

## مکان‌یابی سلسله‌مراتبی هاب در شبکه‌های حمل‌ونقل چندوجهی با در نظر گرفتن الزامات سرویس‌دهی

امیرحسین صفرقلی<sup>۱</sup>، جواد بهنامیان<sup>۲\*</sup>

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

پذیرش: ۱۳۹۵/۱۰/۱۱

دریافت: ۱۳۹۵/۰۷/۲۴

### چکیده

هدف مسائل مکان‌یابی هاب، برقراری جریان در شبکه‌های توزیع به بهترین شکل ممکن است. در بیشتر این مسائل، فرض شده است که جریان بین گره‌ها حداکثر از دو هاب عبور می‌کند، در حالیکه در دنیای واقعی محموله‌ها ممکن است در طول مسیر خود از تعداد هاب‌های بیشتری بگذرند که در این حالت استفاده از مدل‌های مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی ضروری به نظر می‌رسد. از طرف دیگر یکی از مسائل مهم در شبکه‌های حمل‌ونقل، تحویل به موقع کالا و افزایش سطح خدمت‌دهی است. به این منظور طراحی شبکه‌های چندوجهی که در آنمی‌توان از شیوه‌های مختلف جاده‌ای، ریلی، هوایی و دریایی استفاده نمود، توسعه یافته است. در این پژوهش یک مدل غیرخطی به منظور مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی در شبکه‌های چندوجهی با در نظر گرفتن الزام‌های سرویس‌دهی حل آن با نرم‌افزار بهینه‌سازی گمز پیشنهاد شده است. نتایج حاکی از آن است که مدل پیشنهادی منجر به افزایش قدرت تصمیم‌گیری در انتخاب مسیرهای حمل‌ونقل، کنترل زمان‌های تحویل و افزایش سطح خدمت‌دهی خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی، شبکه حمل‌ونقل چندوجهی، الزام‌های سرویس‌دهی، مدل غیرخطی.

## ۱- مقدمه

هاب‌ها تسهیلاتی هستند که به عنوان مراکز انتقال‌دهنده در سیستم‌های توزیع به کار برده می‌شوند. در این سیستم‌ها نقاط به صورت زوج مبدأ و مقصد وجود دارند و بین آنها جریان مبادله می‌شود [۱]. در طراحی شبکه با ارتباطات مستقیم، ارتباطات مذکور میان دو به دو نقاط بسیار هزینه‌بر است، همچنین شبکه‌ای شلوغ و بی‌نظم طراحی خواهد شد. چنین شبکه‌ای، منطقی به نظر نمی‌رسد و مشکلات فراوانی را ایجاد می‌کند، بنابراین استفاده از تسهیلات هاب مناسب و مفید خواهد بود. در شبکه‌های سه عنصر جمع‌آوری، انتقال و توزیع وجود دارد. در مسائل مکان‌یابی هاب، هدف کلی یافتن مکان مناسب هاب‌ها، تخصیص نقاط غیرهاب به هاب و تعیین مسیرهای انتقال کالا بین مبادی و مقاصد است به طوری که هزینه‌های احداث و حمل‌ونقل حداقل شود.

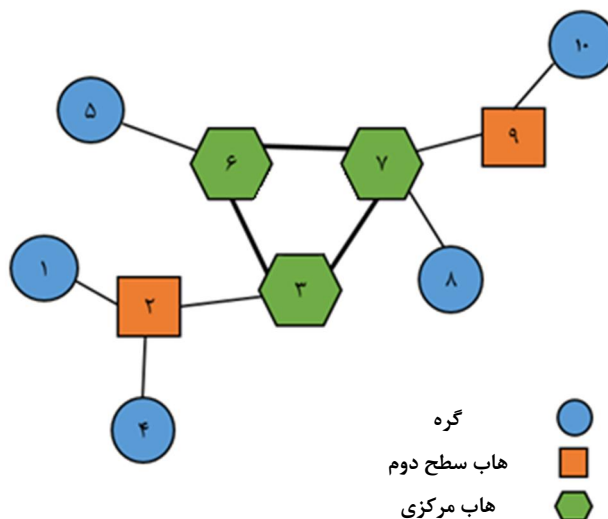
مسئله مکان‌یابی هاب دارای قدمت کوتاهی است و جزء علوم نوین مکان‌یابی به شمار می‌آید. اولین مقاله انتشار یافته در این مورد به وسیله توه<sup>۱</sup> و همکارانش [۲] در مورد کاربرد هاب در خطوط هوایی و فرودگاه‌ها در سال ۱۹۸۵ انتشار یافت. هرچند که قبل از او حکیمی [۳] مقاله‌ای در سال ۱۹۶۴ در این زمینه منتشر کرده بود ولی چون مدت زیادی فاصله بود تا مقاله بعدی انتشار یابد و مسئله با عنوان مکان‌یابی هاب شناخته شود، مبدأ شروع مقالات هاب در این پژوهش سال ۱۹۸۵ قرار داده شده است. پس از آن مدل‌های هاب در سال ۱۹۸۷ توسط اوکلی<sup>۲</sup> [۴] گسترش پیدا کرد. اوکلی نقش مهمی در گسترش اولیه به خصوص در مدلسازی ایفا کرد. کمپبل [۵]<sup>۳</sup> نیز در جهت تکمیل مدل‌های هاب تلاش‌هایی کرده است. مقاله سال ۱۹۹۴ او و همکارانش در خصوص مسائل برنامه‌ریزی عدد صحیح مسائل گسسته، یکی از مهم‌ترین مقالات در زمینه مدل‌های هاب است.

