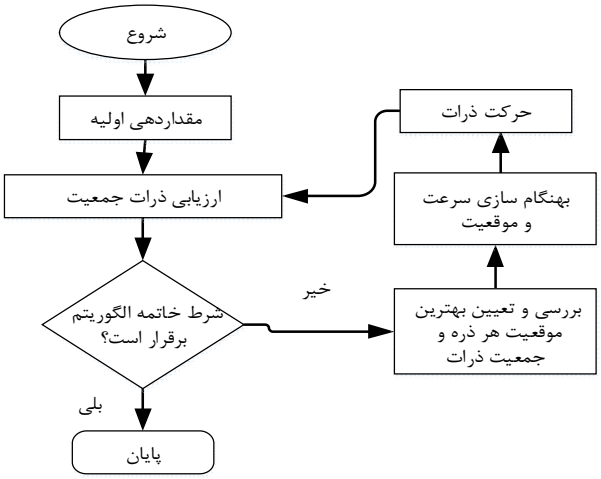
$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1)$$
$$V_i(t+1) = C_0 \times V_i(t) + C_1 \times rand() \times (Yi(t) - Xi(t)) + C_2 \times rand() \times (\hat{Y}_i(t) - X_i(t)) \quad (7)$$

تابع $rand()$ مولد عدد تصادفی در بازه صفر تا یک و $C_1$ و $C_2$ ثابت‌های مدل هستند. اینکه موقعیت یک ذره در فضای جستجو، موقعیت مناسبی است یا خیر توسط یک تابع شایستگی انجام می‌گیرد. ذرات توانایی این را دارند که بهترین موقعیتی را که در طول حیات خود در آن قرار داشته‌اند، به خاطر بسپارند. بنابراین به بهترین تجربه فردی یک ذره یا بهترین موقعیت ملاقات شده توسط یک ذره $Y_i$ گفته می‌شود و ذرات می‌توانند از بهترین موقعیت ملاقات‌شده توسط کل گروه نیز آگاهی داشته باشند؛ این موقعیت $\hat{Y}_i$ نامیده می‌شود. بردار سرعت ذره در فرآیند بهینه‌سازی، منعکس‌کننده دانش تجربی ذره و اطلاعات جامعه ذرات است. هر ذره برای حرکت در فضای جستجو دو مؤلفه را مدنظر دارد:

مؤلفه شناختی: $Y_i(t)-X_i(t)$ بهترین راه‌حلی است که یک ذره به‌تنهایی به دست می‌آورد؛

مؤلفه اجتماعی: $\hat{Y}_i(t)-X_i(t)$ بهترین راه‌حلی است که توسط کل گروه تشخیص داده می‌شود.

مراحل الگوریتم در شکل 2 آمده است.




**شکل 2 مراحل اجرای الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات**

### 4-3- الگوریتم تکامل تفاضلی

تکامل تفاضلی، یک استراتژی احتمالی مبتنی بر جمعیت است که توسط استوم و پرایس در سال 1995 ارائه شد؛ درحالی‌که تکامل تفاضلی شباهت‌هایی با سایر الگوریتم‌های تکاملی دارد، اما از این نظر که از اطلاعات مربوط به جهت و فاصله جمعیت حاضر به‌منظور هدایت رویه جستجو استفاده می‌کند، با آن‌ها متفاوت است. علاوه بر آن، الگوریتم تکامل تفاضلی پایه برای کار بر روی فضاهایی با مقادیر پیوسته بسط داده شده است. تغییرات در الگوریتم‌های تکاملی از نسلی به نسل دیگر به‌واسطه اعمال عملگرهای برش و جهش حاصل می‌شود. اگر هر دوی این عملگرها استفاده شود، ابتدا برش به کار گرفته شده و سپس فرزندان تولیدشده جهش می‌یابند. الگوریتم تکامل تفاضلی، با سایر الگوریتم‌های تکاملی در موارد زیر متفاوت است:

- در ابتدا، عملگر جهش به‌منظور تولید یک بردار آزمایشی به کار می‌رود و پس‌ازآن، عملگر برش برای تولید یک فرزند استفاده می‌شود.
- اندازه گام جهش از یک تابع توزیع احتمال از قبل شناخته‌شده نمونه‌گیری نمی‌شود؛ بلکه در تکامل تفاضلی، اندازه گام جهش از تفاضل میان افراد جمعیت فعلی متأثر می‌شود.

اولین مرحله برای جهش در این الگوریتم محاسبه یک یا چند بردار فاصله و سپس، استفاده از این بردارها برای تعیین میزان بزرگی و جهت اندازه گام جهش است.

