پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری
دوره ۲، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۶

ارائه یک مدل استوار جدید در مسئله موازنه زمان–هزینه گسسته در پروژه‌های با محدودیت بودجه

نیما همتا[۱*]، محمد احسانی‌فر[۲]، امین مقدسی[۳]

۱- استادیار، گروه مهندسی مکانیک (ساخت و تولید)، دانشگاه صنعتی اراک، اراک، ایران
۲- استادیار، گروه مهندسی صنایع، واحد اراک، دانشگاه آزاد اسلامی، اراک، ایران
۳- کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، واحد اراک، دانشگاه آزاد اسلامی، اراک، ایران

دریافت: ۱۳۹۵/۱۲/۱۰ پذیرش: ۱۳۹۶/۳/۲۹

چکیده

یکی از مسائل مهم در کنترل پروژه، برآورد دقیق زمان اتمام، هزینه اجرایی و میزان منابع مصرفی در یک پروژه است. در مدیریت پروژه‌ها به علت عدم قطعیت در کنترل پروژه‌هایی که در محیط بسیار متغیر اجرا می‌شوند، اغلب ممکن است با صرف هزینه‌های اضافی طول زمان برخی از فعالیت‌ها را کاهش داده تا زمان تکمیل پروژه تسریع یابد. مسئله موازنه زمان–هزینه، یکی از روش‌های تعیین اقتصادی‌ترین زمان برای اجرای پروژه و بررسی میزان حساسیت تغییرات هزینه در مقابل تغییرات زمان است. در این مقاله، یک مدل ریاضی استوار برای مسئله موازنه زمان–هزینه گسسته ارائه می‌شود که در شرایط عدم قطعیت و غیرقابل‌پیش‌بینی همواره جواب‌های نزدیک به بهینه داشته باشد. برای استوار کردن و حفظ کارایی مدل مفروض از روش بهینه‌سازی استوار و برای حل مدل از نرم‌افزار گمز و الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. با بررسی و مقایسه نتایج آزمایش‌ها بر روی پروژه‌های مختلف، به استواری، دقت و کارایی روش حل مدل پیشنهادی پی برده شد.

کلیدواژه‌ها: مسئله موازنه زمان– هزینه گسسته؛ نرم‌افزار گمز[۲]؛ الگوریتم ژنتیک؛ بهینه‌سازی استوار.

---

* نویسنده مسئول مقاله: E-mail: nima.hamta@gmail.com

2. GAMS

۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، مبحث مدیریت پروژه از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین مقوله‌های موردتوجه بوده است. زمان‌بندی پروژه نیز در میان سایر اجزای مدیریت پروژه به جهت اهمیت و تأثیر به‌کارگیری آن در سطح مدیریت کلان، برنامه‌ریزی پروژه‌های واقعی صنعتی و اجرای آن‌ها، جایگاه ویژه‌ای را به خود اختصاص داده است. برآورد دقیق زمان اتمام، هزینه‌های اجرایی و میزان منابع مصرفی نیز به دلیل وجود عدم قطعیت در ماهیت کنترل پروژه‌ها بسیار حائز اهمیت است؛ چراکه تأخیر در اتمام به‌موقع یک پروژه، اغلب ممکن است موجب صرف هزینه‌های اضافه‌تر برای کاهش طول زمان برخی از فعالیت‌ها شود تا زمان تکمیل پروژه را تسریع بخشد.

تعیین میزان انحراف از هریک از اهداف پروژه برای پیمانکاران و کارفرمایان امری ضروری است. میزان افزایش زمان پروژه تابعی از ریسک‌های مربوط به پروژه است. دستیابی به ابزاری که دست به ارزیابی سطح ریسک پروژه زده و به‌تبع آن میزان انحراف واقعی از برنامه زمان‌بندی را برآورد کند، به‌شدت برای پیمانکاران سودمند است [۱].

در سال‌های اخیر، تحقیقات گسترده‌ای روی موضوع زمان‌بندی پروژه انجام شده است. در بیشتر تحقیقات فرض می‌شود فعالیت‌ها در یک شرایط ایده آل انجام می‌گیرد و زمان‌بندی ارائه‌شده می‌تواند به‌طور دقیق، مطابق با برنامه، اجرا شود. در عمل، وجود چندین عامل کنترل‌نشدنی نظیر افزایش زمان اجرای فعالیت‌ها، نبود دسترسی به منابع، اضافه شدن فعالیت‌های پیش‌بینی‌نشده به پروژه، شرایط بد آب و هوایی و غیره ممکن است منجر به ایجاد اختلال‌هایی در زمان‌بندی پروژه شود. این اختلال‌ها می‌تواند هزینه‌های قابل‌توجهی به سیستم پروژه تحمیل کند [۲].

امروزه، کاهش همزمان هزینه و زمان پروژه در شرایط رقابتی حاکم بین شرکت‌های پیمانکاری، به امری حیاتی تبدیل شده است. لازمه این امر، توازن بین زمان و هزینه است؛ ازاین‌رو، سازمان‌های پیمانکاری باید به‌دقت رویکردهای مختلف را جهت رسیدن به یک موازنه بهینه زمان–هزینه بررسی کنند [۳].