در مسائل مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی تسهیلات موجود برای افزایش سرعت تحویل، افزایش سطح خدمت‌دهی و ... در چندین سطح ارائه می‌شوند تا به صورت کاراتری جریان‌های تقاضا را برآورده سازند. با توجه به ادبیات موضوع این دسته مسائل، معمولاً به صورت سه‌سطحی ارائه می‌شوند که ارتباط بین تسهیلات در بالاترین سطح به صورت گراف کامل در نظر گرفته می‌شود. بنابراین هاب‌های موجود در این سطح به عنوان هاب‌های مرکزی شناخته می‌شوند. در سطح بعدی تسهیلات

هایی قرار می‌گیرند که معمولاً به صورت ساختار ستاره‌ای با هم در ارتباط هستند و در پایین‌ترین سطح گره‌های تقاضا قرار می‌گیرند.

یکی از عوامل انگیزشی در مورد پژوهش درباره مسائل هاب سلسله‌مراتبی، کاربرد آن در سیستم‌های تحویل بار می‌باشد. پژوهش‌های به‌عمل آمده از بیشتر شرکت‌های تحویل بار در ترکیه نشان می‌دهد که این شرکت‌ها از یک ساختار سه سطحی با دو هاب مرکزی مستقر در آنکارا و استانبول که به صورت مستقیم به هم متصل هستند، بهره می‌برند. سایر هاب‌ها، در سطح دو به یکی از این دو هاب مرکزی وصل می‌شوند و هر یک از نقاط تقاضا در سطح سه به هاب مربوط به خود وصل می‌شوند [۶]. شکل ۱ شمای کلی یک شبکه هاب سلسله‌مراتبی را نشان می‌دهد.

همان‌گونه که از شکل ۱ مشخص است، در شبکه هاب سلسله‌مراتبی سه سطحی ممکن است تعداد هاب‌ها به چهار نیز برسد. این مسئله در شبکه‌های تحویل بار نیازمند بارگیری و تخلیه چندگانه، عملیات مرتب‌سازی و هماهنگی بیشتر بین نقاط تقاضا، هاب‌ها و هاب‌های مرکزی می‌باشد [۶؛ ۷].



شکل ۱ شمای کلی یک شبکه هاب سلسله‌مراتبی

اولین مدل ارائه شده در زمینه هاب سلسله مراتبی برای شبکه خطوط هوایی آمریکا معرفی شد. این مدل که توسط چوو<sup>[۸]</sup> ارائه شد، دارای تخصیص چندگانه بود و تعداد هاب‌ها به صورت درونی و به وسیله خود مدل مشخص می‌شدند. لین<sup>۵</sup> و چن<sup>[۹]</sup> یک مسئله مکان‌یابی سلسله مراتبی با در نظر گرفتن محدودیت زمانی توسعه دادند. مسئله به صورت کمینه‌سازی هزینه‌های عملیاتی و تأمین سطح سرویس مورد نظر مدل شده است. آنها مدل باینری خود را به صورت شبکه مستقیم مسیر-فضا توسعه دادند و با استفاده از روش شمارش ضمنی مدل را حل کردند. نتایج ناشی از تحلیل حساسیت مدل روی داده‌های دومین شرکت بزرگ حمل‌ونقل تایوان نشان‌دهنده این بود که هزینه‌ها با افزایش سطح سرویس به‌طور یکنواخت افزایش پیدا نمی‌کنند بلکه به شکل غیر کاهشی با تابع پلکانی افزایش می‌یابند. علاوه بر این نتیجه گرفتند که زمان مرتب‌سازی و تخلیه به صورت ضمنی روی هزینه‌ها تأثیرگذار است.