بر اساس الگوریتم تکامل تفاضلی، بردار تفاضل، از دو بردار جمعیت اولیه ساخته می‌شود. بردار تفاضل در پارامتری به نام ضریب جهش یا بردار مقیاس ضرب می‌شود و حاصل، بردار تفاضل وزنی نامیده می‌شود. بردار تفاضل وزنی به برداری از جمعیت اولیه که بردار پایه نامیده می‌شود، اضافه می‌شود و بردار آزمایشی به شکل زیر تولید می‌شود:

$$u_t(t) = x_{t1}(t) + \beta(x_{t2}(t) - x_{t3}(t)) \quad (8)$$

عملگر برش، یک ترکیب گسسته از بردار آزمایشی $U_i(t)$ و بردار والد $x_i(t)$ را برای تولید فرزند $x'_i(t)$ پیاده‌سازی می‌کند. برش به این طریق پیاده‌سازی می‌شود:

$$x'_{ij}(t) = \begin{cases} u_{ij}(t) & if\ j \in J \\ x_{ij}(t) & otherwise \end{cases} \quad (9)$$

که در آن $x_{ij}$ به $j$ امین عنصر از بردار $x_i(t)$ اشاره می‌کند و $J$ مجموعه‌ای از زیروندها است که تغییر می‌کنند یا به معنای دیگر، مجموعه‌ای از نقاط برش است. روش‌های متعددی برای تعیین مجموعه $J$ استفاده می‌شود. مراحل اجرای این الگوریتم در شکل 3 آمده است.

### 4-4- روش تاگوچی

در روش تاگوچی، عوامل به دو دسته اصلی تقسیم می‌شوند: عوامل قابل‌کنترل و نویز. نویزها آن دسته از عواملی هستند که کنترلی بر روی آن‌ها نداریم. روش تاگوچی به دنبال حداقل‌کردن تأثیر نویز و تعیین بهترین سطح برای عوامل قابل‌کنترل است. در کنار تعیین بهترین سطح هر پارامتر، اهمیت هر عامل برحسب تأثیر اصلی آن‌ها بر روی متغیر پاسخ تعیین می‌شود. این روش مقادیر متغیر پاسخ را به نرخی با نام سیگنال به نویز (S/N) تبدیل می‌کند. عموماً واژه سیگنال اشاره به مقدار مطلوب (متوسط متغیر پاسخ) و نویز اشاره به مقدار نامطلوب (انحراف معیار) دارد؛ بنابراین، نرخ S/N اشاره به مقدار پراکندگی موجود در متغیر پاسخ دارد. هدف حداقل‌کردن نرخ S/N است. در روش تاگوچی، نسبت S/N در حکم متغیر نسبت است که تابع هدف در هر اجرا به این نسبت تبدیل می‌شود تا بر طبق آن تصمیم‌گیری شود و با استفاده از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$S/N_l = -10\,log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{y_i^2}\right) \quad (10)$$

$$\text{Relative percentage deviation (RPD)} = \frac{M_i - M_{min}}{M_{min}} \quad (11)$$

$M_i$ مقدار تابع هدف است که به‌ازای هر بار اجرای الگوریتم به دست می‌آید. $M_{min}$ نیز کمترین مقدار تابع هدف است که به ازای هر مسئله نمونه از حل هر سه الگوریتم به دست می‌آید.

**شکل 3 مراحل اجرای الگوریتم تفاضل تکاملی**

## 5- حل مدل زمان‌بندی پروژه با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری

در این تحقیق، به زمان‌بندی سه پروژه واقعی به شرح زیر پرداخته شده است:

- ✓ پروژه طراحی زیرساخت ساختمان بانک ملی؛
- ✓ پروژه ساخت سالن ورزشی 4500 نفری سفی‌آباد اهواز؛
- ✓ پروژه ساخت یک مجتمع مسکونی از شهرک گلستان شیراز.

اطلاعات مربوط به این پروژه‌ها در جداول 1 تا 3 آمده است. همان‌گونه که اشاره شد، به دلیل پیچیدگی محاسبات مدل ریاضی پیشنهادی و همچنین به دلیل غیرچندجمله‌ای سخت بودن آن، از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مدل بهره گرفته شده است.

**جدول 1 اطلاعات مربوط به پروژه طراحی بانک ملی**

| | منابع کاری | تعداد/ نفر | هزینه ساعتی |
|---|---|---|---|
| 147 فعالیت، در 477 روز و 2 ساعت، با هزینه 1,224,640,000 تومان | تحلیلگر | 11 | 25000 تومان |
| | معمار | 16 | 20000 تومان |
| | تکنسین برق | 19 | 18000 تومان |
| | تکنسین مکانیک | 28 | 18000 تومان |
| | نقشه‌بردار | 45 | 15000 تومان |
| | مستندساز | 9 | 10000 تومان |
| | در مجموع، 6 منبع | | |

**جدول 2 اطلاعات مربوط به پروژه ساخت سالن ورزشی**

| | منابع کاری | تعداد/نفر | هزینه ساعتی |
|---|---|---|---|
| 316 فعالیت، در 628 روز، با هزینه 1,427,808,404 تومان | معمار | 1 | 30000 تومان |
| | نقشه‌کش | 3 | 25000 تومان |
| | استاد بنا | 7 | 20000 تومان |
| | کارگر | 20 | 7000 تومان |
| | تکنسین برق | 7 | 18000 تومان |
| | تکنسین مکانیک | 7 | 18000 تومان |
| | مواد | واحد | هزینه |
| | سیمان | کیسه | 30000 تومان |
| | گچ | کیسه | 25000 تومان |
| | تیرآهن | کیلو | 30000 تومان |
| | در مجموع، 9 منبع | | |