مسئله موازنه زمان–هزینه، یکی از روش‌های تعیین اقتصادی‌ترین زمان برای اجرای پروژه و بررسی میزان حساسیت تغییرات هزینه در مقابل تغییرات زمان است. چندین نوع دسته‌بندی برای مسئله‌ی موازنه زمان–هزینه از دیدگاه‌های مختلف وجود

دارد. از دید روابط بین توابع زمان و هزینه در مسئله، می‌توان مسئله موازنـه زمـان–هزینه را به ۲ نوع پیوسته و گسسته تقسیم نمود. موازنه زمان–هزینه گسسته، مسئله شناخته‌شده‌ای بدین معناست که زمـان هـر فعالیـت تـابع گسسـته‌ای از میـزان منـابع تجدید نشدنی است که مصرف می‌کنـد. تـابع هـدف و محـدودیت‌هـای مسـئله موازنـه زمان–هزینه گسسته از دو دیدگاه زیر قابل‌بررسی هستند [۴]:

- مسئله با زمان اتمام موردنظر؛
- مسئله با بودجه موردنظر.

در مسئله با زمان اتمام موردنظر، حـداکثر زمـان تکمیـل بـرای کـل پـروژه و همـه فعالیت‌ها در نظر گرفته می‌شود. هدف مسئله حداقل کردن کل هزینه پروژه اسـت. در مسئله با بودجه موردنظر، حداکثری برای مقدار بودجه تخصیص‌یافته در نظـر گرفتـه می‌شود، هدف حداقل‌کردن زمان پروژه است. دی و همکاران در ۱۹۹۷ نشان دادند که هر دو مسئله NP-hard هستند [۵].

۲- بیان مسئله

در چند دهه اخیر، روش‌های مختلفی جهت بهینـه‌سـازی زمـان و هزینـه فعالیـت‌هـای پروژه ارائه شده است که آن‌ها را می‌توان به‌طورکلی به سه دسته ابتکاری، ریاضـی و فراابتکاری تقسیم‌بندی نمود [۶].

یکی از شرایط حاکم بر زمان‌بندی پروژه‌ها، عدم قطعیت موجود در شرایط اجـرای پروژه است. این عدم قطعیت منجـر بـه دشـواری بـرآورد زمـان و هزینـه فعالیـت‌هـا می‌شود [۷].

با توجه به مشکلات رویکردهای کلاسیک برخورد با عدم قطعیت، روش‌های نوینی برای حل مدل‌های بهینه‌سازی با پارامترهای غیرقطعی ارائه شـده اسـت. یکـی از ایـن روش‌ها، روش بهینه‌سازی استوار است. بهینه‌سازی استوار روشی برای برخورد بـا عدم قطعیت پارامترهای غیرقطعی مسائل بهینه‌سازی است کـه اخیـراً بسـیار توسـعه یافته است. در این رویکرد بهینه‌سازی، بدترین حالـت‌هـایی را کـه ممکـن اسـت بـرای پارامترهای غیرقطعی تحقق یابند، بهینه می‌شوند.

هدف همه رویکردهای بهینه‌سازی استوار، تولیـد جـواب‌هـایی اسـت کـه بـا تغییـر پارامترهای غیرقطعی در مجموعه‌های عدم قطعیت، همچنان بهینه باقی بمانند. یکـی از

خصوصیات اصلی این روش که آن را برای استفاده در این مسئله مناسب نموده، حساسیت کم آن به شرایط عدم قطعیت است [۸].

مدل‌های ارائه‌شده دارای مشکلاتی درباره مفهوم مصرف زمان شناوری برای فعالیت‌های غیر بحرانی هستند که منجر به بدبینانه یا غیرواقعی شدن نتایج حاصل از آن‌ها می‌شود. قابلیت مصرف شناوری برای جبران خرابی‌ها در فعالیت‌های غیربحرانی، قابلیتی کلیدی است که با در نظر گرفتن آن می‌توان از انحرافات هزینه جلوگیری نمود [۹].

در این پژوهش، مدل نوین کامل‌تری که مکمل مدل‌های قبلی است و در ضمن، معایب مدل‌های قبلی را پوشش می‌دهد، برای مسئله موازنه زمان-هزینه با بودجه موردنظرو با استفاده از روش بهینه‌سازی استوار ارائه می‌شود. همچنین از الگوریتم ژنتیک برای حل مدل پیشنهادی استفاده می‌شود.

۳- استواری و بهینه‌سازی استوار

تعاریف مختلفی برای «استواری» و «جواب استوار» برای یک مسئله بهینه‌سازی ارائه شده است. در اینجا با جمع‌بندی تعاریف ارائه‌شده، به‌خصوص تعاریف بن-تال[1] و همکاران (۲۰۰۹) و مول-وی[2] و همکاران (۱۹۹۵) به ارائه یک تعریف جامع‌ومانع می‌پردازیم:

یک جواب استوار در یک مسئله بهینه‌سازی، جوابی است که دارای «استواری شدنی[3]» و «استواری بهینگی[4]» باشد. «استواری شدنی» به این معناست که جواب می‌بایست برای تمامی (اکثریت قریب به‌اتفاق) حالات ممکن پارامترهای دارای عدم قطعیت، شدنی باقی بماند. «استواری بهینگی» نیز بدین معناست که مقدار تابع هدف به ازای جواب استوار می‌بایست برای تمامی (اکثریت قریب به‌اتفاق) حالات ممکن پارامترهای دارای عدم قطعیت، نزدیک به مقدار بهینه خود بوده و یا به‌عبارت‌دیگر، حداقل انحراف را از مقدار بهینه خود داشته باشد.