یامان [۷] یک مدل مکان‌یابی p-هاب میانه سلسله مراتبی سه سطحی با تخصیص تکی ارائه داد. مدل ارائه شده در جهت تعیین تعداد هاب‌ها و هاب‌های مرکزی و نیز تخصیص گره‌های تقاضا به آنها در جهت کمینه کردن هزینه کل شبکه توسعه داده شد. همچنین وی مدل خود را با در نظر گرفتن محدودیت زمان تحویل گسترش داد. مدل پیشنهادی وی به شکل برنامه‌ریزی غیر خطی صفر و یک و برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارائه شده بود. در انتها نیز مدل ارائه شده با استفاده از مجموعه داده CAB و مجموعه داده شبکه ترکیه ارزیابی شده است.

در پژوهش دیگری لین [۱۰] یک مسئله هاب سلسله مراتبی با هدف طراحی شبکه و زمان‌بندی همزمان معرفی کرد. همچنین در این مدل چندین نوع وسیله حمل‌ونقل در نظر گرفته شده بود و هدف تعیین تعداد این حامل‌ها در جهت کمینه کردن هزینه عملیاتی سیستم بود. در این پژوهش با توجه به پیچیدگی مسئله، از الگوریتم جستجوی ممنوعه برای حل مدل استفاده شده است. در انتها نیز برای ارزیابی مدل از داده‌های مورد استفاده در پژوهش لین و چن [۹] استفاده شده است.

صحرائیان و کرانی<sup>[۱۱]</sup> مسئله هاب سلسله مراتبی حداکثر پوشش<sup>۶</sup> را معرفی کردند. در این مسئله با توجه به اندازه شعاع پوشش، با هدف کمینه‌سازی هزینه شبکه، نقاط تقاضا به تسهیلات هابی (هاب‌ها و هاب‌های مرکزی) تخصیص داده شدند. مدل ارائه شده در این پژوهش به صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط بود

و همچنین آنها از یک روش ابتکاری جهت تعیین شعاع پوشش استفاده کردند. در ادامه آلومور و همکاران<sup>[۱۲]</sup> یک مسئله هاب سلسله مراتبی با در نظر گرفتن محدودیت زمان جابه‌جایی ارائه کردند. تابع هدف عبارت بود از کمینه کردن هزینه‌های حمل‌ونقل شبکه با در نظر گرفتن محدودیت زمان جابه‌جایی. مدل ارائه شده سه سطحی بود و دو نوع حمل‌ونقل زمینی و هوایی در مدل گنجانده شده بود. مدل به صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط خطی فرمول‌بندی شده و از داده‌های شبکه ترکیه برای ارزیابی مدل استفاده شده بود.

پیش از این مدل‌های ارائه شده در ادبیات موضوع مکان‌یابی هاب سلسله مراتبی همگی دارای پارامترهای قطعی بودند. داوری و همکاران<sup>[۱۳]</sup> مسئله هاب سلسله مراتبی را با در نظر گرفتن تقاضاهای فازی مدلسازی کردند. مدل آنها از نوع مکان‌یابی p-هاب میانه سلسله مراتبی با تخصیص تکی بود که ساختار آن مشابه مدل یامان [۷] بود. همچنین آنها از روش شبیه‌سازی جاسازی شده در جستجوی همسایگی متغیر برای حل مدل استفاده کردند.

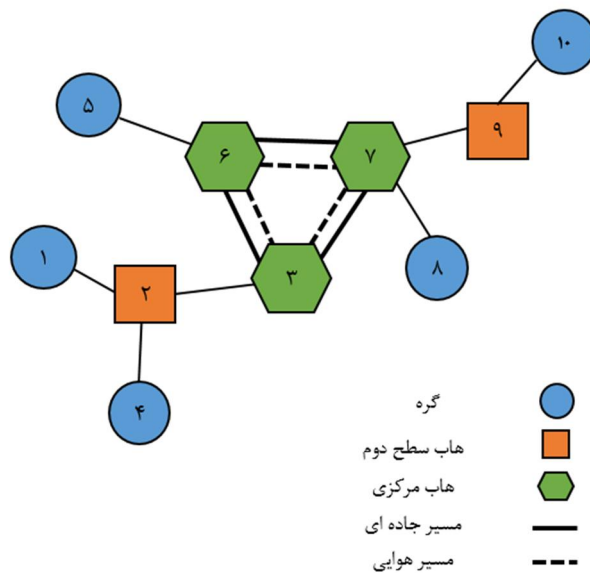
در جدیدترین پژوهش در زمینه مکان‌یابی هاب سلسله مراتبی، کریمی و همکاران [۱۴] یک مدل مکان‌یابی هاب سلسله مراتبی ظرفیت‌دار و با تخصیص تکی توسعه دادند. مدل ارائه شده به صورت مکان‌یابی p-هاب میانه معرفی شده بود، برای تسهیلات هابی در همه سطوح محدودیت ظرفیت را در نظر گرفته بود. در انتها نیز از داده‌های شبکه هوایی ایران<sup>[۱۱]</sup> (IAD) برای اعتبارسنجی مدل استفاده شده بود.