**جدول 3 اطلاعات مربوط به پروژه ساخت مجتمع مسکونی**

| | منابع کاری | تعداد/نفر | هزینه ساعتی |
|---|---|---|---|
| 280 فعالیت، در 435 روز، با هزینه 3,821,484,290 تومان | آرماتوربند | 1 | 15000 تومان |
| | آرماتوربند کمکی | 2 | 7000 تومان |
| | استاد کار بتن | 1 | 15000 تومان |
| | بنای بتن کمکی | 2 | 7000 تومان |
| | آهنگر | 1 | 15000 تومان |
| | آهنگر کمکی | 2 | 7000 تومان |
| | برق‌کار | 2 | 17000 تومان |
| | برق‌کار کمکی | 4 | 7000 تومان |
| | سنگ‌کار | 1 | 15000 تومان |
| | سنگ‌کار کمکی | 2 | 7000 تومان |
| | شیشه‌بر | 1 | 15000 تومان |
| | شیشه‌بر کمکی | 2 | 7000 تومان |
| | مواد | واحد | هزینه |
| | آب | مترمکعب | 2500 تومان |
| | آجر | عدد | 140 تومان |
| | بتن | مترمکعب | 335000 تومان |
| | بلوک سفالی | عدد | 1700 تومان |
| | سیمان | کیسه | 30000 تومان |
| | گچ | کیسه | 25000 تومان |
| | تیرآهن | کیلو | 30000 تومان |
| | در مجموع، 92 منبع[1] | | |

1. به دلیل زیاد بودن تعداد منابع و محدودیت تعداد صفحات مقاله، برخی از منابع از بین 92 منبع ذکرشده است.

برای حل مدل با استفاده از الگوریتم ژنتیک و تعریف رشته جواب، ابتدا تمام فعالیت‌ها به‌صورت یک جایگشت در نظر گرفته شده است. با فرض 5 فعالیت، رشته 3-5-1-4-2 یک جواب خواهد بود که برای جمعیت اولیه به‌صورت تصادفی تولید می‌شود. این نوع تعریف رشته جواب برای الگوریتم‌های گسسته مناسب است. اگر بخواهیم از الگوریتم‌های پیوسته برای حل این مدل استفاده کنیم از روش کلید تصادفی استفاده خواهیم کرد. بدین ترتیب که رشته جواب بین صفر و یک تولید می‌شود. سپس مقدار آن‌ها را از بزرگ به کوچک مرتب می‌کنیم و جایگاه آن را به‌عنوان رشته جواب در نظر می‌گیریم. یکی از مهم‌ترین محدودیت‌ها، محدودیت رعایت پیش‌نیاز فعالیت‌ها است. در جمعیت اولیه به دلیل اینکه کاملاً تصادفی تولید شده است، ممکن است جواب‌های تولیدی این محدودیت را تأمین نکنند. برای تأمین و اصلاح بردار جواب مراحل زیر را طی می‌کنیم. اگر بردار نادرست را بردار قرمز و بردار صحیح را بردار سبز بنامیم، الگوریتم به شرح زیر خواهد بود:

1- بردار سبز = تهی و $i=1$؛

2- فعالیت $i$ را چک می‌کنیم؛

3- اگر تمام پیش‌نیازهایش در بردار سبز بود، آن را به بردار سبز انتقال داده و از بردار قرمز حذف می‌کنیم و $i=1$؛

4- در غیر این صورت، $i=i+1$؛

5- این فرایند تا زمان خالی شدن بردار قرمز ادامه می‌یابد.

پس از تعیین بردار جوابی که پیش‌نیازها در آن رعایت شده است؛ شبیه‌سازی سیستم انجام می‌شود؛ بدین معنا که به ترتیب جایگشت‌ها، برای هر جایگشت این عملیات انجام خواهد گرفت. ابتدا پیش‌نیازهای فعالیت‌های موجود در هر جایگشت بررسی می‌شود و سپس زمان موردنظر این جایگشت مشخص می‌شود. هر فعالیت می‌تواند از اتمام زمان تمام پیش‌نیازهای خود، کار خود را آغاز نماید. بنابراین اولین شرط، بررسی پیش‌نیازها است که برابر با بیشینه زمان اتمام پیش‌نیازهاست.

حال باید شـــرط دوم یعنی در دســـترس بودن منبع را در نظر بگیریم؛ بنابراین، از زمان قبلی که محاســبه شـده اسـت تا جایی پیش می‌رویم که به تعداد زمان موردنیاز این فعالیت، منابع در اختیار داشـته باشـیم. با مشخص شدن این زمان، زمان شروع و پایان فعالیت مشـخص می‌شـود. سـپس، ماتریس منابع باقیمانده و همچنین متغیرهای مدل به‌روز می‌شود. این فرآیند تا آخرین فعالیت انجام می‌شود.