1. Ben–Tal
2. Mulvey
3. Feasibility robustness
4. Optimality robustness

مسائل مربوط به تصمیم، اغلب به دلیل عدم دقت، تغییرپذیری مستمر و ناتوانی در پیش‌بینی وقایع آینده، با عدم اطمینان‌هایی مواجه هستند. برخی نویسندگان استواری را موردبررسی قرار داده‌اند که کار آن‌ها منجر به حوزه تحقیقاتی وسیعی شده است. استواری مدل، یکی از مباحث بسیار مهمی است که در اخلاق، مدل‌سازی و تحقیق در عملیات مطرح است. در حقیقت، اگر مدل‌ها استوار باشند، خطر به‌کارگیری اشتباه یا استفاده غلط از آن‌ها بسیار کمتر خواهد شد. استواری به این معنی است که خروجی مدل نباید حساسیت بالا به مقادیر دقیق پارامترها و ورودی‌های مدل داشته باشد [۱۰]. بهینه‌سازی استوار به مدل‌سازی مسائل مربوط به بهینه‌سازی در شرایطی اطلاق می‌شود که عدم اطمینان داده‌ها مطرح باشد و بخواهیم به جوابی برسیم که در مورد همه یا اکثر پارامترهای نامطمئن، مطلوب باشد. بهینه‌سازی استوار می‌تواند به‌عنوان گزینه‌ای مکمل برای تحلیل حساسیت و برنامه‌ریزی احتمالی مطرح باشد.

در پارادایم‌های کلاسیک برنامه‌ریزی ریاضی، داده‌های ورودی مدل (پارامترها) معین (قطعی) و معادل با مقادیر اسمی در نظر گرفته می‌شوند. این نگرش تأثیر عدم اطمینان بر کیفیت و موجه‌بودن مدل را مدنظر قرار نمی‌دهد. در حقیقت، داده‌هایی که مقادیر متفاوتی از مقادیر اسمی خود را اختیار می‌کنند، ممکن است منجر به این شوند که تعدادی از محدودیت‌ها نقض گردند، جواب بهینه در طولانی‌مدت بهینه نماند یا حتی موجه‌بودن آن از بین برود. این بحث، این خواسته طبیعی را به ذهن متبادر می‌سازد که روش‌های حلی (مدل‌هایی) طراحی شوند که در مقابل عدم اطمینان داده‌ها، ایمنی و حفاظت ایجاد کنند. این روش‌های حل، «استوار» نامیده می‌شوند [۱۱].

اولین گام در این راه را Benton در قالب یک مدل برنامه‌ریزی خطی برای تولید جوابی ارائه نمود که برای همه داده‌های متعلق به یک مجموعه محدب، موجه باشد. مدل مذکور، جواب‌هایی را ارائه می‌کند که در قبال بهینگی مسئله اسمی به‌منظور اطمینان از استواری، به‌شدت محافظه‌کارانه است [۱۲]. در حقیقت، این مسئله یکی از اولین مسائل بهینه‌سازی استوار است.

در بهینه‌سازی استوار، به ازای هر مسئله اسمی (مسئله دارای پارامترهای نامطمئن) یک مدل استوار ارائه میشود که همتای استوار نامیده می‌شود. درواقع، مسئله همتای استوار به دنبال کمینه کردن مقدار استوار تابع هدف بر روی همه

جواب‌های موجه استوار است. یک جواب بهینه برای مسئله همتای استوار، جواب بهینه استوار نامیده می‌شود و به مقدار بهینه مسئله همتای استوار، مقدار بهینه استوار می‌گویند.

مدل برتسیماس و سیم

مسئله برنامه‌ریزی از نوع عدد صحیح مختلط اسمی زیر با مجموعه n متغیر که k مورد اول آن، متغیرهای عدد صحیح هستند، مطابق رابطه (۱) است.

$$\begin{aligned} &\text{Max } c^T x \\ &Ax \le b \\ &l \le x \le u \\ &x_i \in z,\ i = ۱,۲,\ldots,k \end{aligned} \qquad (۱)$$

بدون از دست دادن کلیت مسئله، فرض می‌شود ماتریس A و بردار c، شامل داده‌های غیرقطعی و بردار b، شامل اعداد قطعی باشد. با فرض اینکه هر یک از ضرایب $a_{ij} : j \in N$ به‌صورت یک متغیر تصادفی مستقل، با توزیع متقارن و کران‌دار مدل می‌شود که در بازه $\left[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}\right]$ مقدار می‌گیرد. هرکدام از $c_j : j \in N$ها در بازه $\left[c_j, c_j + d_j\right]$ مقدار می‌گیرد؛ به‌طوری‌که d_j بیانگر انحراف از ضریب هزینه اسمی c_j است. همچنین تنها فرض برای توزیع ضرایب a_{ij}، متقارن بودن آن است. در راستای تحقق هدف استواری جواب، اعداد $\Gamma_i : i = ۰,۱,\ldots,m$ تعریف می‌شوند که در بازه $\left[۰, |J_i|\right]$ مقدار می‌گیرند، به‌طوری‌که $|J_i|$ برابر با تعداد داده‌های غیرقطعی در محدودیت iام است. نقش پارامتر Γ_i در محدودیت‌ها، تنظیم میزان استواری در مقابل سطح محافظه‌کاری جواب است. پارامتر Γ_0، سطح استوار بودن را برای تابع هدف کنترل می‌کند. اگر $\Gamma_0 = ۰$ باشد، اثر تغییرات در ضرایب هزینه به‌طور کامل لحاظ می‌شود، اما اگر $\Gamma_0 = |J_0|$ باشد، همه تغییرات ممکن لحاظ می‌شود که محافظه‌کارانه‌ترین حالت است. همتای استوار «برتسیماس و سیم[1]» برای مسئله به‌صورت رابطه (۲) است [۱۰]:

---

1. Bertsimas & Sim

$$
\begin{aligned}
&\text{Max } c^T x + z_{\cdot}\Gamma_{\cdot} + \sum_{j\in J_{\cdot}} p_{\cdot j} \\
&\sum_{i} a_{ij}x_j + z_i\Gamma_i + \sum_{j\in J_{\cdot}} p_{ij} \le b_i \qquad \forall i \\
&z_{\cdot} + p_{\cdot j} \ge d_j y_j \qquad \forall j \in J_{\cdot} \\
&z_i + p_{ij} \ge \hat{a}_{ij} y_j \qquad \forall i \ne \cdot, j \in J_i \\
&p_{ij} \ge \cdot \qquad \forall i, j \in J_i \\
&y_j \ge \cdot \qquad \forall j \\
&z_i \ge \cdot \qquad \forall i \\
&-y_j \le x_j \le y_j \qquad \forall j \\
&l_j \le x_j \le u_j \qquad \forall j
\end{aligned}
\tag{۲}
$$

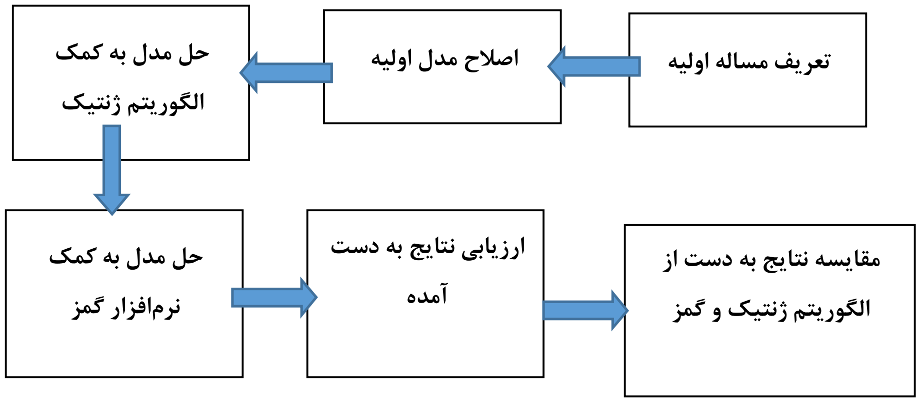
۴- روش تحقیق

تحقیق موجود تحقیقی توصیفی-کاربردی همراه با ارائه و توسعه مدل ریاضی است و برای حل آن نیز از یک روش فراابتکاری ژنتیک و نرم‌افزار بهینه‌سازی گمز استفاده می‌شود، سپس نتایج با هم مقایسه می‌شود.

الگوریتم ژنتیک را می‌توان یک روش بهینه‌سازی تصادفی جهت‌دار دانست که به‌تدریج به سمت نقطه بهینه حرکت می‌کند. در مورد ویژگی‌های الگوریتم ژنتیک، در مقایسه با دیگر روش‌های بهینه‌سازی، می‌توان گفت که الگوریتمی است که بدون داشتن هیچ‌گونه اطلاعی از مسئله و هیچ‌گونه محدودیتی بر نوع متغیرهای آن برای هرگونه مسئله‌ای قابل‌اعمال است و دارای کارایی اثبات‌شده‌ای در یافتن جواب بهینه است. توانمندی این روش در حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی است که روش‌های کلاسیک برای آن‌ها یا قابل‌اعمال نیستند یا در پیدا کردن بهینه کلی قابل‌اطمینان نیستند.

روش‌ها و ابزارهای گردآوری اطلاعات در این تحقیق عبارتند از: روش اسنادی، مطالعات کتابخانه‌ای، مراجعه به مقاله‌ها و منابع در دسترس درباره موضوعات مرتبط با موضوع موردمطالعه، استفاده از کتب، گزارش‌ها، مقالات و سایر منابع موجود در مراکز علمی، کتابخانه‌ها و پایگاه‌های الکترونیکی، استفاده از نرم‌افزارهای

محاسباتی و برنامه‌نویسی و درنهایت، نرم‌افزار MATLAB (برای کدنویسی مدل‌های تحقیق). جزئیات روش تحقیق انجام‌شده، در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱ جزئیات روش تحقیق انجام‌شده

۵- فرضیات مدل

فرضیات اساسی مسئله به‌صورت موارد زیر بیان می‌شود:

- پروژه‌ای با مجموعه‌ای از n فعالیت در یک گراف $G=(N,A)$ در نظر گرفته می‌شود. مجموعه گره‌ها N و مجموعه یال‌ها A است. همچنین گره‌های آغازین و پایانی نیز به ترتیب با ۰ و n+1 مشخص می‌شوند؛
- برای هر فعالیت، تعدادی حالت انجام وجود دارد که طول زمان پردازش فعالیت و هزینه انجام فعالیت در هر حالت، متفاوت است؛
- بودجه تکمیل پروژه محدود است؛
- هدف پروژه، کمینه‌کردن زمان تکمیل پروژه است؛
- هزینه فعالیت‌ها دارای عدم قطعیت است و عدم قطعیت آن‌ها به‌صورت اعداد بازه‌ای است.