ارشدی [۱۵] یک مدل مکان‌یابی p-هاب مرکز سه سطحی ارائه دادند. در مدل اول ارتباط بین هاب‌های مرکزی از نوع گراف کامل بود ولی در مدل دوم هاب‌های مرکزی به طور کامل به هم وصل نبودند. همچنین ارتباطات هاب‌ها در سطح دو به صورت ستاره‌ای بودند. آنها مدل پیشنهادی خود را به صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارائه کردند و از مجموعه داده CAB برای اعتبارسنجی استفاده کردند.

## ۲- بیان مسئله

استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح در مکان‌یابی امری کاربردی است. در اینجا نیز مدلی برای طراحی شبکه چندوجهی هاب سلسله‌مراتبی با در نظر گرفتن الزام‌های سرویس‌دهی ارائه شده است [۱۶]. شبکه سلسله‌مراتبی حاصل سه سطحی

است. در یک شبکه هاب سلسله مراتبی سه سطحی، سطح اول شامل شبکه ارتباط کامل حاصل از اتصال هاب‌های مرکزی است. سطح دوم، شبکه حاصل از تخصیص تکی هاب‌ها به هاب‌های مرکزی و سطح سوم، شبکه حاصل از تخصیص تکی گره‌ها به هاب است [۷]. در ادبیات موضوع، شبکه‌هایی که در آن بتوان از شیوه‌های مختلف برای جابه‌جایی کالا بهره گرفت، به شبکه‌های حمل‌ونقل چندوجهی معروف هستند. این شیوه‌ها می‌تواند شامل مسیرهای جاده‌ای، ریلی، هوایی و دریایی باشد [۱۷]. در این پژوهش برای جابه‌جایی کالا بین دو هاب مرکزی از شیوه‌های مختلف حمل‌ونقل استفاده می‌شود. الزام‌های سرویس‌دهی شامل حداکثر زمان مجاز برای جابه‌جایی کالا بین مبدأ و مقصد است. با توجه به اینکه شبکه حاصل یک شبکه سلسله‌مراتبی است، بنابراین کالاها در مسیر خود ممکن است از چهار هاب عبور کنند که نتیجه آن افزایش زمان‌های حمل‌ونقل خواهد بود. از اینرو در این مدل به منظور کنترل زمان جابه‌جایی کالا و افزایش رضایت مشتریان، الزام‌های سرویس‌دهی در قالب حداکثر زمان مجاز تحویل کالا در نظر گرفته شده است. شکل ۲ شمای کلی این مسئله را نشان می‌دهد.



شکل ۲ شمای کلی یک شبکه هاب سلسله‌مراتبی چندوجهی

### ۳- مدل‌سازی

برای مدل کردن مسئله، از مدل ارائه شده به وسیله یامان استفاده شده است [۷]. او یک مدل مکان‌یابی  $p$ -هاب میانه سلسله‌مراتبی سه سطحی با تخصیص تکی ارائه داد. همچنین وی مدل خود را با در نظر گرفتن محدودیت زمان تحویل گسترش داد. با این حال در مدل وی فقط از شیوه حمل‌ونقل جاده‌ای برای جابه‌جایی کالا استفاده شده است. تفاوت مدل پیشنهادی در این پژوهش با مدل یامان [۷] در این است که در این مدل فرض شده است که بین هاب‌های مرکزی می‌توان از شیوه‌های مختلف حمل‌ونقل بهره گرفت. همچنین در مدل یامان [۷] دو متغیر حقیقی  $g_{ji}^i$  و  $f_{kl}^i$  تعریف شده‌اند. این دو متغیر به ترتیب نشان‌دهنده «میزان جریان نشأت گرفته (یا رسیده) به گره  $i$  از طریق هاب  $z$  و هاب مرکزی  $l$ » و «میزان جریان نشأت گرفته از گره  $i$  که بین دو هاب مرکزی جابه‌جا می‌شود» هستند. در مدل پیشنهادی به جای دو متغیر فوق، متغیر صفر و یک جدیدی به نام  $y_{imkl}^t$  تعریف شده است. این متغیر بیان می‌کند که جریان بین دو گره  $i$  و  $m$  از طریق دو هاب مرکزی  $k$  و  $l$  و شیوه حمل‌ونقل  $t$  منتقل می‌شود. مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم به صورت ذیل تعریف می‌شوند.