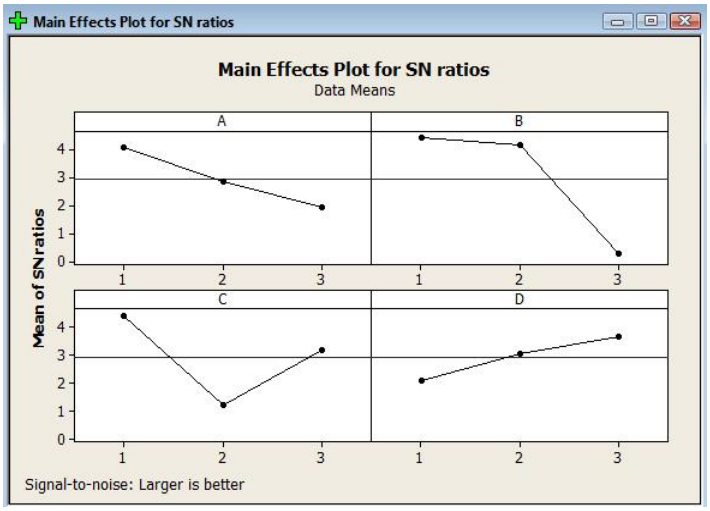
برای اجرای الگوریتم ژنتیک از روش تقاطع تک‌نقطه‌ای اسـتفاده شـده اسـت. در روش مذکور، یک نقطه برش به‌تصـادف انتخاب می‌شـود و سـپس قسمت‌های این دو والد جایگاهشـــان عوض می‌شـــود. همچنین انتخاب والد بر اســـاس روش چرخه رولت صـورت گرفته اسـت. از روش جهش معاوضـه نیز اسـتفاده شـده اســـت. در این روش، دو نقطه برش به‌تصـــادف انتخاب می‌شـــود و جایگاهشـــان عوض می‌شـود. انتخاب والد نیز به‌صورت تصادفی است. برای تنظیم پارامترهای مـدل بـه روش تـاگوچی، طراحی اولیـه پارامترها مطابق با جدول 4 انجام شـــده اسـت. همان‌طور که مشـاهده می‌شـود، چهار پارامتر سـه سـطحی در نظر گرفته شده است.

**جدول 4 طراحی اولیه پارامترها در الگوریتم ژنتیک**

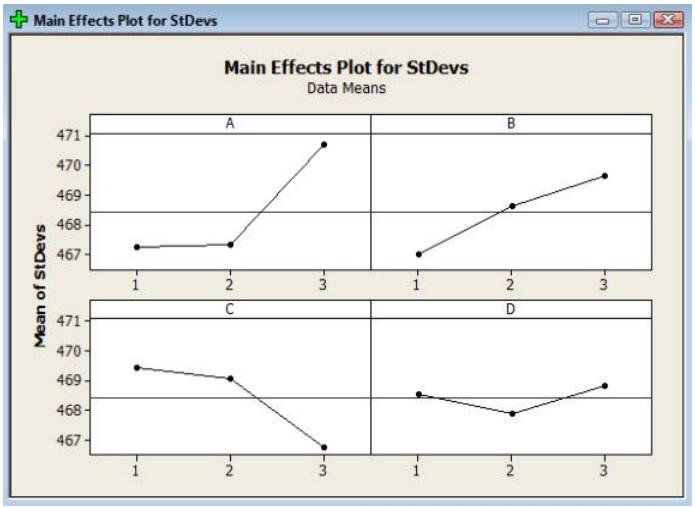
| پارامتر | سطح 1 | سطح 2 | سطح 3 |
|---|---|---|---|
| درصد تقاطع | 0/7 | 0/75 | 0/8 |
| درصد جهش | 0/1 | 0/15 | 0/19 |
| تعداد جمعیت | 50 | 100 | 200 |
| تعداد تکرار | 200 | 100 | 50 |

مطابق با روش تاگوچی، 9 سـناریو موردبررسـی قرار گرفت. این 9 سـناریو با 2 نمونه پروژه متوسط و بزرگ و 5 بار تکرار برای هر ترکیب، ساخته شد. به دلیل اینکه

پروژه کوچک در اجراهای متفاوت نتیجه یکسانی تولید می‌نماید، بنابراین استفاده از این نمونه پروژه به جهت مقایسه نتایج امکان‌پذیر نیست. شکل‌های 4 و 5 به ترتیب مقادیر سیگنال/نویز و مقادیر تلورانس عملکرد الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهند.




**شکل 4 نمودار سیگنال/نویز الگوریتم ژنتیک**




**شکل 5 نمودار تلورانس عملکرد الگوریتم ژنتیک**

بر اســاس نمودار سیگنال به نویز، آن سطحی که مقدار بیشتر دارد، انتخاب خواهد شـد و در صورت هم‌تراز بودن سطوح به نمودار تلورانس مراجعه می‌شود و سطحی انتخاب می‌شـود که مقدار کمتری دارد. با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده، درصد تقاطع برابر بـا 0/75، درصـــد جهش برابر بـا 0/15، تعـداد جمعیت 200 و تعداد تکرار 200 انتخاب شد.

برای حل مدل با اسـتفاده از الگوریتم انبوه ذرات و برای تنظیم پارامترهای مدل به روش تـاگوچی، طراحی اولیه پارامترهای این الگوریتم مطابق با جدول 5 انجام شـــده اسـت. بهترین مقدار برای پارامترهای الگوریتم ازدحام ذرات $C_1$ و $C_2$ برابر با 1/5، W برابر با 2 و تعداد جمعیت 200 انتخاب شد.