نمادهای مسئله

نمادهایی که در مدلسازی مسئله استفاده می‌شوند، در ادامه معرفی شده‌اند:

پارامترهای مسئله

n	مجموعه فعالیت‌ها
N	مجموعه گره‌ها (شامل فعالیت‌های آغازین و پایانی 0 و n+1)
A	مجموعه یال‌های شبکه
j	اندیس فعالیت‌ها
m	اندیس حالت‌های انجام فعالیت‌ها
M_j	مجموعه حالت‌های انجام فعالیت j
p_{jm}	زمان پردازش فعالیت j در حالت m
c_{jm}	هزینه پردازش فعالیت j در حالت m
δ_{time}	حداکثر زمان در دسترس برای پروژه
$\delta_{\cos t}$	حداکثر بودجه در دسترس برای پروژه

متغیرهای تصمیم

x_{jm}	متغیر صفر و یکی که برابر ۱ است اگر فعالیت j در حالت m انجام گیرد؛ در غیر این صورت صفر.
C_j	متغیر پیوسته زمان تکمیل فعالیت j

مدل‌سازی مسئله

مسئله موازنه زمان-هزینه گسسته از دو دیدگاه قابل‌بررسی است که عبارت‌اند از: (الف) مسئله موازنه زمان-هزینه گسسته با زمان اتمام موردنظر؛ (ب) مسئله موازنه زمان-هزینه گسسته با بودجه موردنظر. در ذیل، هر دو مدل ارائه می‌شود؛ البته با توجه به اینکه عنوان این تحقیق، مسئله موازنه زمان-هزینه گسسته با محدودیت بودجه است، روی مورد (ب) متمرکز می‌شویم.

مسئله موازنه زمان-هزینه گسسته با بودجه موردنظر

در این مسئله نیز یک حداکثر بودجه برای کل پروژه در نظر گرفته می‌شود. تابع هدف مسئله نیز کمینه‌کردن زمان تکمیل پروژه است. این مسئله نیز از نوع ان‌پی-هارد[1] است [۷].

1. NP-hard

مدل ریاضی این مسئله به‌صورت زیر است:

$$Min \quad C_{n+1} \tag{۳}$$

$$\sum_{m\in M_j} x_{jm} = ۱ \qquad j = ۱,۲,...,n \tag{۴}$$

$$C_j - C_i - \sum_{m\in M_j} p_{jm}x_{jm} \geq ۰ \qquad \forall (i,j) \in \mathrm{A} \tag{۵}$$

$$\sum_{j=۱}^{n} \sum_{m\in M_j} c_{jm}x_{jm} \leq \delta_{\cos t} \tag{۶}$$

$$C_j \geq ۰ \qquad \forall j \in N \tag{۷}$$

$$x_{jm} \in \{۰,۱\} \qquad \forall m \in M_j, j = ۱,...,n \tag{۸}$$

که در آن، تابع هدف (۳) زمان تکمیل پروژه را کمینه می‌کند. محدودیت (۴) تضمین می‌کند که هر فعالیت تنها در یکی از حالت‌های انجامش، اجرا شود. با توجه به محدودیت (۵) و با در نظر گرفتن رابطه پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها، زمان تکمیل فعالیت‌ها برقرار می‌شود. طبق محدودیت (۶)، کل هزینه‌های پروژه نباید از مقدار مشخصی تجاوز کند. محدودیت‌های (۷) و (۸) نیز نوع متغیرها را تعریف می‌کنند.

مدل استوار مسئله موازنه زمان-هزینه گسسته با بودجه موردنظر

در این تحقیق، تمرکز اصلی روی مسئله موازنه زمان-هزینه گسسته با بودجه موردنظر است. در ادامه، مدل استوار این مسئله ارائه می‌شود.

همان‌طور که قبلاً نیز گفته شد، هزینه هر فعالیت در هر یک از حالات انجام آن به‌صورت اعداد بازه‌ای در نظر گرفته می‌شود، البته با فرض اینکه هر یک از ضرایب c_{jm} به‌صورت یک متغیر تصادفی مستقل با توزیع متقارن و کران‌دار مدل می‌شود که در بازه $\left[c_{jm}-\hat{c}_{jm}, c_{jm}+\hat{c}_{jm}\right]$ قرار دارد.