### ۴- مجموعه‌ها

مجموعه گره‌ها $N$	$\{i, j, L, K, z', m\} \in N$
مجموعه هاب‌ها $H \subseteq N$	
مجموعه هاب‌های مرکزی $C \subseteq N$	
مجموعه شیوه‌های حمل‌ونقل $T$	

### ۵- پارامترها

تقاضا برای سفر از گره $i$ به گره $m$	$W_{im}$
هزینه انتقال واحد جریان از گره $i$ به گره $m$ به شیوه حمل‌ونقل $t$	$Co_{im}^t$
هزینه احداث هاب $z$ ام	$FH_j$
هزینه احداث هاب مرکزی $k$ ام	$FHC_k$
تعداد هاب‌های مستقر در سطح دوم	$p$
تعداد هاب‌های مرکزی	$pc$

زمان جابه‌جایی از گره $i$ به گره $m$ به شیوه حمل‌ونقل $t$	$Tm_{im}^t$
حداکثر زمان جابه‌جایی بین دو گره $i$ و $m$	$TW_{im}$
ضریب تخفیف برای انتقال کالا از هاب سطح دوم به هاب مرکزی	$\alpha$
ضریب تخفیف برای انتقال کالا بین دو هاب مرکزی	$\beta$

### ۶- متغیرها

مقدار تابع هدف را نشان می‌دهد.	$TC$
اگر گره $i$ به هاب $z$ و هاب $z$ نیز به هاب مرکزی $k$ تخصیص یابد برابر با یک است، در غیر این صورت برابر با صفر است.	$Z_{ijk}$
اگر گره $k$ هاب مرکزی باشد برابر یک است، در غیر این صورت برابر با صفر است.	$Z_{kkk}$
اگر گره $z$ هاب سطح دو باشد برابر با یک است، در غیر این صورت برابر با صفر است.	$Z_{jjk}$
اگر جریان بین دو گره $i$ و $m$ از طریق دو هاب مرکزی $k$ و $l$ و شیوه حمل‌ونقل $t$ منتقل شود برابر یک است، در غیر این صورت صفر است.	$y_{imkl}^t$
کل هزینه جاب‌جایی کالا بین دو گره $i$ و $m$	$CC_{im}$

### ۷- مدل نهایی

$$TC = \min \sum_{j \in H} \sum_{\substack{k \in C \\ k \neq j}} FH_j Z_{jjk} + \sum_{k \in C} FHC_k Z_{kkk} + \sum_{i \in N} \sum_{\substack{m \in N \\ m \neq i}} W_{im} CC_{im} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in H} \sum_{k \in C} Z_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$Z_{ijk} \leq Z_{jjk} \quad \forall i \in N, j \in H, k \in C, i \neq j \quad (3)$$

$$\sum_{j \in H} Z_{jjk} \leq Z_{kkk} \quad \forall j \in H, k \in C, k \neq j \quad (4)$$



$$\sum_{j \in H} \sum_{k \in C} Z_{jjk} = p \quad (5)$$

$$\sum_{k \in C} Z_{kkk} = pc \quad (6)$$

$$Z_{kjk} = 0 \quad \forall j \in H, k \in C \quad (7)$$

$$\sum_{t \in T} y_{imkl}^t = \sum_{j \in H} Z_{ijk} \sum_{j \in H} Z_{mjl} \quad \forall i, m \in N, k, l \in C, i \neq m, k \neq l \quad (8)$$

$$y_{imkk}^1 = \sum_{j \in H} Z_{ijk} \sum_{j \in H} Z_{mjk} - \sum_{\substack{j \in H \\ j \neq k}} Z_{ijk} Z_{mjk} \quad \forall i, m \in N, k \in C, j \in H \quad (9)$$

$$\sum_{k \in C} \sum_{\substack{l \in C \\ l \neq k}} \sum_{t \in T} y_{imkl}^t \left[ \sum_{j \in H} (Tm_{ij}^1 + Tm_{jk}^1) Z_{ijk} + Tm_{kl}^t + \sum_{j' \in H} (Tm_{j'm}^1 + Tm_{j'l}^1) Z_{mj'l} \right] \leq Tw_{im} \quad \forall i, m \in N, i \neq m \quad (10)$$

$$\sum_{k \in C} y_{imkk}^1 \left[ \sum_{j \in H} (Tm_{ij}^1 + Tm_{jk}^1) Z_{ijk} + \sum_{j' \in H} (Tm_{kj'}^1 + Tm_{j'm}^1) Z_{mj'k} \right] \leq Tw_{im} \quad \forall i, m \in N, i \neq m \quad (11)$$

$$\sum_{k \in C} \sum_{\substack{j \in H \\ j \neq k}} Z_{ijk} Z_{mjk} (Tm_{ij}^1 + Tm_{jm}^1) \leq Tw_{im} \quad \forall i, m \in N, i \neq m \quad (12)$$

$$CC_{im} = \sum_{j \in H} \sum_{k \in C} Co_{ij}^1 Z_{ijk} + \sum_{j \in H} \sum_{k \in C} \alpha Co_{jk}^1 Z_{ijk} (1 - Z_{mjk}) + \sum_{t \in T} \sum_{k \in C} \sum_{\substack{l \in C \\ l \neq k}} \beta Co_{kl}^t y_{imkl}^t + \sum_{j' \in H} \sum_{l \in C} \alpha Co_{j'l}^1 Z_{mj'l} (1 - Z_{ij'l}) + \sum_{j \in H} \sum_{l \in C} Co_{jm}^1 Z_{mj'l} \quad \forall i, m \in N, i \neq m \quad (13)$$