**جدول 5 طراحی اولیه پارامترها در الگوریتم ازدحام ذرات**

| پارامتر | سطح 1 | سطح 2 | سطح 3 |
|---|---|---|---|
| $C_1$ | 1 | 1/5 | 2 |
| $C_2$ | 1 | 1/5 | 2 |
| W | 1 | 1/5 | 2 |
| تعداد جمعیت | 200 | 100 | 50 |

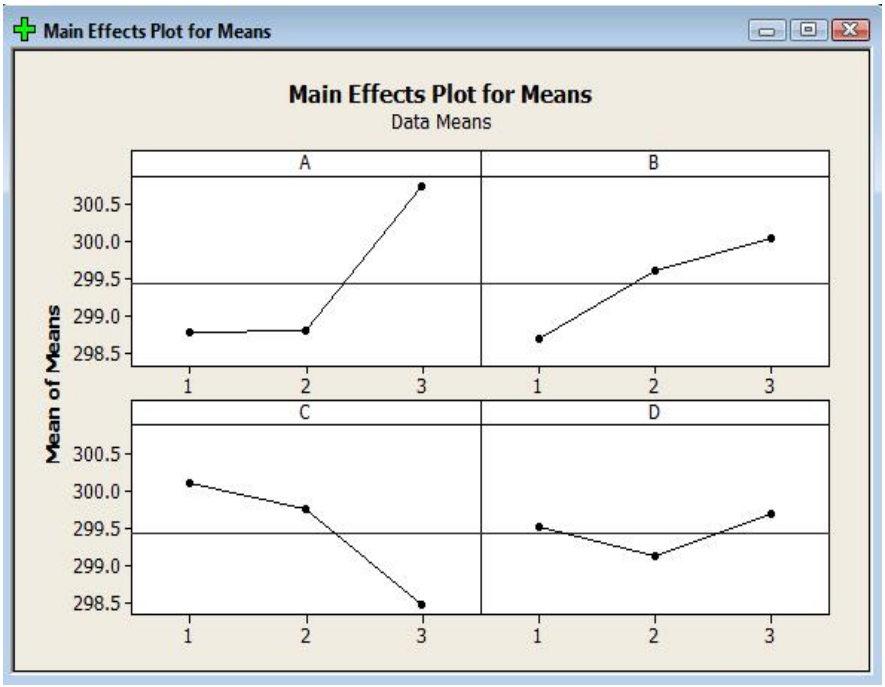
برای حل مدل با اسـتفاده از الگوریتم تکامل تفاضـلی و برای تنظیم پارامترهای مدل به روش تاگوچی، طراحی اولیه پارامترهای الگوریتم تکامل تفاضـــلی مطابق با جدول 6 انجام شـده اسـت. بهترین مقدار برای پارامترهای الگوریتم تکامل تفاضلی درصد تقاطع 0/5، حد بالا و پایین مقیاس به ترتیب 0/2، 0/9 و تعداد جمعیت برابر با 200 انتخاب شد.

**جدول 6 طراحی اولیه پارامترها در الگوریتم تکامل تفاضلی**

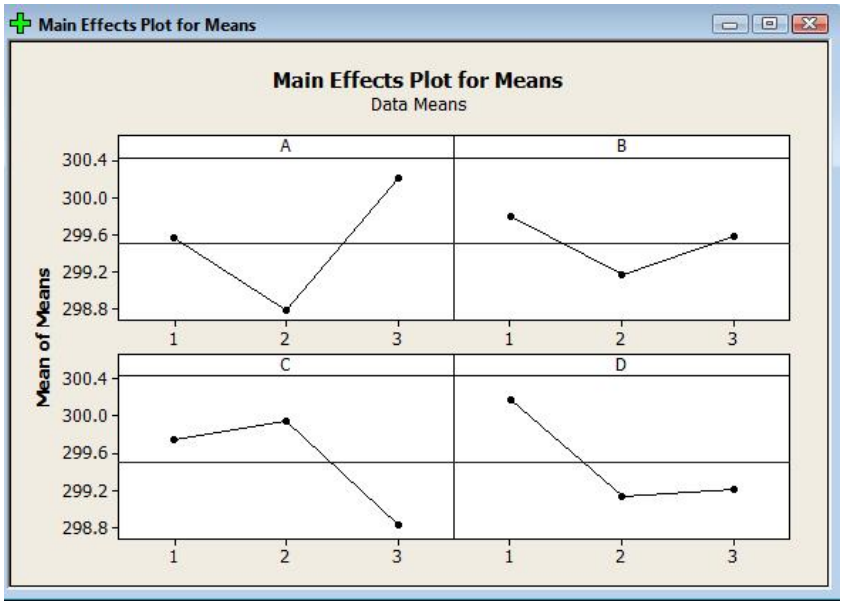
| پارامتر | سطح 1 | سطح 2 | سطح 3 |
|---|---|---|---|
| درصد تقاطع | 0/4 | 0/5 | 0/6 |
| حد پایین پارامتر مقیاس | 0/1 | 0/2 | 0/3 |
| حد بالای پارامتر مقیاس | 0/7 | 0/8 | 0/9 |
| تعداد جمعیت | 200 | 100 | 50 |

شـکل‌های 6، 7 و 8 مقادیر تابع هدف برای الگوریتم‌های مختلف را نشـان می‌دهد. برای مقـایســـه عملکرد الگوریتم‌هـای فراابتکـاری چندهدفه می‌توان از شـــاخص‌های مختلف بهره برد. در این پژوهش از 4 شاخص زیر استفاده شده است:

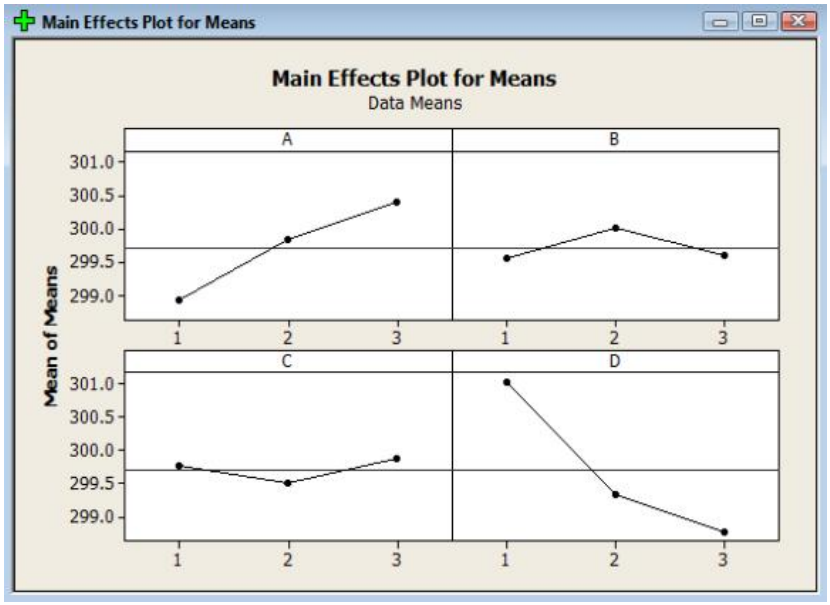
- تعداد جواب‌های پارتو: الگوریتمی که بتواند تعداد جواب‌های غیرمغلوب بیشـتری در آرشـــیو پـارتو ارائه دهد، در ترســـیم ســـطح بهینه پارتو واقعی موفق‌تر بوده و تصمیم‌گیرنده را با گزینه‌های بیشتری مواجه می‌سازد.
- فاصـله از نقطه ایده‌آل: این معیار برای اندازه‌گیری میزان نزدیکی به سـطح بهینه پارتو واقعی به کار می‌رود؛ بدیهی اسـت برای مجموعه پارتو، هر چه مقدار این معیار کوچک‌تر باشد، مطلوبیت آن مجموعه بیشتر خواهد بود.




**شکل 6 نمودار تابع هدف الگوریتم ژنتیک**




شکل 7 مقادیر تابع هدف الگوریتم ازدحام ذرات




شکل 8 مقادیر تابع هدف الگوریتم تفاضل تکاملی

• گسترش (تنوع): این معیار با استفاده از معادله‌های زیر، طول قطر مکعب فضایی را که با استفاده از مقادیر انتهایی مجموعه جواب‌های غیرمغلوب در فضای هدف ساخته می‌شود، اندازه‌گیری می‌کند. بنابراین هر چه این معیار بزرگ‌تر باشد، نشان‌دهنده گسترش بیشتر جواب‌های آرشیو پارتو است.

$$a = (f_1^a, f_2^a)\ b = (f_1^b, f_2^b) \quad (12)$$

$$\Delta f_1 = \left|f_1^a - f_1^b\right| = f_1^{max} - f_1^{min} \quad (13)$$

$$\Delta f_2 = \left|f_2^a - f_2^b\right| = f_2^{max} - f_2^{min} \quad (14)$$

$$\|X\|_p = \sqrt[p]{\sum_i |x_i|^p} \quad (15)$$

$$D = \sqrt[3]{(\Delta f_1)^2 + (\Delta f_2)^2} \quad (16)$$

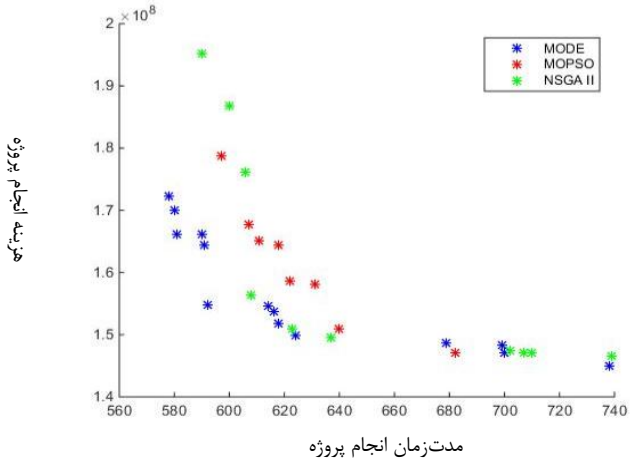
• کیفیت: اگر فرض شود که چند مجموعه پارتو با یکدیگر در نقاطی تقاطع داشته باشند. در این صورت، هریک از مجموعه‌ها در زیرمجموعه‌ای از جواب‌ها مغلوب است. حال اگر مجموعه‌های جواب‌های مغلوب حذف شوند، یک مجموعه پارتو جدید به دست می‌آید که بخشی از آن مربوط به مجموعه پارتو اول و بخش‌های دیگر مربوط به مجموعه پارتوهای دیگر است. میزان سهم هر یک از مجموعه‌های پارتو در مجموعه پارتو جدید می‌تواند معیاری کیفی برای سنجش این مجموعه‌ها باشد.