با توجه به مدلی که در بخش قبل توسعه داده شد، می‌توان به‌راحتی دریافت که تابع هدف شامل پارامتر عدم قطعیت نبوده و تنها محدودیت (۶) شامل عناصر عدم قطعیت است؛ چراکه پارامتر c_{jm} را در بر دارند. برای این محدودیت، Γ را برای تنظیم میزان استواری در مقابل سطح محافظه‌کاری جواب تعریف می‌کنیم. همچنین با توجه به اینکه تعداد پارامترهای دارای عدم قطعیت برابر با $\sum_{j=1}^{n}\sum_{m\in M_j} 1$ است، بنابراین، Γ مقادیر گسسته‌ای در بازه $\Gamma\in[0,\sum_{j=1}^{n}\sum_{m\in M_j} 1]$ اختیار می‌کند. مدل همتای استوار [۱۰] برای مسئله به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$Min \quad C_{n+1} \tag{۹}$$

$$\sum_{m\in M_j} x_{jm} = 1 \qquad j=1,2,\ldots,n \tag{۱۰}$$

$$C_j - C_i - \sum_{m\in M_j} p_{jm}x_{jm} \geq 0 \qquad \forall (i,j)\in \mathrm{A} \tag{۱۱}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{m\in M_j} c_{jm}x_{jm} + z\Gamma + \sum_{j=1}^{n}\sum_{m\in M_j} P_{jm} \leq \delta_{\cos t} \tag{۱۲}$$

$$z + P_{jm} \geq \hat{c}_{jm}y_{jm} \qquad \forall j=1,2,\ldots,n;\ m\in M_j \tag{۱۳}$$

$$x_{jm} \le y_{jm} \qquad \forall j = ۱,۲,...,n;\ m \in M_j \tag{۱۴}$$

$$y_{jm} \ge ۰ \qquad \forall j = ۱,۲,...,n;\ m \in M_j \tag{۱۵}$$

$$P_{jm} \ge ۰ \qquad \forall j = ۱,۲,...,n;\ m \in M_j \tag{۱۶}$$

$$z \ge ۰ \tag{۱۷}$$

$$C_j \ge ۰ \qquad \forall j \in N \tag{۱۸}$$

$$x_{jm} \in \{۰,۱\} \qquad \forall m \in M_j, j = ۱,۲,...,n \tag{۱۹}$$

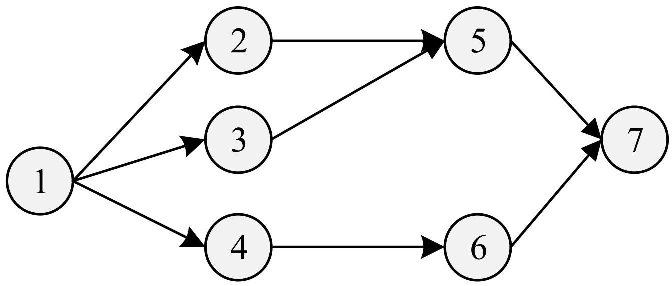
که در آن، توضیحات مدل مانند قبل بوده و فقط محـدودیت‌هـای (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) به‌جای محدودیت (۶) در مدل قبلی نوشته شده‌اند. همچنین محـدودیت‌هـای (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) نوع متغیرهای جدید را معرفی می‌کنند.

مثال پروژه عمرانی

در این بخش یک پروژه عمرانی با ۷ فعالیت ارائه شده است. جدول ۱ پارامترهای ایـن مسئله را نشان می‌دهد. تمامی فعالیت‌هـا غیـر از فعالیـت ۲ و ۵ شـامل ۳ حالـت بـرای انجام هستند. فعالیت ۲ و ۵ نیز به ترتیب ۵ و ۴ حالـت بـرای انجـام دارنـد. دو سـتون آخر، پارامترهای هزینه را به‌صـورت اعـداد بـازه‌ای، مطـابق تعریـف مثـال ب، نشـان می‌دهد. شبکه پیش‌نیازی فعالیت‌ها هم در شکل ۲ نشان داده شده است.

جدول ۱ داده‌های فعالیت‌های پروژه عمرانی

نوع فعالیت	شماره فعالیت	پیش‌نیازها	گزینه‌ها	زمان	هزینه c_{jm}	هزینه $\hat{c}_{jm}$
تجهیز کارگاه	۱	–	۱	۱۴	۲۲	۶
			۲	۲۰	۱۸	۷
			۳	۲۴	۱۲	۴
خاک‌برداری	۲	۱	۱	۱۵	۳	۱
			۲	۱۸	۲/۴	۰/۴
			۳	۲۰	۱/۸	۰/۶
			۴	۲۳	۱/۵	۰/۵
			۵	۲۵	۱	۰/۵
قالب‌بندی و آرماتور گذاری	۳	۱	۱	۱۵	۴/۵	۲/۲
			۲	۲۲	۴	۱
			۳	۳۳	۳/۲	۰/۸
بتن‌ریزی	۴	۱	۱	۱۲	۴۵	۶
			۲	۱۶	۳۵	۱
			۳	۲۰	۳۰	۸
پی‌سازی و قراردادن شمع‌ها	۵	۲ و ۳	۱	۲۲	۲۰	۲
			۲	۲۴	۱۷/۵	۶/۵
			۳	۲۸	۱۵	۲
			۴	۳۰	۱۰	۳
قرارگیری شاه‌تیرها	۶	۴	۱	۱۴	۴۰	۷
			۲	۱۸	۳۲	۳
			۳	۲۴	۱۸	۴
تنظیم شاه‌تیرها	۷	۵ و ۶	۱	۹	۳۰	۵
			۲	۱۵	۲۴	۷
			۳	۱۸	۲۲	۳



شکل ۲ شبکه فعالیت‌های پروژه عمرانی

جدول ۲ نتایج حل مسئله را به ازای مقادیر مختلف بودجه در دسترس و مقدار Γ نشان می‌دهد. هنگامی‌که مقدار Γ برابر صفر است، نتایج مدل منطبق بر حالت قطعی است. به ازای مقادیر کمتر از $\delta <$ ۹۷، مدل نشدنی می‌شود. علامت تیره در جدول نیز نشان‌دهنده نشدنی بودن مسئله به ازای Γ و δ مربوطه است.