(۱۴)

$$y_{imkl}^t \in \{0,1\} \quad \forall i, m \in N, k, l \in C, t \in T$$

(۱۵)

$$z_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, j \in H, k \in C$$

تابع هدف (۱) شامل هزینه‌های ثابت استقرار هاب‌ها، هزینه‌های ثابت استقرار هاب‌های مرکزی و کل هزینه‌های حمل‌ونقل است که باید حداقل شود. محدودیت (۲) تضمین می‌کند که هر گره فقط به یک هاب تخصیص داده می‌شود. محدودیت (۳) نشان می‌دهد که اگر جریان از گره  $i$  به گره  $z$  و سپس گره  $k$  تخصیص یابد، آن‌گاه  $z$ -امین گره هاب است. محدودیت (۴) نشان می‌دهد که اگر هاب  $z$  به گره  $k$  تخصیص پیدا کند، آن‌گاه گره  $k$  هاب مرکزی است. محدودیت‌های (۵) و (۶) به ترتیب تعداد هاب‌های سطح دوم و تعداد هاب‌های مرکزی را نشان می‌دهند. محدودیت (۷) باعث قوی شدن مسئله آزادسازی خطی می‌شود. محدودیت (۸) و (۹) تضمین می‌کنند که برای انتقال کالا بین دو گره  $i$  و  $m$ ، تنها از یک نوع شیوه حمل‌ونقل بین هاب‌های مرکزی استفاده می‌شود. محدودیت‌های (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) محدودیت‌های زمانی هستند که تضمین می‌کنند کالاها در حداکثر زمان مجاز تحویل داده می‌شوند. رابطه (۱۳) کل هزینه‌های حمل‌ونقل کالا بین دو گره  $i$  و  $m$  را محاسبه می‌کند. محدودیت‌های (۱۴) و (۱۵) نوع متغیرهای تصمیم مسئله را نشان می‌دهند.

## ۸- مثال عددی

پس از معرفی مدل پیشنهادی، لازم است تا نخست صحت آن مورد ارزیابی قرار گیرد. یکی از روش‌هایی که به کمک آن می‌توان صحت مدل‌های ارائه شده را بررسی کرد، حل آن در مثال‌های کوچک و با استفاده از نرم‌افزار بهینه‌سازی گمز است. بر همین اساس در این پژوهش سعی شده است تا با به کارگیری مثال‌های مختلف، صحت مدل ارائه شده از طریق بررسی رفتار منطقی مدل، ارزیابی شود. در ادامه با انجام تحلیل حساسیت مختلف به کمک تغییر هدفمند برخی از پارامترها در مثال‌های گوناگون درک بهتری از عملکرد مدل پیشنهادی ارائه می‌شود. به این منظور چندین

مثال عددی با داده‌های تصادفی تولید شده که مشخصات آنها به همراه پارامترهای مهم به شرح جدول ۱ است. لازم به ذکر است این مثال‌ها با توجه به مقاله ایشفاق و کارلس [۱۷] تولید شده‌اند.

جدول ۱ مثال‌های عددی تولید شده

$$\alpha = 0.18 \cdot \beta = 0.175 \quad Tw_{im} = \text{uniform}(3,4)$$

$Tm_{im}^2$ (uniform)	$Tm_{im}^1$ (uniform)	$Co_{im}^2$ (uniform)	$Co_{im}^1$ (uniform)	$W_{im}$ (uniform)	$pc$	$p$	$n$	مثال
(0,1)	(0,3)	(1,30)	(1,10)	(1,50)	1	1	6	1
(0,1)	(0,3)	(1,60)	(1,20)	(1,100)	1	2	6	2
(0,1)	(0,3)	(1,45)	(1,15)	(1,100)	2	2	7	3
(0,1)	(0,3)	(1,30)	(1,10)	(1,100)	2	2	8	4
(0,1)	(0,4)	(1,45)	(1,30)	(1,150)	2	2	8	5
(0,1)	(0,3)	(1,40)	(1,20)	(1,200)	2	2	10	6
(0,1)	(0,3)	(1,60)	(1,40)	(1,250)	3	2	10	7

نتایج حاصل از حل مثال‌های فوق به همراه زمان حل به وسیله نرم‌افزار گمز در جدول ۲ ارائه شده است. پس از حل مدل پیشنهادی با تغییر هدفمند برخی پارامترهای مهم تأثیر آنها بر میزان تابع هدف و مکان هاب‌ها بررسی شده است.