همان‌طور که در شکل 9 مشاهده می‌شود، برای داده‌های مربوط به پروژه بزرگ، الگوریتم تکامل تفاضلی دارای 14 عضو غیرتکراری است؛ درحالی‌که سهم الگوریتم‌های ژنتیک و ازدحام ذرات به ترتیب 10 و 8 است. در نتیجه، الگوریتم تفاضل تکاملی از دیدگاه این معیار، عملکرد بهتری نسبت به دو الگوریتم دیگر داشته است. همچنین تعداد اعضای موجود در الگوریتم‌های ژنتیک و ازدحام ذرات به ترتیب 2 و 1 است؛ درحالی‌که این مقدار برای الگوریتم تفاضل تکاملی برابر با 12 است. بنابراین بر اساس معیار کیفیت، تکامل تفاضلی عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های ژنتیک و

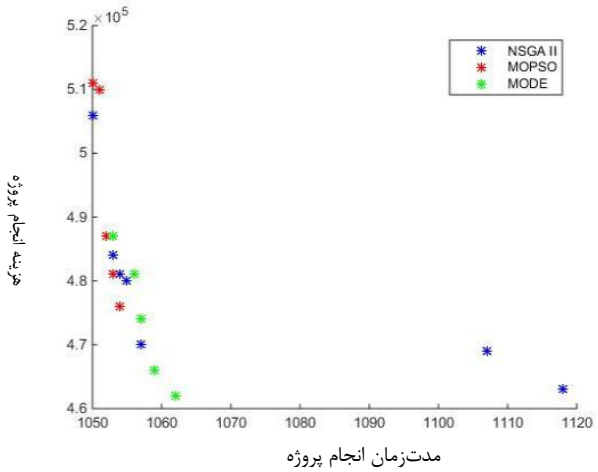
ازدحام ذرات داشته است. بر اساس معیار تنوع، نتایج به‌دست‌آمده برای داده‌های مربوط به الگوریتم ژنتیک، ازدحام ذرات و تفاضل تکاملی به ترتیب برابر با $1/9511\times10^8$، $1/7876\times10^8$ و $1/7231\times10^8$ بوده که نشان‌دهنده عملکرد بهتر الگوریتم تفاضل تکاملی است. معیار فاصله از جواب ایده‌آل، میانگین فاصله جواب‌های پارتو از مبدأ مختصات را محاسبه می‌نماید. هر چه این معیار کمتر باشد، کارایی الگوریتم بیشتر خواهد بود [16، ص 4028]. بر اساس این معیار، مقادیر به‌دست‌آمده برای الگوریتم‌های ژنتیک، ازدحام ذرات و تفاضل تکاملی به ترتیب برابر با $1/6034\times10^8$، $1/6135\times10^8$ و $1/5664\times10^8$ است. در اینجا نیز مشاهده می‌شود الگوریتم تفاضل تکاملی عملکرد بهتری داشته است.

برای داده‌های مربوط به پروژه متوسط (شکل 10)، الگوریتم تکامل تفاضلی دارای 7 عضو غیرتکراری است؛ درحالی‌که سهم الگوریتم‌های ازدحام ذرات و ژنتیک به ترتیب 5 و 5 است. در نتیجه، الگوریتم تکامل تفاضلی از دیدگاه این معیار، عملکرد بهتری نسبت به دو الگوریتم دیگر داشته است. همچنین تعداد اعضای موجود در روش‌های ژنتیک، ازدحام ذرات، تکامل تفاضلی به ترتیب 2 ، 3 و 2 است. این امر نشان دهنده این است که بر اساس این معیار، الگوریتم ازدحام ذرات عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های ژنتیک و تکامل تفاضلی داشته است. بر اساس معیار تنوع، نتایج به‌دست‌آمده برای داده‌های مربوط به الگوریتم ژنتیک، ازدحام ذرات و تفاضل تکاملی به ترتیب برابر با 4/87e+5، 5/11e+5 و 5/06e+5 بوده که نشان دهنده عملکرد بهتر الگوریتم ازدحام ذرات است. بر اساس معیار فاصله از جواب ایده‌آل، مقادیر به‌دست‌آمده برای الگوریتم‌های ژنتیک، ازدحام ذرات و تفاضل تکاملی به ترتیب برابر با 4/74e+5، 4/93e+5و 4/8e+5 است؛ بنابراین، الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله مربوط به پروژه متوسط عملکرد بهتری داشته است.

با اجرای پروژه کوچک با هر سه الگوریتم، به دلیل اینکه اندازه پروژه کوچک بوده و تنوع زیادی در پیش‌نیاز فعالیت‌ها وجود ندارد، امکان مقایسه الگوریتم‌های مختلف ممکن نبود.




**شکل 9 نمودار پارتو به‌دست‌آمده از الگوریتم‌های مختلف در پروژه بزرگ**




**شکل 10 نمودار پارتو به‌دست‌آمده از الگوریتم‌های مختلف در پروژه متوسط**

نتایج نهایی نشـــان‌دهنده برتری الگوریتم تفاضـــل تکاملی بر دو الگوریتم دیگر در پروژه‌هـای بـا اندازه بزرگ و برتری الگوریتم ازدحام ذرات برای پروژه‌های با اندازه

متوسط است؛ این در حالی است که در پروژه‌هایی با اندازه کوچک، عملکرد هر سه الگوریتم یکسان بوده و به‌کارگیری الگوریتم‌های فراابتکاری پیشنهاد نمی‌شود.