جدول ۲ نتایج حل مسئله به ازای مقادیر مختلف Γ و δ

δ	Γ				
	۰	۶	۱۲	۱۸	۲۴
۹۷	۷۹	-	-	-	-
۱۰۰	۶۹	-	-	-	-
۱۰۵	۶۷	-	-	-	-
۱۱۰	۵۹	-	-	-	-
۱۱۵	۵۷	-	-	-	-
۱۱۷	۵۳	۸۷	-	-	-
۱۲۰	۵۱	۷۶	۷۶	۷۶	۷۶
۱۲۵	۵۱	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹
۱۳۰	۵۱	۶۹	۶۹	۶۹	۶۹
۱۳۵	۵۱	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹
۱۴۰	۵۱	۵۹	۵۹	۵۹	۵۹
۱۴۵	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۱۵۰	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۱۵۵	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۱۶۰	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۱۶۵	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۱۷۰	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۱۷۵	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۱۸۰	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۱۸۵	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۱۹۰	۳۹	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۱۹۵	۳۸	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱
۲۰۰	۲۹	۵۱	۵۱	۵۱	۵۱

همـان‌طـور کـه از نتـایج جـدول فـوق مشـخص اسـت، اغلـب، نتـایج بـه ازای مقـادیر $\Gamma = ۶,۱۲,۱۸,۲۴$ یکســان اســت و تغییــرات عمــدتاً در بــازه $۰ \le \Gamma \le ۶$ رخ مــی‌دهــد. به‌عنوان‌مثال، نتایج مدل به ازای $۰ \le \Gamma \le ۶$ و $\delta = ۱۲۰$ در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳ نتایج حل مسئله به ازای $\delta = ۱۲۰$

δ	Γ						
	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱۲۰	۵۱	۵۹	۶۷	۶۹	۶۹	۷۴	۷۶

در جدول ۴ نتایج جزئی‌تر مدل برای حالت $\delta = ۱۲۰$ ارائه می‌شود.

جدول ۴ حالت انجام فعالیت‌ها به ازای مقادیر $۰ \le \Gamma \le ۶$ و $\delta = ۱۲۰$

فعالیت	Γ						
	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۱	۱	۳	۳	۳	۳	۳
۲	۱	۱	۱	۱	۱	۳	۳
۳	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲
۴	۳	۳	۳	۲	۲	۲	۲
۵	۱	۴	۳	۴	۴	۴	۴
۶	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳
۷	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳

با توجه به جدول فوق، فعالیت‌های ۶ و ۷ همواره در حالت‌های ۳ انجام مـی‌شـوند. حالت انجام سایر فعالیت نیز به مقدار Γ بستگی دارد.

بررسی کارایی الگوریتم ژنتیک

در این بخش، تعدادی مسئله تصادفی با تعداد فعالیت مختلف تولید شـده و نتـایج حـل الگوریتم ژنتیک با گمز مقایسه می‌شود. همان‌طور که پیش‌تر گفته شد در ایـن مسـئله

مقدار Γ از صفر تا $\Sigma = \sum_i m_i$ تغییر می‌کند. همچنین مقدار سیگما برابر است با مجموع حالت‌های انجام تمام فعالیت‌ها. جدول ۵ پارامترهای مسائل تولیدشده را نشان می‌دهد. سایر پارامترهای مسئله نیز به‌صورت تصادفی از توزیع یکنواخت مقداردهی شده‌اند.

جدول ۵ پارامترهای اصلی مسائل تولیدشده

شماره مسئله	تعداد فعالیت‌ها	مجموع حالات انجام
۱	۱۰	۳۰
۲	۲۰	۶۰
۳	۳۰	۹۰
۴	۴۰	۱۲۰
۵	۵۰	۱۵۰
۶	۶۰	۱۸۰
۷	۷۰	۲۱۰
۸	۸۰	۲۴۰
۹	۹۰	۲۷۰
۱۰	۱۰۰	۳۰۰

برای این منظور، هر مسئله به ازای ۳ مقدار $\Gamma = [0.25 \times \Sigma]$، $\Gamma = [0.5 \times \Sigma]$ و $\Gamma = [0.75 \times \Sigma]$ حل می‌شود. جدول ۶ نتایج مقایسه‌ای برای گمز و ژنتیک را نشان می‌دهد. همان‌طور که از جدول زیر مشخص است، جواب‌های الگوریتم ژنتیک کیفیت قابل قبولی را نشان می‌دهد درحالی‌که زمان حل آن برای مسائل بزرگ‌تر، به‌مراتب از گمز بهتر است.