جدول ۲ نتایج حاصل از مثال‌های عددی

مثال	هاب سطح دوم	هاب مرکزی	تابع هدف	زمان حل
۱	۵	۲	۷۵۸۴۱/۰۴	۴:۱۲۰
۲	۱۰.۵	۶	۹۹۶۹۷/۲۳	۲:۶۰
۳	۶.۵	۴.۲	۱۴۹۴۲۷/۰۶	۱۷:۳۳
۴	۳.۷	۲.۶	۱۵۵۸۲۲/۷۵	۴۵:۰۵
۵	۶.۱	۸.۷	۱۵۴۶۲۹/۵۹	۴۶:۶۱
۶	۶.۲	۵.۳	۲۱۰۰۴۵/۷۶	۲۷۳:۸۷
۷	۹.۲	۳.۶.۷	۲۵۸۸۴۲/۶۲	۱۵۴:۷۶

به منظور درک بیشتری از تأثیر پارامترهای مدل، در این بخش با تغییر هدفمند پارامتر حداکثر زمان تحویل کالا ( $TW_{i,m}$ ) و ضریب تخفیف بین هاب‌های مرکزی  $\beta$ ، تأثیر این پارامترها بر مقدار تابع هدف و مکان هاب‌ها بررسی می‌شود. به این منظور مثال سوم با در نظر گرفتن سطوح مختلفی از پارامترهای  $TW_{i,m}$  و  $\beta$  حل و نتایج آن در جدول ۳ و ۴ ارائه شده است.

جدول ۳ تأثیر پارامتر حداکثر زمان تحویل بر تابع هدف

مثال	$TW_{i,m}$ (uniform)	مسیرهای فعال بین هاب‌های مرکزی	تابع هدف
۳	(۴,۵)	جاده‌ای	۱۳۱۸۷۴/۰۴
	(۳,۴)	جاده‌ای و هوایی	۱۴۹۴۲۷/۰۶
	(۲,۳)	هوایی	۱۸۵۴۳۲/۰۷

جدول ۴ تأثیر ضریب تخفیف بین هاب‌های مرکزی بر مکان‌یابی

مثال	$\beta$	هاب‌های مرکزی	هزینه انتقال واحد جریان بین هاب‌ها
۳	۰	۱,۷	۱۴/۹
	۰/۷۵	۲,۴	۷/۵۴
	۱	۲,۶	۳/۶۷

همان گونه که از جدول ۲ مشخص است با کاهش حداکثر زمان تحویل کالا، هزینه‌ها افزایش پیدا می‌کند. دلیل این امر را می‌توان، نحوه انتخاب شیوه‌های حمل‌ونقل بین هاب‌های مرکزی دانست. به عبارت دیگر با کاهش  $TW_{i,m}$ ، از مسیرهای هوایی به منظور تحویل سریع‌تر کالا استفاده می‌شود و از آنجایی که استفاده از مسیرهای هوایی هزینه بیشتری را به همراه خواهد داشت، موجب افزایش کل هزینه‌های حمل‌ونقل خواهد شد. با توجه به نتایج جدول ۴ می‌توان به این نتیجه رسید که ضریب تخفیف تأثیر مستقیمی بر مکان هاب‌های مرکزی

خواهد گذاشت. با افزایش مقدار  $\beta$  به دلیل کاهش میزان تخفیف هزینه انتقال بین هاب‌های مرکزی، گره‌هایی به عنوان هاب انتخاب می‌شوند که هزینه واحد انتقال جریان بین آن‌ها کمتر باشد. در واقع کاهش میزان تخفیف منجر به متراکم شدن نقاط هاب و افزایش تخفیف پراکنده شدن هاب‌های مرکزی در شبکه را به دنبال خواهد داشت.

## ۹- جمع‌بندی و پیشنهادهای آتی

در این مقاله یک مدل جدید غیرخطی به منظور مکان‌یابی سلسله‌مراتبی هاب در شبکه‌های چندوجهی و با در نظر گرفتن الزام‌های سرویس‌دهی ارائه شد. یکی از ویژگی‌های مدل ارائه‌شده، تعیین مسیر حمل کالا به ازای هر جفت گره مبدأ و مقصد است که با توجه به زمان‌های جابه‌جایی، مکان بهینه هاب‌ها و همچنین بهترین مسیر حمل کالا به ازای هر جفت گره را مشخص می‌کند. همچنین صحت مدل پیشنهادی با حل مثال‌های عددی متعدد و تأثیر پارامترهای مهم مسئله بر عملکرد آن مورد بررسی قرار گرفت. در پایان به منظور پژوهش‌های آینده در این زمینه، موارد ذیل پیشنهاد می‌شود.