## 6- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش، مسئله زمان‌بندی پروژه با در نظر گرفتن محدودیت منابع، مدل‌سازی و حل آن برای سه پروژه با اندازه‌های کوچک، متوسط و بزرگ با استفاده از سه الگوریتم فراابتکاری ژنتیک، ازدحام ذرات و تفاضل تکاملی موردبررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد هر چه اندازه پروژه بزرگ‌تر باشد، زمان‌بندی آن با توجه به محدودیت منابع و روابط پیش‌نیاز پیچیده‌تر و استفاده از روش‌های دقیق غیرممکن خواهد شد؛ درحالی‌که در پروژه‌هایی با اندازه کوچک استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری، غیرکارا و نامناسب است. علاوه بر این بررسی می‌توان برتری الگوریتم تکامل تفاضلی را نسبت به دو الگوریتم دیگر در پروژه‌های بزرگ و همچنین برتری الگوریتم ازدحام ذرات را نسبت به دو الگوریتم دیگر در پروژه‌های متوسط با توجه به چهار معیار مقایسه تعداد جواب‌های پارتو، کیفیت، تنوع و فاصله از جواب ایده‌آل مشاهده کرد. نتایج تحقیق حاضر در خصوص پروژه‌های با مقیاس بزرگ، مطابق با یافته‌های داماک و همکاران [7] مبنی بر عملکرد مناسب الگوریتم تکامل تفاضلی برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود و همچنین مطابق با نتایج تحقیق وو و همکاران [8] است که نشان دادند الگوریتم تکامل تفاضلی ضمن دستیابی به جواب‌های بهینه، کیفیت بهتری در مقایسه با الگوریتم‌های ژنتیک و ازدحام ذرات دارد.

پیشنهاد می‌شود این مسئله با در نظر گرفتن فعالیت‌های چندحالته و همچنین با در نظر گرفتن چندین پروژه به‌صورت هم‌زمان موردبررسی قرار گیرد.

## 7- منابع

[1] Bineshian, M., Safari, S., Abbasi, R., Momeni, M., (1397), Optimization of organization portfolio; clustering approach and fuzzy multi-criteria decision making, Modern Researches in decision making, 3(2), 81-106.

[2] Hartmann, S., Briskorn, D. (2010), A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem, European Journal of Operational Research, 207(1), 1–14.

[3] Wiest, J.D. (1963), The scheduling of large projects with limited resources, PhD dissertation, Carnegie Institute of Technology, 10–15.

[4] Fahmy, A., Hassan, T.M., Bassioni, H. (2014), Improving RCPSP solutions quality with Stacking Justification – Application with particle swarm optimization, Expert Systems with Applications, 41(13), 5870–5881.

[5] Jiang, G., Shi, J. (2005), Exact algorithm for solving project scheduling problems under multiple resource constraints, Journal of Construction Engineering and Management, 131(9), 986–992.

[6] Zhang, H., Li, H., Tam, C.M. (2006), Particle swarm optimization for resource-constrained project scheduling, International Journal of Project Management, 24, 83-92.

[7] Damak, J., Jarboui, B., Siarry, P., Loukil, T., (2009), Differential evolution for solving multi-mode resource-constrained project scheduling problems, Computers and Operations Research., 36, 2653–2659.

[8] Wu, L., Wang, Y., Zhou, S. (2010), Improved differential evolution algorithm for resource-constrained project scheduling problem, Journal of Systems Engineering and Electronics, 21, 798-805.

[9] Chen, R.M., Wu, C.L., Wang, C.M., Lo, S.T. (2010), Using novel particle swarm optimization scheme to solve resource-constrained scheduling problem in PSPLIB. Expert Systems with Applications, 37, 1899-1910.

[10] Liu, Y.C., Gao, H.M., Yang, S.M., Chuang, C.Y. (2014), Application of genetic algorithm and fuzzy Gant chart to project scheduling with resource constraints, Intelligent Computing Methodologies, 8589, 241-252.

[11] Yan, R., Li, W., Jiang, P., Zhou, Y., Wu, G. (2014), A modified differential evolution algorithm for resource constrained multi-project scheduling Problem, Journal of Computers, 9, 1922-1927.

[12] Fahimy, A., Hassan, T. M., Bassioni, H., (2014), Improving RCPSP solutions quality with stacking justification–Application with particle swarm optimization, Expert Systems with Applications, 41(13), 5870–5881.

[13] Kumar, N., Vidyarthi, D. P. (2015), A model for resource-constrained project scheduling using adaptive PSO, Soft Computing, 19, 1-16.

[14] Kadri, R.L., Boctor, F.F., (2017), An efficient genetic algorithm to solve the resource-constrained project scheduling problem with transfer times: The single mode case, European Journal of Operational Research, 265(2), 454-462.

[15] Ghafoori, S., Taghizadeh.Y, MR., (2017), Proposing a multi-objective mathematical model for RCPSP and solving It with firefly and simulated annealing algorithms, Modern Researches in Decision Making, 1(4), 117 142.

[16] Karimi, N., Zandieh, M., Karamooz, H.R. (2010), Bi-objective group scheduling in hybrid flexible flowshop: a multi-phase approach, Expert Systems with Applications, 37(6), 4024–4032.