جدول ۶ مقایسه جواب‌های گمز و ژنتیک

	گمز				ژنتیک			
شماره مسئله	۰.۲۵×Σ	۰.۵×Σ	۰.۷۵×Σ	زمان حل	۰.۲۵×Σ	۰.۵×Σ	۰.۷۵×Σ	زمان حل
۱	۱۶۲	۱۷۹	۱۷۹	۳۸	۱۶۲	۱۷۹	۱۷۹	۱۰۵
۲	۲۴۰	۲۴۰	۲۸۹	۱۲۴	۲۴۰	۲۴۰	۲۸۹	۲۱۳
۳	۳۹۴	۴۱۲	۴۲۹	۳۶۵	۳۹۴	۴۱۲	۴۲۹	۲۹۰
۴	۵۱۲	۵۶۴	۵۸۰	۵۹۲	۵۱۶	۵۶۴	۵۸۰	۳۹۸
۵	۶۷۹	۶۷۹	۷۱۲	۸۴۲	۶۸۱	۶۸۱	۷۱۲	۵۱۲
۶	۷۵۴	۷۸۲	۸۱۲	۱۲۸۴	۷۵۶	۷۸۲	۸۱۶	۶۰۸
۷	۸۲۳	۸۵۹	۹۰۳	۱۶۰۰	۸۲۳	۸۷۲	۹۱۰	۷۲۲
۸	۹۶۳	۹۶۳	۹۶۳	۱۸۹۲	۹۶۵	۹۶۳	۹۶۳	۸۱۹
۹	۱۰۷۴	۱۱۹۳	۱۲۷۳	۲۳۰۳	۱۰۸۳	۱۱۹۳	۱۲۷۹	۹۲۰
۱۰	۱۳۴۰	۱۳۹۵	۱۴۲۶	۲۸۹۴	۱۳۴۰	۱۳۹۵	۱۴۲۸	۱۰۴۲

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی

در این تحقیق، مدل بهینه‌سازی استوار برای مسئله موازنه زمان-هزینه گسسته با محدودیت بودجه ارائه شد و برای برخورد با عدم قطعیت موجود در مسئله نیز از مدل برتسیماس و سیم استفاده شد. سپس الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله طراحی شد و نتایج آن با گمز مقایسه شد. با مقایسه نتایج، مشاهده شد که الگوریتم ژنتیک جواب باکیفیتی را در مدت‌زمان قابل قبولی حاصل می‌کند.

این تحقیق را می‌توان از جهات مختلفی توسعه داد که ذیلاً به مواردی اشاره می‌شود:

برای مسائل با ابعاد بالاتر این مقایسه انجام نشده است. برای این منظور می‌توان الگوریتم فراابتکاری دیگری را برای مسئله طراحی کرده و نتایج آن را با ژنتیک مقایسه نمود.

همچنین می‌توان برای مسئله، نمودار پارتوی هزینه و زمان را به ازای سطوح مشخصی از مقدار Γ تهیه کرد. درصورتی‌که این کار برای مقادیر مختلفی از Γ

انجام شود، تصمیم‌گیرنده به‌راحتی می‌تواند سطح مناسبی از Γ را انتخاب کرده و سپس جوابی را انتخاب کند که هزینه و زمان قابل قبولی را حاصل می‌کند.

همچنین می‌توان مسئله را به حالت مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود توسعه داد که شامل منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر است. همچنین می‌توان پارامترهای زمان انجام فعالیت‌ها را نیز به‌صورت غیرقطعی در نظر گرفت.

۷- منابع

[1] KazemZadeh, R., Sharif Mousavi, M., A fuzzy risk assessment model to evaluate risks in construction projects, Management Researches in Iran, 15 (1), 2012, 109-133.

[2] Hassanpour, A., NorRang, A., NabiZadeh, M., Modeling robust project schedule with limited resources and solve it using simulated annealing algorithm, Management Researches in Iran, 18(1), 2013, 1-24.

[3] Javanmardi, Sh., Qoddusi, P., Ashtehardian, E., The optimization of time-cost of the project considering resource limitation using genetic algorithm, 6th National Conference of Civil Engineering, University of Semnan, 2011.

[4] Fathi Hafshejani, K., Moghani, Qh., The new robust model in discrete time-cost trade-off problem, International Journal of Industrial Engineering and Production Management, 5(25), 2014, 2-14.

[5] Hafizoğlu, A.B., Discrete Time/Cost Trade-Off Problem in Project Scheduling, A Thesis Submitted To the Graduate School Of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2007.

[6] Ebrahimnejad, S., Ahmadi, V., Javanshir, H., The balance of cost, time and quality in a CPM network using fuzzy logic and genetic algorithms, International Journal of Industrial Engineering and Production Management, 3(24), 2013, 376-362.

[7] De, .P.E., Dunne, J., Ghosh, J.B., Wells, C.E., Complexity of the Discrete Time/Cost Trade off Problem for Project Networks, Operations Research, 45, 1997, 302–306.

[8] Ben-Tal, A., El Ghaoui, L., Nemirovski, A., Robust Optimization, Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2008.

[9] Ghafouri, S., TaghiZadeh Yazdi, M.R., A multi-objective mathematical model for project scheduling problem with resource constraints and solve it using metaheuristic simulated fireflies and refrigeration, Modern Researches in Decision Making, 4(1), 2016, 117-142.

[10] Bertsimas, D., Sim, M., Robust Discrete Optimization and Network Flows, Mathematical Programming, 98, 2003, 49-71.

[11] Bertsimas, J.B., Sim, M., The Price of Robustness. Operations Research, 52(1), 2004, 35-53.

[12] Benton, W.C., Quantity discount decision under conditions oF multiple items, multiple suppliers and resource limitation, International Journal of Production Economics, 27, 1999, 1953-1961.