- با توجه به اینکه مدل پیشنهادی غیرخطی است، بنابراین پیچیدگی آن در حل مثال‌های بزرگ روشن است. در اینجا پیشنهاد می‌شود که در پژوهش‌های آتی مدل خطی آن ارائه شود.
- در این پژوهش به دلیل نوآوری در مدلسازی سعی شده صحت مدل در مثال‌های کوچک مورد بررسی قرار گیرد. از اینرو به منظور کارایی مدل در اندازه‌های بزرگ پیشنهاد می‌شود که الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل آن ارائه شود.
- یکی از مسائل دنیای واقعی ارائه مدل‌های ریاضی در شرایط عدم قطعیت است. در این راستا پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی مدل ارائه شده در حالت عدم قطعیت توسعه و حل شود.
- در مدل پیشنهادی برای سادگی، هاب‌ها بدون ظرفیت و همچنین فرض شده یک نوع کالا به بین گره‌ها جابه‌جا می‌شود. حال آنکه در عمل هاب‌ها دارای ظرفیت محدودی هستند و همزمان نیز می‌توانند به چندین نوع کالا خدمت‌رسانی کنند. بنابراین ارائه مدلی با فرضیه‌های فوق به منظور واقعی‌تر کردن مسئله مفید خواهد بود.

## ۹- پی‌نوشت‌ها

1. Toh
2. O'Kelly
3. Campbell
4. Chu
5. Lin
6. Chen
7. Sahraeian and Korani
8. Hierarchical Maximal Hub Covering
9. Alumur
10. Davari
11. Iranian Airport Data

## ۱۰- منابع

- [1] Jafarnejhad A., Esmaelian M., Rzvani M. (2008) "An inventory-location model formulation and computational results", *Management Research in Iran*, 12(1): 105-125, (in Persian).
- [2] Toh R. S., Higgins R. G. (1985) "The impact of hub and spoke network centralization and route monopoly on domestic airline profitability", *Transportation Journal*, pp. 16-27.
- [3] Hakimi S. L. (1964) "Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph", *Operations research*, 12(3): 450-459.
- [4] O'Kelly M. E. (1987) "A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities", *European Journal of Operational Research*, 32(3): 393-404.
- [5] Campbell J. F. (1994) "Integer programming formulations of discrete hub location problems", *European Journal of Operational Research*, 72(2): 387-405.
- [6] Elmastaş S. (2006) *Hub location problem for air-ground transportation systems with time restrictions* (Doctoral dissertation, BILKENT UNIVERSITY).
- [7] Yaman H. (2009) "The hierarchical hub median problem with single assignment", *Transportation Research Part B: Methodological*, 43(6): 643-658.

- [8] ChouY. H. (1990) "The hierarchical-hub model for airline networks", *Transportation Planning and Technology*, 14(4): 243-258.
- [9] LinC. C., ChenS. H. (2004) "The hierarchical network design problem for time-definite express common carriers", *Transportation Research Part B: Methodological*, 38(3): 271-283.
- [10] LinC. C. (2010) "The integrated secondary route network design model in the hierarchical hub-and-spoke network for dual express services", *International Journal of Production Economics*, 123(1): 20-30.
- [11] SahraeianR., KoraniE. (2010, December) "The hierarchical hub maximal covering problem with determinate cover radiuses", In *Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2010 IEEE International Conference on* (pp. 1329-1333). IEEE.
- [12] AlumurS. A., KaraB. Y., KarasanO. E. (2012) "Multimodal hub location and hub network design", *Omega*, 40(6): 927-939.
- [13] DavariS., FazelZarandiM. H. (2012) "The single-allocation hierarchical hub median location problem with fuzzy demands", *African Journal of Business Management*, 6(1): 347-360.
- [14] KarimiM., EydiA. R., KoraniE. (2014) "Modeling of the Capacitated Single Allocation Hub Location Problem with a Hierarchical Approach (TECHNICAL NOTE)", *International Journal of Engineering*, 27(4 (A)): 573-586.
- [15] ArshadiKhamsehA., DoostMohamadiM. (2014) "Complete/Incomplete Hierarchical Hub Center Single Assignment Network Problem", *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 7(14): 1-12.
- [16] SepehriM. M., Tehrani NiknejadH., VaziniM. (2001) "Locating new educational spaces using integer programming models", *Management Researches in Iran*, 5(2): 85-106, (in Persian).
- [17] IshfaqR., SoxC. R. (2011) "Hub location-allocation in intermodal logistic networks", *European Journal of Operational Research*, 210(2): 213-230.